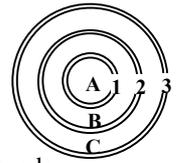


## Esercizi di calcolo combinatorio. Parte A.

**Esercizio A1** Sia dato il bersaglio in figura, formato dal centro A, dalle corone circolari B e C e dalle corone di separazione 1, 2 e 3. Si supponga di voler colorare il bersaglio disponendo dei seguenti colori: blu, rosso, giallo, verde, arancio, nero, marrone. In quanti modi si può colorare il bersaglio nei seguenti casi : 1) non si può utilizzare un colore più di una volta 2) una volta scelto un medesimo colore per le corone di separazione 1,2 e 3, si possono utilizzare gli altri per A, B, C anche più volte.



Supponendo che per un tiratore con l'arco la probabilità di fare centro con un tiro sia pari a 80%. Utilizzare la distribuzione binomiale per calcolare la probabilità che l'atleta realizzi 7 centri su 10 tiri supponendo che il risultato di un tiro non influenzi gli altri e che la performance rimanga costante.

**Esercizio A2.** Si consideri un'urna contenente 10 palline rosse e 5 nere. Si calcolino le seguenti quantità:

- nell'estrazione simultanea di due palline, la probabilità che queste siano nere
- nell'estrazione di 5 palline, la probabilità che nessuna sia nera
- la probabilità che almeno una delle palline sia rossa (sempre nell'estrazione di 5 palline)
- effettuando una estrazione con reintroduzione di 5 palline, la probabilità che 3 siano nere, usando la distribuzione binomiale

**Esercizio A3.** Descrivere utilizzo e forma della distribuzione binomiale. Si consideri un giocatore di tennis che possiede una media di prime battute valide pari al 70%. Si utilizzi la distribuzione binomiale per stimare: a) la probabilità che su 5 battute 2 siano valide b) la probabilità di avere almeno 3 battute valide.

**Esercizio A4.** Fornire le definizioni di sensibilità e specificità di un test diagnostico. Si consideri un test per la diagnosi di una patologia la cui incidenza su una popolazione in esame è di un malato su 20 persone. Si supponga di eseguire un test su un soggetto estratto da tale popolazione con esito positivo e di ottenere una probabilità di malattia del soggetto dopo l'esecuzione del test pari a 0.83. Sapendo che il test ha una specificità del 99%, se ne calcoli la sensibilità.

**Esercizio A5.** Formulare il teorema di Bayes. In fase di validazione di un test diagnostico su 2000 soggetti (1000 sani, 1000 con la patologia in esame) si ottengono i seguenti risultati: Falsi Positivi (FP)=5 Falsi Negativi (FN)=50. Si calcolino sensibilità e specificità del test. Si stimi la probabilità di malattia di un soggetto, risultato positivo al test, per il quale era ipotizzata una probabilità di malattia prima del test pari allo 0.1.

**Esercizio A6.** Descrivere uso e forma della distribuzione binomiale. Supponendo che la probabilità che una particolare procedura chirurgica dia luogo ad un'infezione post-operatoria sia pari al 2%, si calcolino le probabilità che su 30 soggetti sottoposti a tale procedura: a) 5 risultino infetti b) risultino infetti tra i 5 e i 10 soggetti

**Esercizio A7.** Descrivere uso e forma della distribuzione binomiale. Specificare le condizioni necessarie affinché un esperimento possa essere descritto tramite questa distribuzione.

Si utilizzi la distribuzione binomiale per calcolare la probabilità che un giocatore di pallacanestro, con una percentuale sul tiro da 6 metri del 60%, realizzi 4 canestri su 5 tiri, e la probabilità che realizzi almeno 3 canestri su 5 tiri.

**Esercizio A8.** Sette amici si incontrano ad una festa portando ognuno un regalo, in scatole di uguali dimensioni e colore. I regali vengono messi in una cesta e i sette amici scelgono a turno in maniera casuale un regalo dalla cesta.

a) Qual è la probabilità che ognuno scelga il regalo che ha portato? b) Qual è la probabilità che Mario e Pino, due dei sette amici, scelgano i regali che hanno portato?

Si supponga adesso di rimettere i regali nella cesta. A Pino viene chiesto di scegliere per 4 volte di fila un regalo e rimetterlo ogni volta nella cesta. Si stimi:

- la probabilità che Pino estragga per tre volte il regalo che aveva portato.
- la probabilità che Pino estragga meno di tre volte il regalo che aveva portato.

*N.B. nell'esercizio A8 è utile utilizzare il concetto di Disposizioni di n oggetti in n posti o permutazioni  $P_n$*

**Esercizio A9.** Descrivere forma e uso della binomiale. Un processo per la realizzazione di protesi vascolari mediante elettrofilatura, permette di ottenere circa 90 protesi che superano il controllo di qualità su 100 prodotte. Si utilizzi la binomiale per stimare la probabilità che su 8 protesi prodotte a) 4 siano difettose b) almeno 3 siano difettose.