Si definisce

TOPOGRAFIA

la scienza che studia i mezzi e i procedimenti operativi per il rilevamento e la rappresentazione grafica, su una superficie piana, di una porzione limitata di terreno. (estensione ridotta perché si possa trascurare la sfericità della terra)

Topos = luogo **Graphia** = grafia

La topografia determina, rispetto ad un opportuno sistema di riferimento, le coordinate plano-altimetriche di un punto del terreno per riportarle su una rappresentazione cartografica.

Rilievi topografici

Gli strumenti topografici classici si distinguono essenzialmente in:

TEODOLITI

LIVELLI

DISTANZIOMETRI ELETTRONICI

e servono a misurare:

ANGOLI
(azimutali o zenitali)

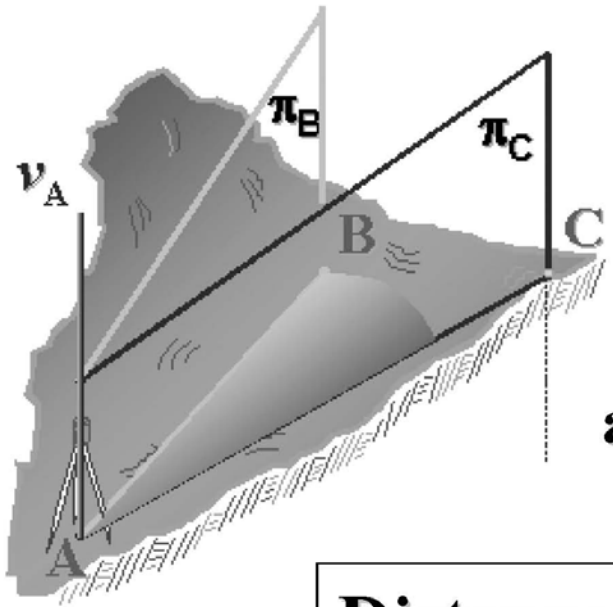
DISLIVELLI

DISTANZE

Precisiamo le definizioni di queste grandezze.

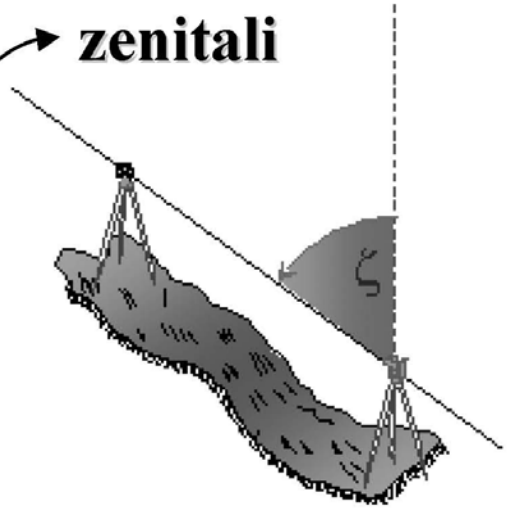
Grandezze misurate

In Topografia le grandezze oggetto di misura sono essenzialmente:



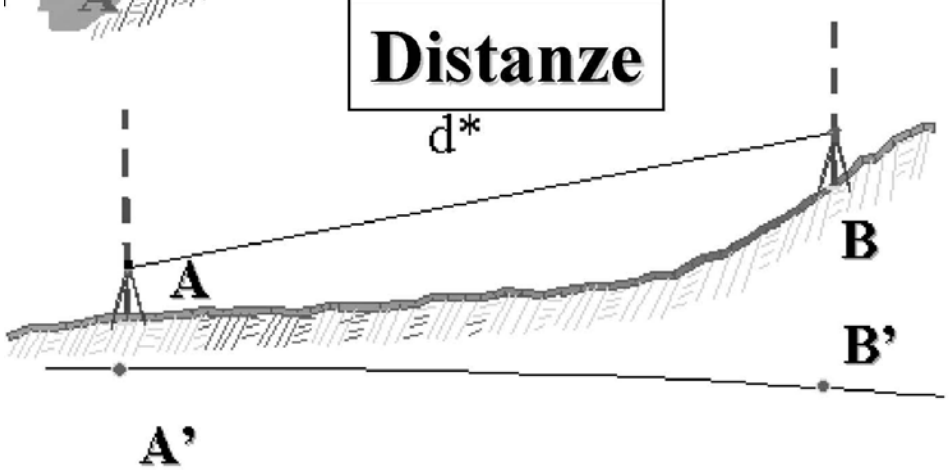
Angoli

zenitali

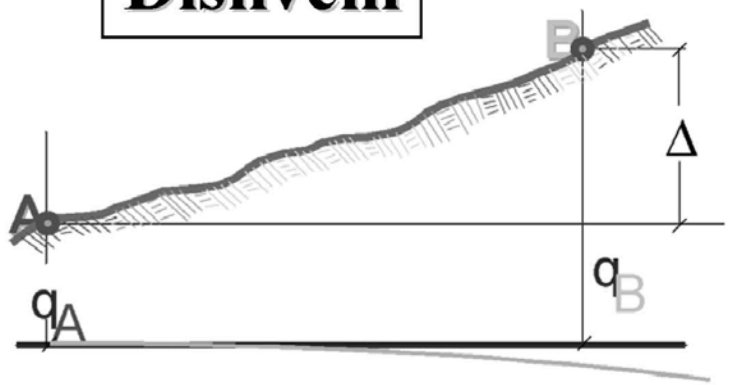


azimutali

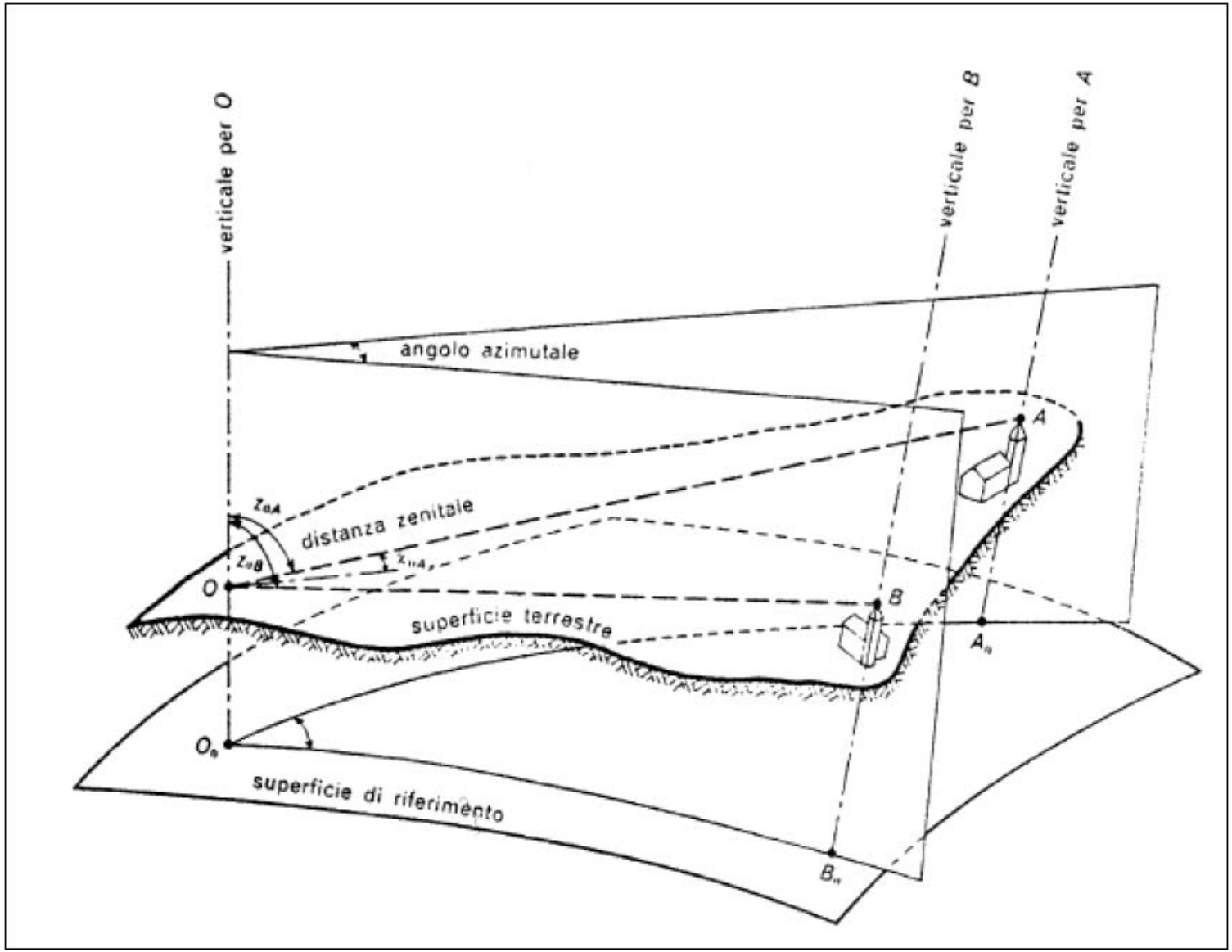
Distanze



Dislivelli

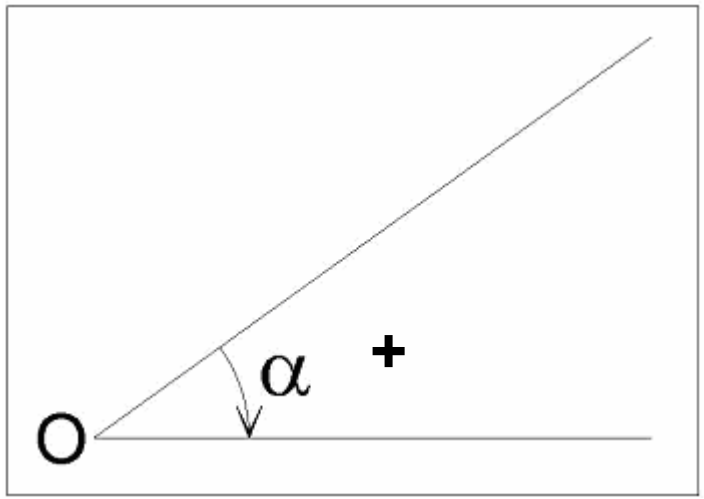


Grandezze misurate



Angoli

Col termine “ANGOLO” si intende una porzione di piano delimitata da due semirette aventi origine comune.
L’ampiezza di un angolo è rappresentata dalla rotazione ORARIA di una semiretta intorno all’origine, fino al sovrapporsi all’altra semiretta



Bisogna fare attenzione a chiarire sempre, in un problema geometrico, matematico o topografico, quali sono le convenzioni adottate per il segno positivo di angoli e coordinate.

SISTEMI DI MISURA DEGLI ANGOLI

L'ampiezza di un angolo può essere espressa in diverse unità di misura.
Per gli scopi topografici risultano essere rilevanti i seguenti sistemi di unità di misura:

SESSAGESIMALE
(10° 23' 54.2243'')

SESSADECIMALE
(10°.398396)

CENTESIMALE
(11^{g}.553773)

MATEMATICO
(0^{r}.181486)

CONVERSIONI TRA FORMATI ANGOLARI

Le relazioni fra le misurazioni di uno stesso angolo espresse in gradi sessadecimali, centesimali o radianti sono date da: $\frac{\alpha^r}{2\pi} = \frac{\alpha^\circ}{360} = \frac{\alpha^G}{400}$

Al sistema / Dal sistema	Radiante	Sessagesimale	Sessadecimale	Centesimale
Radiante	—	$\alpha^\circ = \frac{360}{2\cdot\pi}\cdot\alpha^r =$ $= 57^\circ\ 17'\ 44'',806\ \alpha^r$	$\alpha^\circ = \frac{360}{2\cdot\pi}\cdot\alpha^r =$ $= 57^\circ,295\ 779\ 5\ \alpha^r$	$\alpha^\circ = \frac{400}{2\cdot\pi}\cdot\alpha^r =$ $= 63^g,66\ 19\ 77\ 2\ \alpha^r$
Sessagesimale	$\alpha^r = \frac{2\cdot\pi}{360}\cdot\alpha^0 =$ $= 0^r,017\ 453\ 293\ \alpha^0$	—	$\alpha = \alpha^0$	$\alpha^g = \frac{400}{360}\cdot\alpha^0 =$ $= 1^g,11\ 11\ 11\ 1\ \alpha^0$
Sessadecimale	$\alpha^r = \frac{2\cdot\pi}{360}\cdot\alpha^0 =$ $= 0^r,017\ 453\ 293\ \alpha^0$	$\alpha^0 = \alpha^0$	—	$\alpha^g = \frac{400}{360}\cdot\alpha^0 =$ $= 1^g,11\ 11\ 11\ 1\ \alpha^0$
Centesimale	$\alpha^r = \frac{2\cdot\pi}{400}\cdot\alpha^g =$ $= 0^r,015\ 707\ 963\ \alpha^g$	$\alpha^0 = \frac{360}{400}\cdot\alpha^g =$ $= 0^0\ 54'\ 00'',000\ \alpha^g$	$\alpha^0 = \frac{360}{400}\cdot\alpha^g =$ $= 0^g,900\ 000\ 0\ \alpha^g$	—

Angoli

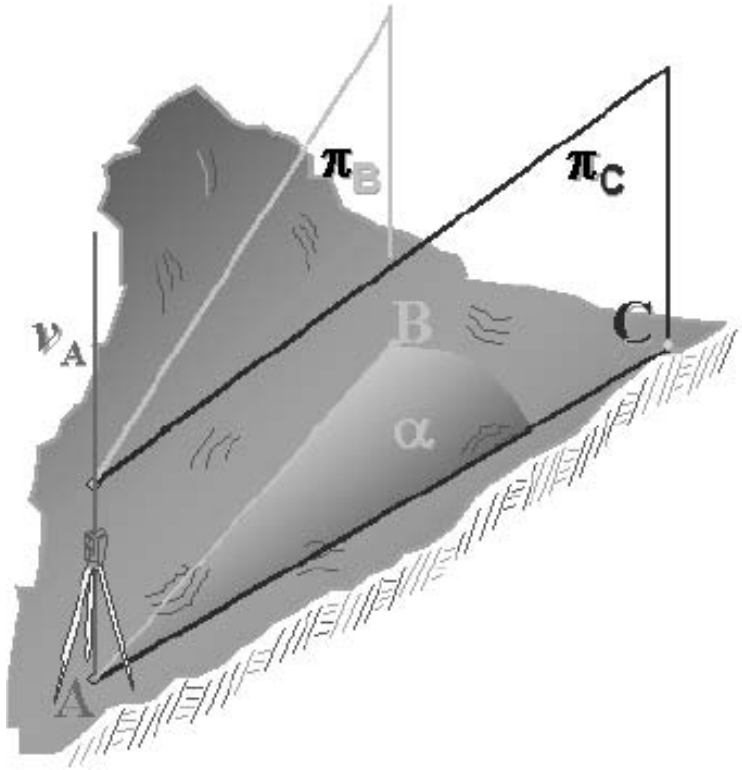
Verificare le seguenti conversioni:

57° 23' 18"	sessadecimali	(57,3883°)
35°,2234	sessagesimali	(35° 13' 24,2)
25°,1321	centesimali	(27,9245 gon)
42° 27' 45"	centesimali	(47,1805 gon)
32°,2935	radianti	(0,5636279 rad)
143,2396 gon	radianti	(2,2500024 rad)
0,2345 rad	sessagesimali	(13° 26' 8,52")
0°,7413	centesimali	(0,8237 gon)

Verificare le seguenti conversioni:

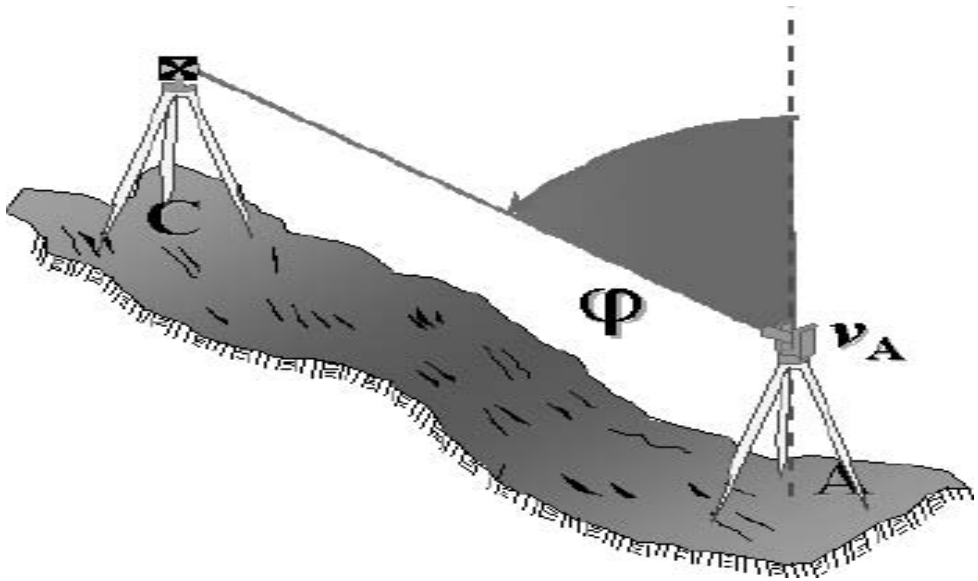
DMS	DEG	GRAD	RAD
301° 43' 21".505	301,7226402	335,247378	5,2660535
7° 4' 12".810	7,070225	7,8558055	0,123398705
245° 15' 35".201	245,2597781	272,5108645	4,28059065
136° 36' 47".399	136,6131665	151,7924072	2,384349557
299° 26' 47".639	299,4465663	332,718407	5,226328516

Angolo azimutale



Angolo diedro formato dai due piani verticali aventi per costola la verticale passante per il punto di stazione e contenenti i punti da collimare B e C.

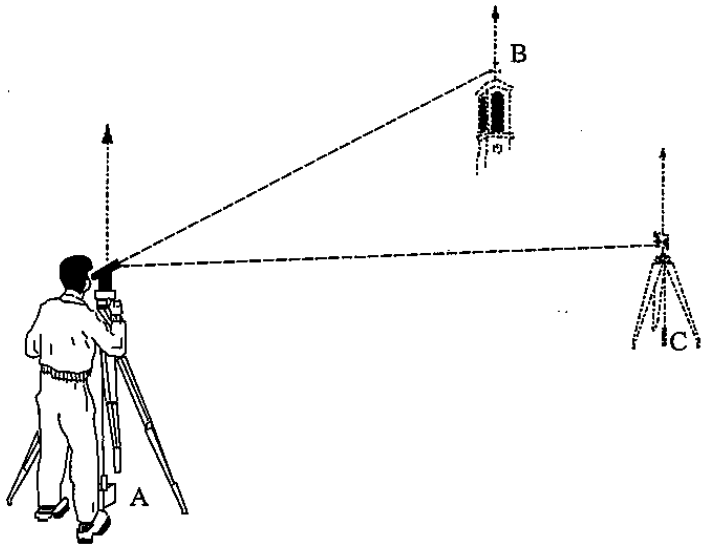
Angolo o distanza zenitale



Angolo piano φ che giace sul piano verticale per il punto di stazione (A) e compreso tra la verticale passante per il punto di stazione (A) l'asse di collimazione (AC).

Materializzazione dei punti

Nel definire le misure abbiamo parlato di generici punti, A,B,.. del terreno.



Il punto A in cui è posto lo strumento è detto **PUNTO DI STAZIONE**.

I punti B e C osservati, mediante lo strumento, sono detti **PUNTI COLLIMATI**.

Sul terreno questi punti possono essere materializzati fisicamente in diversi modi, a seconda della precisione richiesta dalla misura, dall'accessibilità del punto e dalla necessità di conservazione nel tempo della materializzazione.

NORMALIZZAZIONE DEGLI ANGOLI ORIZZONTALI

•Si ritiene preferibile che gli angoli di direzione e gli angoli orizzontali in genere soddisfino la condizione di normalizzazione:

$$\mathbf{0 \leq \alpha \leq 2\pi}$$

Durante lo svolgimento dei calcoli avviene spesso che, pur partendo da angoli normalizzati, i risultati non lo siano: è necessario pertanto normalizzare gli angoli.

La regola per la normalizzazione è:

- se $\alpha \geq 2\pi$ si deve sottrarre iterativamente 2π fino a quando la condizione di normalizzazione è soddisfatta.
- se viceversa α è negativo, si dovrà aggiungere iterativamente 2π fino a renderlo positivo.

•Gli angoli verticali φ devono essere sottoposti, per motivi sostanziali, alla normalizzazione :

$$\varphi \rightarrow \varphi' = \begin{cases} \varphi & 0 \leq \varphi \leq \pi \\ 2\pi - \varphi & \varphi > \pi \end{cases}$$

Collimato un certo punto *P*, corrispondente a un angolo verticale φ, se si fa ruotare l'alidada di π e se successivamente si collima nuovamente lo stesso punto dopo aver ruotato il cannocchiale, a meno di errori e srettifiche, il goniometro verticale segnerà un angolo di 2π - φ.

NORMALIZZAZIONE DEGLI ANGOLI VERTICALI

•Dato che l'orientamento iniziale dello strumento è assolutamente casuale e operativamente equivalente, si conclude che i due angoli verticale ϕ e $2\pi - \phi$ sono strumentalmente equivalenti.

•Essi tuttavia non lo sono sostanzialmente in quanto:

•$\sin(\phi) \neq \sin(2\pi - \phi)$.

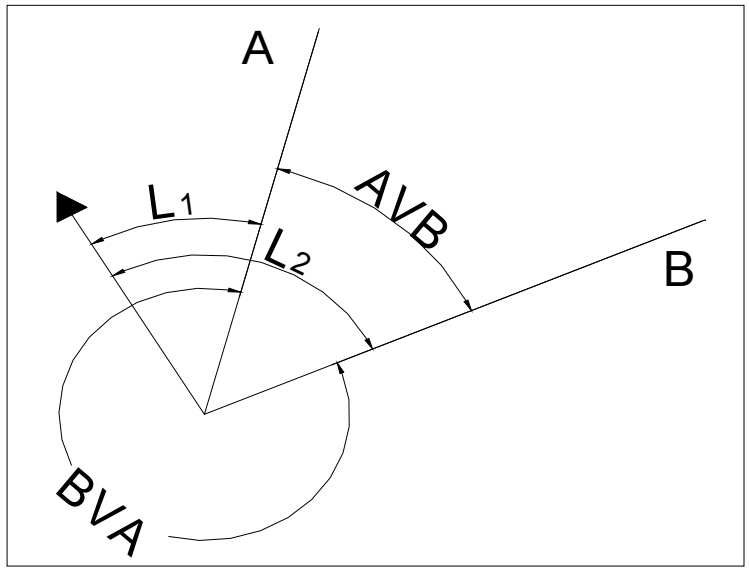
•La valutazione dell'uso che si fa dell'angolo verticale conduce alla conclusione che è necessario normalizzarlo secondo la regola precedente:

$$\varphi \rightarrow \varphi' = \begin{cases} \varphi & 0 \leq \varphi \leq \pi \\ 2\pi - \varphi & \varphi > \pi \end{cases}$$

•Si consideri un punto di origine (V) e due semirette uscenti da questo passanti per i punti A e B.

•Si stabilisca convenzionalmente quale dei due punti rappresenti il *punto avanti (PA)* e quale il *punto indietro (PI)*.

•Definiamo angolo la rotazione oraria che deve compiere la direzione corrispondente al *punto indietro (PI)* per sovrapporsi a quella del *punto avanti (PA)*.



Ne risulta che l'angolo viene dato dalla differenza di due direzioni angolari e precisamente quelle corrispondenti ai punti avanti e indietro.

Se: (PA) = B e (PI) = A α = (PA) – (PI) = AVB

Viceversa se: (PA) = A e (PI) = B α = (PA) – (PI) = BVA

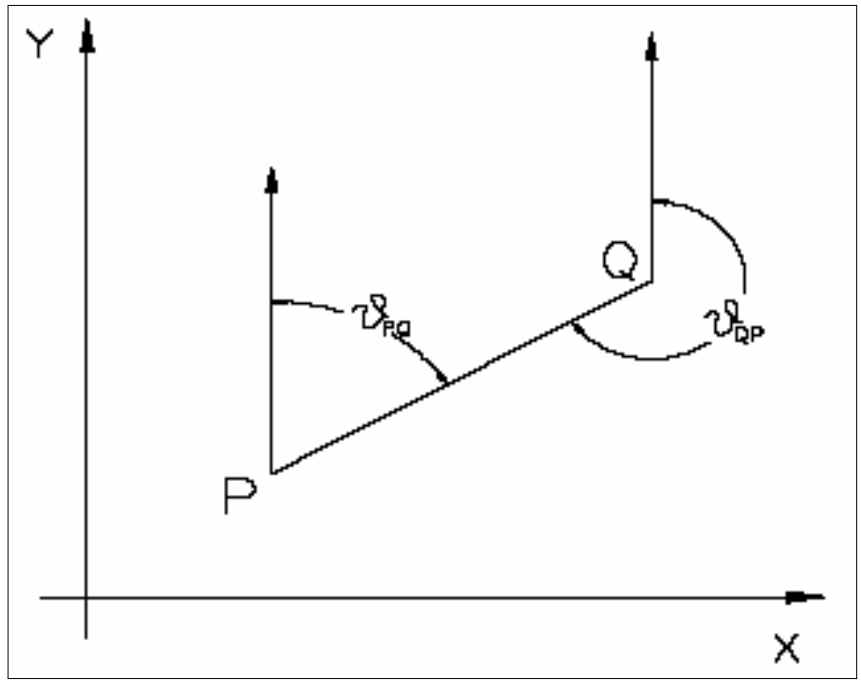
ANGOLO DI DIREZIONE O AZIMUT

•Si consideri un riferimento ortonormale R(0;X;Y) nel quale siano noti i punti P e Q tramite le loro coordinate. Si definisce

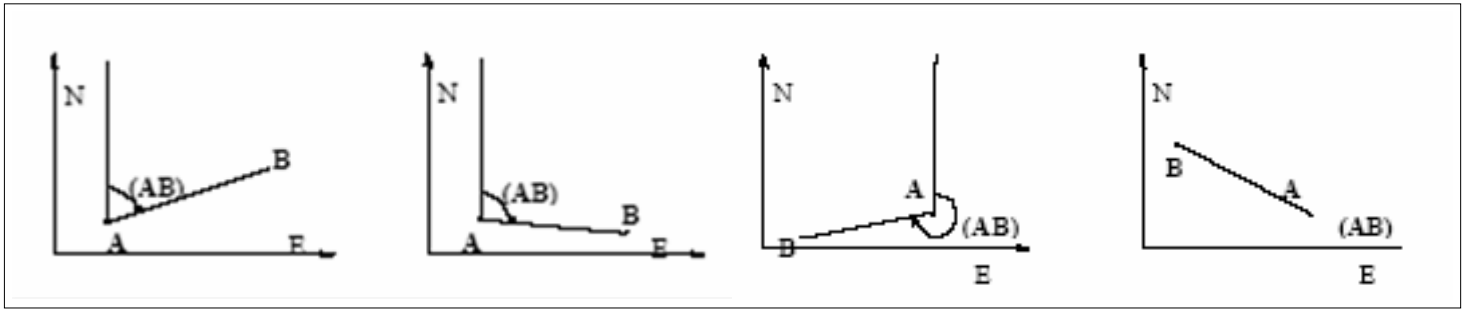
•*angolo di direzione di Q rispetto a P* [$\theta_{PQ} \equiv (PQ)$]

l'angolo di cui la parallela all'asse Y del riferimento, passante per P, deve ruotare in senso orario per sovrapporsi alla direzione PQ.

$$(PQ) = \text{arctg}\,[(x_Q - x_P)/(y_Q - y_P)]$$



•L'angolo (AB) va riportato al quadrante corretto attraverso il segno del numeratore e del denominatore:



quadrante	Segno θ	segno $(x_q - x_p)$	segno $(y_q - y_p)$	Valore dell'angolo di direzione (PQ)*
1	+	+	+	$(PQ)^* = (PQ)$
2	-	+	-	$(PQ)^* = (PQ) + \pi$
3	+	-	-	$(PQ)^* = (PQ) + \pi$
4	-	-	+	$(PQ)^* = (PQ) + 2\pi$

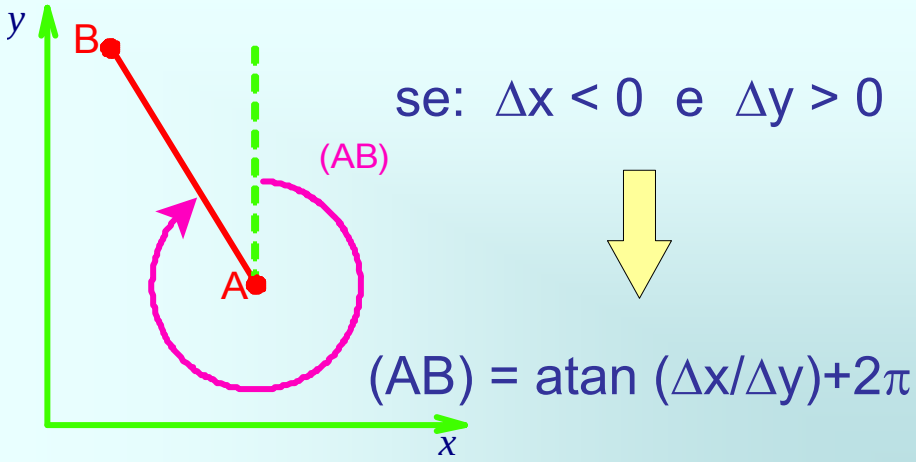
Riduzione dell'angolo di direzione ai vari quadranti

Casi particolari:

0/0	angolo indeterminato
+/0	$\vartheta = \pi/2$
-/0	$\vartheta = 3\pi/2$
0/+	$\vartheta = 0$
0/-	$\vartheta = \pi$

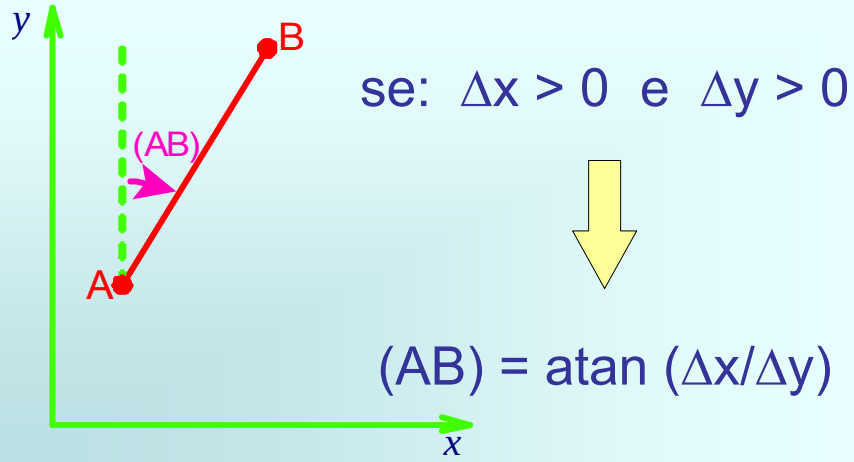
ANGOLO DI DIREZIONE O AZIMUT

•L'"angolo di direzione" varia da 0 a 2π a seconda della posizione di B rispetto ad A nei 4 quadranti



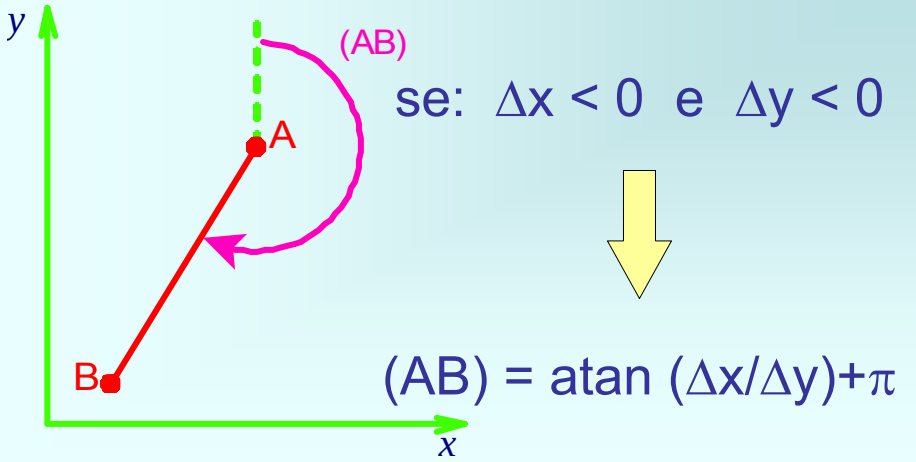
se: $\Delta x < 0$ e $\Delta y > 0$

$(AB) = \text{atan}(\Delta x/\Delta y) + 2\pi$



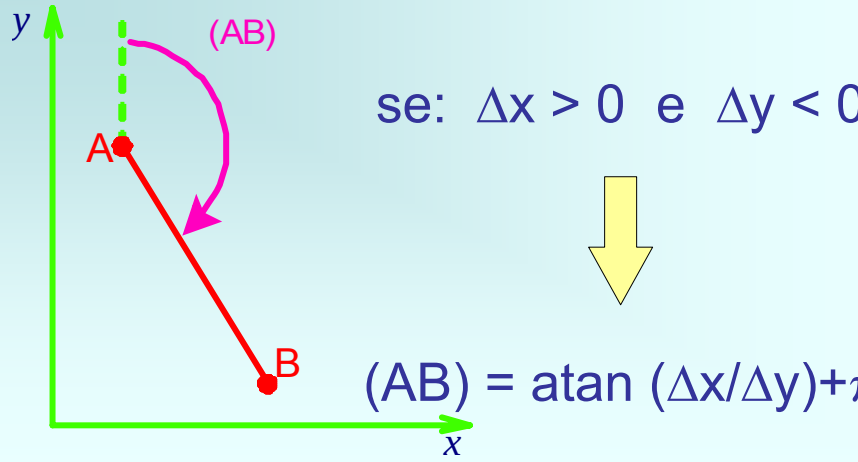
se: $\Delta x > 0$ e $\Delta y > 0$

$(AB) = \text{atan}(\Delta x/\Delta y)$



se: $\Delta x < 0$ e $\Delta y < 0$

$(AB) = \text{atan}(\Delta x/\Delta y) + \pi$



se: $\Delta x > 0$ e $\Delta y < 0$

$(AB) = \text{atan}(\Delta x/\Delta y) + \pi$

ANGOLO DI DIREZIONE O AZIMUT

•La distanza potrà essere ricavata dalle espressioni:

$$\bullet D_{PQ} = (x_Q - x_P) / \sin(PQ) = (y_Q - y_P) / \cos(PQ)$$

•Le coordinate del punto Q, note le coordinate del punto P, la distanza e l'angolo di direzione (PQ) si ricavano dalle seguenti relazioni:

$$\bullet x_Q = x_P + D_{PQ} \sin(PQ)$$
$$\bullet y_Q = y_P + D_{PQ} \cos(PQ)$$

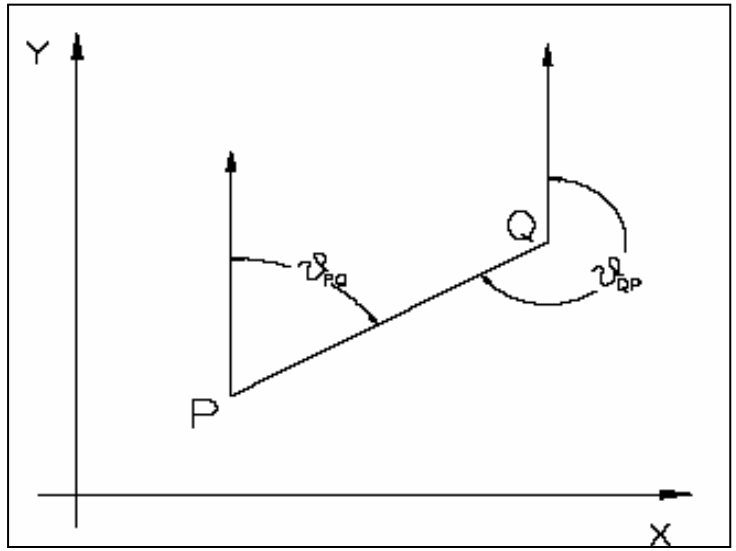
ANGOLO DI DIREZIONE RECIPROCO

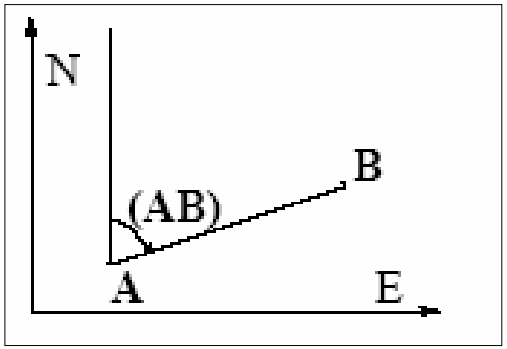
•L'angolo di direzione (PQ) è diverso dall'angolo di direzione (QP)

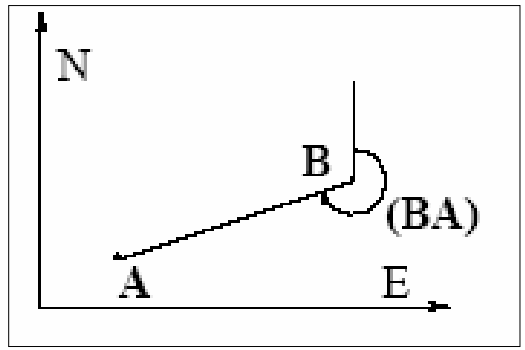
•L'angolo di direzione (QP) si definisce reciproco di (PQ) ed è definito come sopra quando la rotazione avviene sul punto Q ed è desumibile da:

•(QP) = (PQ) ± π

•con il segno "+" se (PQ) < π







•con il segno "-" se (PQ) > π

ESERCIZIO SU ANGOLO DI DIREZIONE

•Verificare i seguenti angoli di direzione calcolati rispetto al punto P, di coordinate

•X_P = 123.49m; Y_P = 144.35m,

•considerando i seguenti punti di coordinate:

1. X_1 = 103.41m; Y_1 = 182.52m
2. X_2 = 224.35m; Y_2 = 327.42m
3. X_3 = 62.62m; Y_3 = 37.24m
4. X_4 = 183.92m; Y_4 = 42.32m

ESERCIZIO SU ANGOLO DI DIREZIONE

$\Delta_X = X_1 - X_P = 103.41m - 123.49m = -20.08m$ → $\Delta_X < 0$

$\Delta_Y = Y_1 - Y_P = 182.52m - 144.35m = 38.17m$ → $\Delta_Y > 0$

IV QUADRANTE

$(P1) = \text{atan}(-20.08m/38.17m) + 400^g = 369.1696^g$

ESERCIZIO SU ANGOLO DI DIREZIONE

$\Delta_X = X_2 - X_P = 224.35m - 123.49m = 100.86m$ → $\Delta_X > 0$

$\Delta_Y = Y_2 - Y_P = 327.42m - 144.35m = 183.07m$ → $\Delta_Y > 0$

I QUADRANTE

$(P2) = \text{atan}(100.86m/183.07m) = 32.0578^g$

ESERCIZIO SU ANGOLO DI DIREZIONE

$\Delta_X = X_3 - X_P = 62.62m - 123.49m = -60.87m$ → $\Delta_X < 0$

$\Delta_Y = Y_3 - Y_P = 37.24m - 144.35m = -107.11m$ → $\Delta_Y < 0$

III QUADRANTE

$(P3) = \text{atan}(-60.87m/-107.11m) + 200^g = 232.8992^g$

ESERCIZIO SU ANGOLO DI DIREZIONE

$\Delta_X = X_4 - X_P = 183.92m - 123.49m = 60.43m$ → $\Delta_X > 0$

$\Delta_Y = Y_4 - Y_P = 42.32m - 144.35m = -102.03m$ → $\Delta_Y < 0$

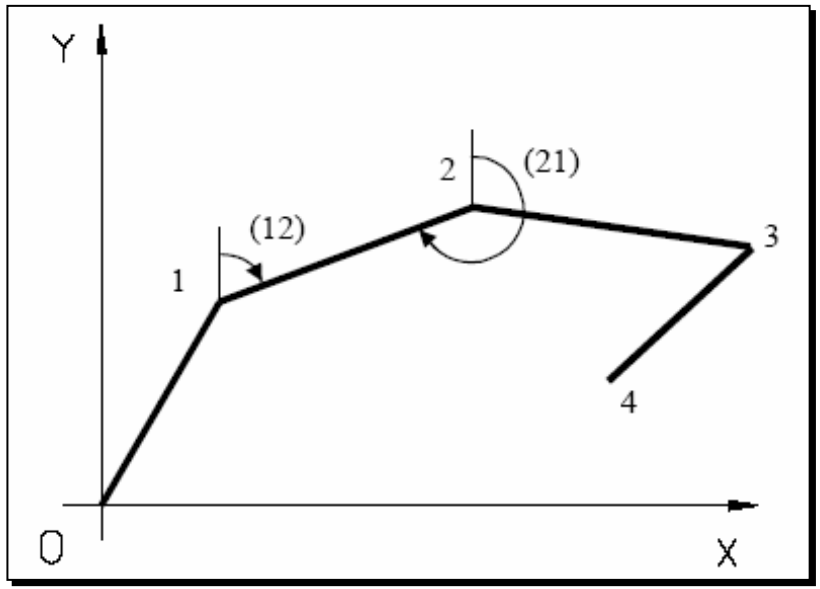
II QUADRANTE

$(P4) = \text{atan}(60.43m/-102.03m) + 200^g = 169.9586^g$

•Il trasporto dell'angolo di direzione e delle coordinate lungo una spezzata è un caso che si presenta di frequente in topografia quando si misurano lunghezze di lati di una spezzata e angoli tra loro compresi.

•Nello schema che segue sono stati misurati gli angoli orari tra lati successivi della spezzata rappresentata, nonché le lunghezze di tali lati.

Per assegnare il sistema di riferimento devono ancora essere note almeno le coordinate di un punto (ad esempio quello di inizio X_O, Y_O) e un angolo di direzione (ad esempio quello del primo lato 01).



PROPAGAZIONE DELL'AZIMUT LUNGO UNA SPEZZATA

•Per determinare le coordinate di tutti i punti è necessario trovare l'angolo di direzione di tutti i lati della spezzata.

•In generale, l'angolo di direzione di un lato successivo si ottiene applicando la formula di trasporto degli angoli di direzione:

$$\theta_i = \theta_{i-1} + \alpha_i \pm \pi \pm n\,2\pi$$

•Da questo deriva che l'azimut di un lato successivo si ottiene aggiungendo a quello del lato che lo precede, relativo all'estremo non comune, l'angolo compreso tra il lato che precede e quello che segue:

- aggiungendo π se la somma $(\theta_{i-1} + \alpha_i)$ è minore di un angolo piatto;
- togliendo π se la somma $(\theta_{i-1} + \alpha_i)$ è maggiore di un angolo piatto.

PROPAGAZIONE DELL'AZIMUT LUNGO UNA SPEZZATA

•Una volta noto l'angolo (AP) si hanno le coordinate di P dalle relazioni:

$$\bullet Y_P = Y_A + d_{AP} \cos (AP)$$

$$\bullet X_P = X_A + d_{AP} \text{ sen } (AP)$$

•Più in generale, data una spezzata, risulta:

$$\bullet \mathbf{Y_i = Y_{i-1} + d_{i-1,i} \cos (\theta_{i-1,i})}$$

$$\bullet \mathbf{X_i = X_{i-1} + d_{i-1,i} \text{ sen } (\theta_{i-1,i})}$$

ESERCIZIO: PROPAGAZIONE DELL'AZIMUT

•In una spezzata di 5 vertici con senso di percorrenza secondo la numerazione crescente, sono state misurate le lunghezze dei lati:

•l_{12} = 80,43 m; l_{23} = 69,19 m; l_{34} = 57,82 m; l_{45} = 95,42 m,

•e le rotazioni orarie che deve compiere il lato precedente per sovrapporsi al successivo:

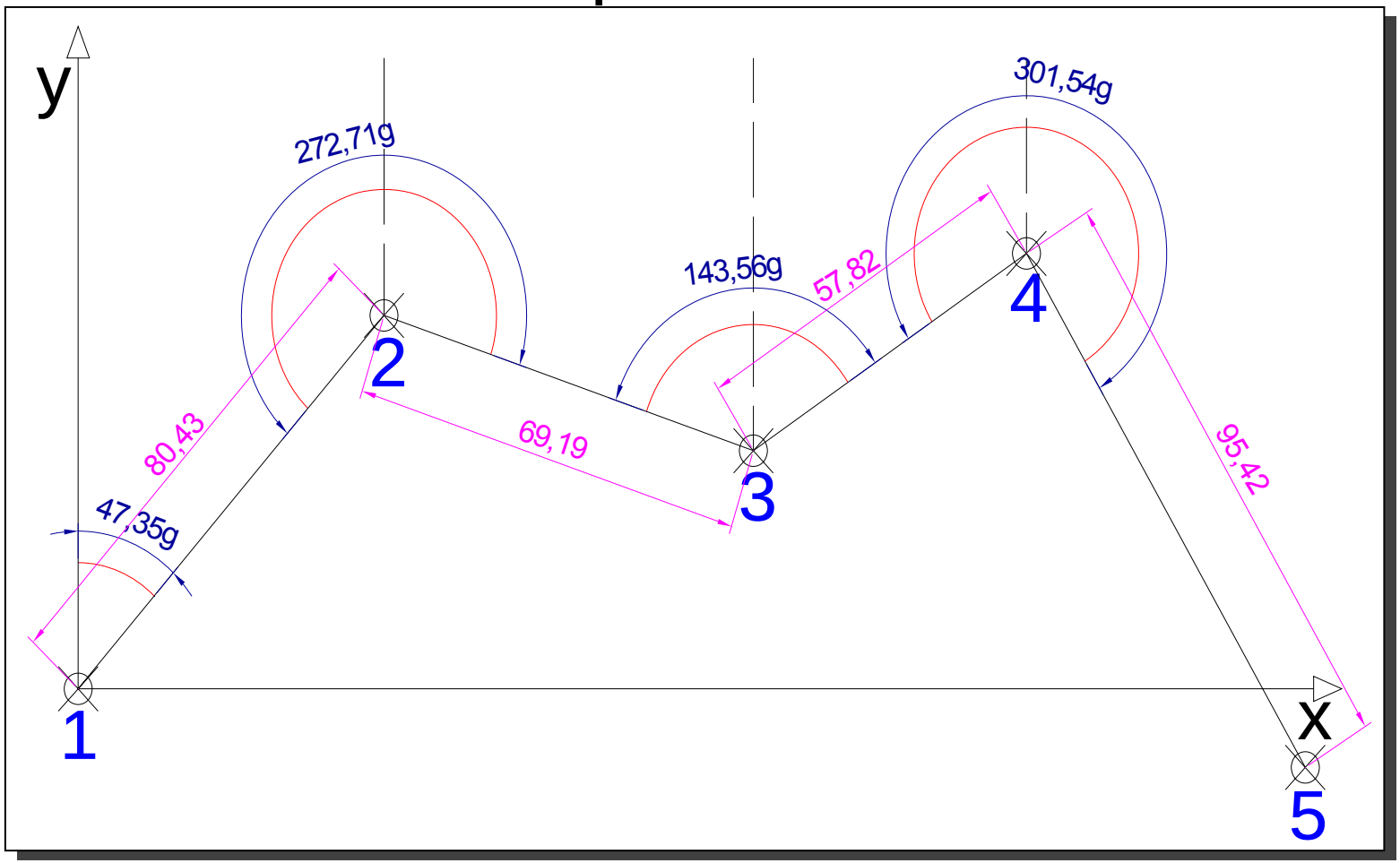
α_2 = 272,71 gon; α_3 = 143,56 gon; α_4 = 301,54 gon.

•Il sistema di riferimento è stato scelto con origine nel punto 1 e in maniera che il lato **12** formi un angolo con l'asse Y pari a:

θ_{12} = 47,35 gon.

•Determinare le coordinate di tutti i vertici.

- Rappresentazione grafica dei dati del problema:



ESERCIZIO: PROPAGAZIONE DELL'AZIMUT

•Inizialmente si ricavano gli angoli di direzione relativi ai vertici intermedi:

θ_{23} = 272,71 gon + 47,35 gon = 320,06 gon

θ_{23norm} = 320,06 gon – 200 gon = 120,06 gon

θ_{34} = 143,56 gon + 120,06 gon = 263,62 gon

θ_{34norm} = 263,62 gon – 200 gon = 63,62 gon

θ_{45} = 301,54 gon + 63,62 gon = 365,16 gon

θ_{45norm} = 365,16 gon – 200 gon = 165,16 gon

- Successivamente si ricavano le coordinate di ciascun vertice:

$x_2 = x_1 + l_{12}\,\text{sen}\theta_{12} = 0\text{ m} + 80{,}43\text{ m} \times \text{sen}(47{,}35\text{ gon}) = 54{,}46\text{ m}$

$y_2 = y_1 + l_{12}\,\cos\theta_{12} = 0\text{ m} + 80{,}43\text{ m} \times \cos(47{,}35\text{ gon}) = 59{,}19\text{ m}$

$x_3 = x_2 + l_{23}\,\text{sen}\theta_{23} = 54{,}46\text{ m} + 69{,}19\text{ m} \times \text{sen}(120{,}06\text{ gon}) = 120{,}24\text{ m}$

$y_3 = y_2 + l_{23}\,\cos\theta_{23} = 59{,}19\text{ m} + 69{,}19\text{ m} \times \cos(120{,}06\text{ gon}) = 37{,}75\text{ m}$

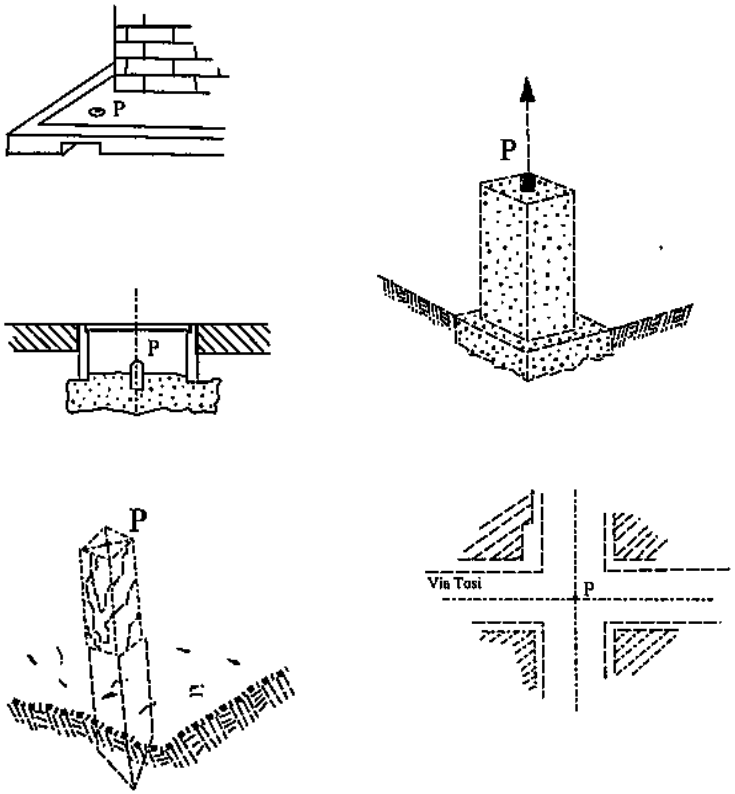
$x_4 = x_3 + l_{34}\,\text{sen}\theta_{34} = 120{,}24\text{ m} + 57{,}82\text{ m} \times \text{sen}(63{,}62\text{ gon}) = 168{,}87\text{ m}$

$y_4 = y_3 + l_{34}\,\cos\theta_{34} = 37{,}75\text{ m} + 57{,}82\text{ m} \times \cos(63{,}62\text{ gon}) = 69{,}02\text{ m}$

$x_5 = x_4 + l_{45}\,\text{sen}\theta_{45} = 168{,}87\text{ m} + 95{,}42\text{ m} \times \text{sen}(165{,}16\text{ gon}) = 218{,}52\text{ m}$

$y_5 = y_4 + l_{45}\,\cos\theta_{45} = 69{,}02\text{ m} + 95{,}42\text{ m} \times \cos(165{,}16\text{ gon}) = -12{,}46\text{ m}$

Materializzazione dei punti



Il punto di stazione, come rappresentato nelle figure, può essere costituito da:

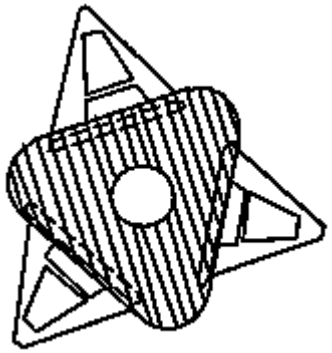
- una borchia metallica infissa a terra.
- un cilindretto cementato in una gettata di calcestruzzo
- incrocio delle diagonali sulla testa di un paletto
- un punto non materializzato, ma facilmente individuabile

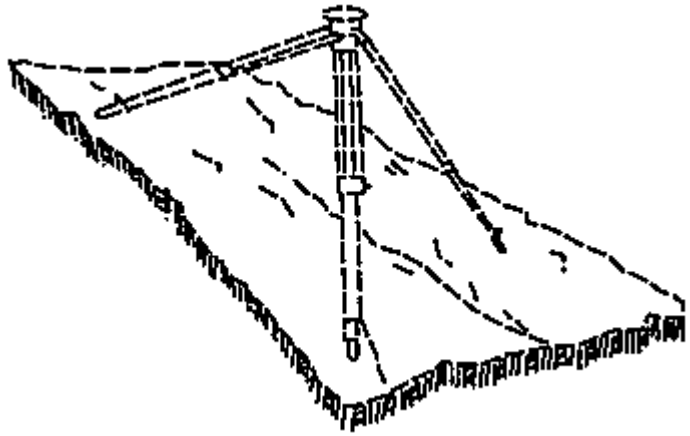
I punti collimati possono essere:

- punti di strutture artificiali esistenti
- punti del tipo su cui si fa stazione resi evidenti a distanza grazie ad opportuni segnali.

Treppiede

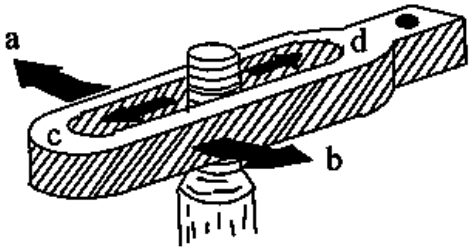
Per sostenere gli strumenti di misura o i segnali da collimare, si usa spesso il treppiede. Esso è formato da tre gambe allungabili, che sono incernierate ad una piastra che diremo **piastra d'appoggio**. Vista dall'alto la piastra ha una forma di triangolo ad angoli smussati con foro centrale.

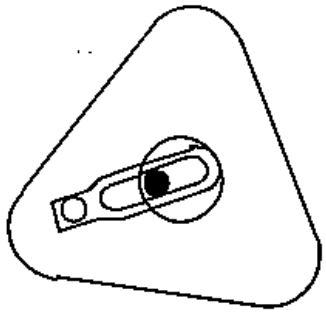


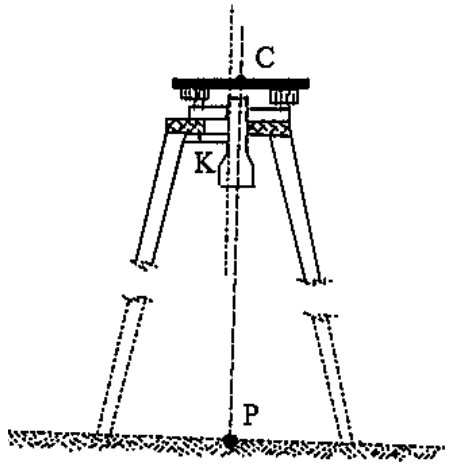


Nel foro centrale passa una grossa vite, detta **vitone**, mediante la quale si fissa al treppiede o direttamente lo strumento o un dispositivo intermedio tra il treppiede stesso e lo strumento, che si chiama **basetta**.

Treppiede





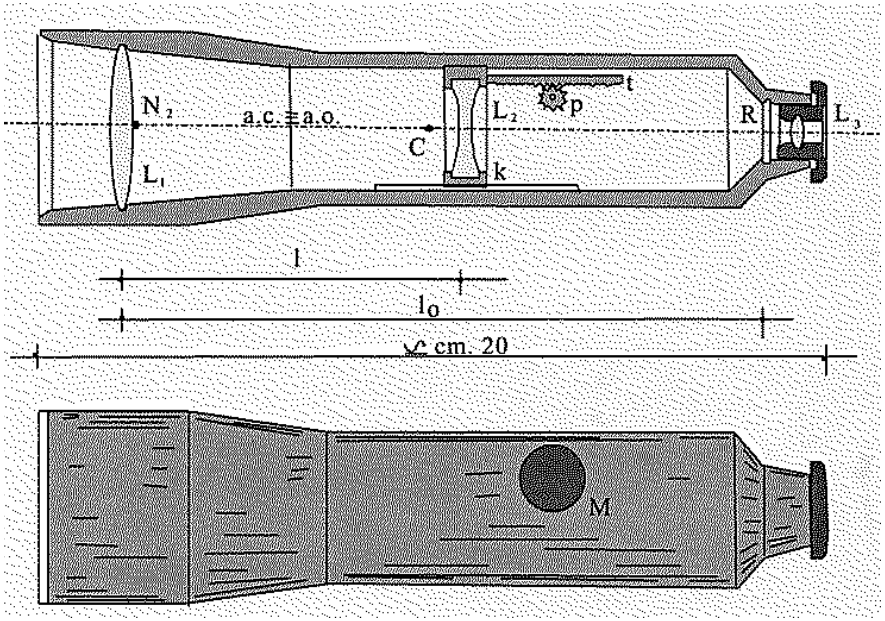


Quando si vuole realizzare una misura bisogna innanzitutto mettere il treppiede in stazione sul punto. Si procede nel seguente modo:

- si posiziona il foro della piastra approssimativamente sulla verticale del punto agendo opportunamente sulle tre gambe allungabili indipendenti (ci si può aiutare con un filo a piombo)
- si rende la piastra approssimativamente orizzontale (con l'ausilio di una livella sferica)
- grazie al vitone, che può scorrere in una specie di collare oblungo, è possibile posizionare il centro dello strumento sul punto di stazione anche se il centro della piastra d'appoggio non è esattamente sul punto.

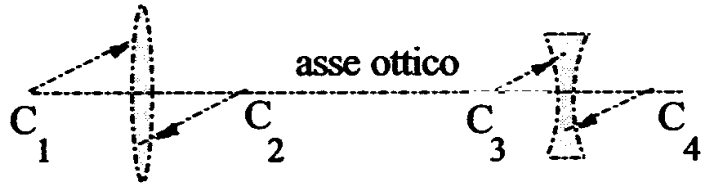
Cannocchiale topografico

Per materializzare la retta che congiunge idealmente il punto di stazione con il punto collimato, viene utilizzato un cannocchiale topografico, costituito da:



- un corpo metallico tubolare;
- una lente obiettiva L_1, generalmente convergente;
- una lente interna L_2, generalmente divergente;
- un reticolo R, che è una lastrina di vetro con sopra incisi dei riferimenti a croce;
- una lente oculare L_3, generalmente convergente;

Le lenti L_1 e L_2 sono delimitate da superfici sferiche i cui centri C_i devono essere tutti allineati su na retta, detta **asse ottico**.



Cannocchiale topografico

La retta che congiunge la lente obiettiva con il centro del reticolo è detta invece **asse di collimazione**.

Nel cannocchiale l'asse ottico e l'asse di collimazione devono essere coincidenti.

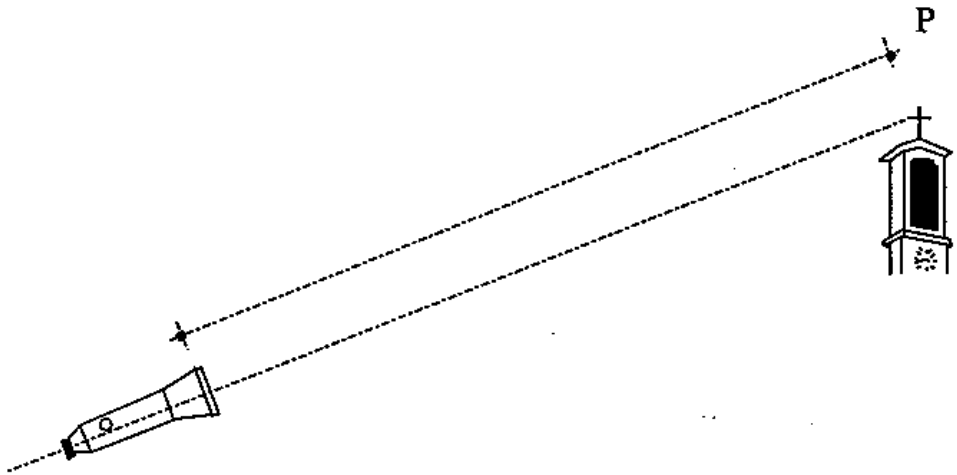
La distanza l_0 tra la lente L_1 ed il reticolo è fissa, mentre la distanza tra la lente L_1 e la lente L_2 è variabile. La lente L_2, infatti, può essere traslata lungo l'asse ottico, tramite una cremagliera, ruotando il bottone M. In questa operazione la coincidenza dell'asse ottico con quello di collimazione deve essere sempre garantita.

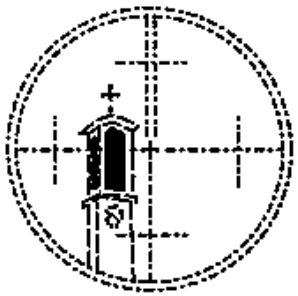
Collimare un punto con il cannocchiale significa puntare il cannocchiale sul punto P in modo che esso si trovi sull'asse ottico dello stesso.

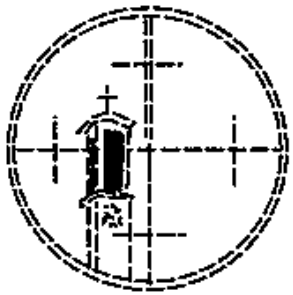
Cannocchiale topografico

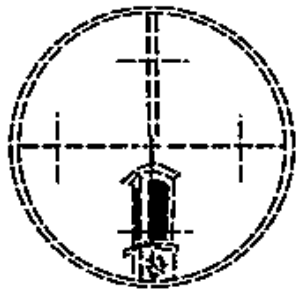
Poichè l'asse ottico coincide con l'asse di collimazione, la condizione citata è verificata quando il puntamento viene effettuato in modo che l'immagine del punto P si formi sul reticolo, in coincidenza dell'incrocio dei tratti che ne determinano il centro.

Per questa operazione, sui cannocchiali sono disponibili dei sistemi di mira grossolani, che permettono di inquadrare nell'obiettivo l'elemento da collimare.







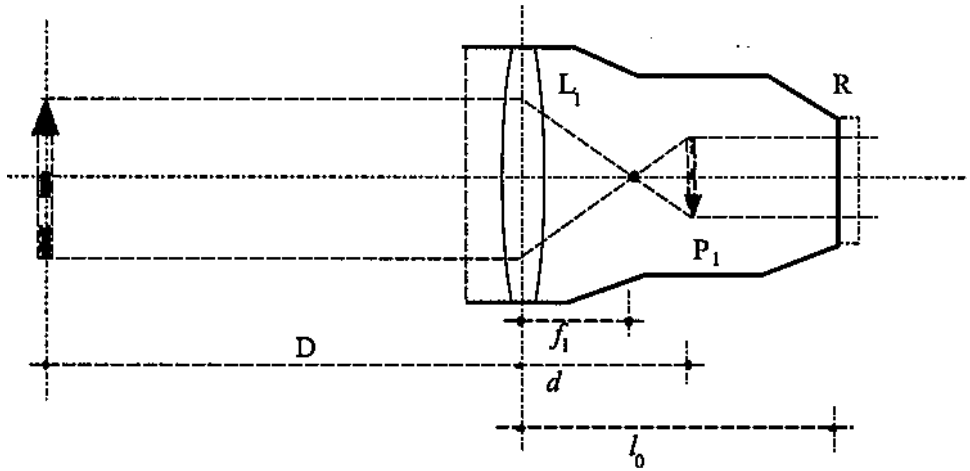


Grazie a delle viti di movimento micrometrico è poi possibile realizzare il centramento di precisione.

Cannocchiale topografico

Se ci fosse solo la lente L_1 di focale f_1, l'immagine di un punto P, alla distanza D dalla lente, si formerebbe nello spazio immagine ad una distanza d dalla lente data dalla relazione:

$$d = \frac{f_1 \cdot D}{D - f_1}$$



In generale d risulterebbe diversa da l_0 e quindi l'immagine di P non si formerebbe sul reticolo R.
La funzione della lente L_2 è proprio quella di ottenere questo risultato, cioè di far formare l'immagine di P sul piano del reticolo; infatti l'insieme delle lenti L_1 e L_2 costituisce un sistema ottico la cui focale risultante è data dalla relazione:

$$f = \frac{f_1 \cdot f_2}{f_1 + f_2 - I}$$

essendo f2 l afocale di L2 ed l la distanza tra le due lenti; variando la distanza l si può quindi variare il valore di f.

Pertanto, considerando l'insieme delle due lenti L1 ed L2, può essere resa uguale a l0 la distanza d, dalla prima lente L1 dell'immagine di un punto P posto alla distanza D.

Ciò avviene facendo variare opportunamente la distanza l tra le due lenti sino a che si realizza la condizione:

$$d = l_0 = \left(\frac{f_1 \cdot f_2}{f_1 + f_2 - l} \cdot D \right) \Big/ \left(D - \frac{f_1 \cdot f_2}{f_1 + f_2 - l} \right)$$

Cannocchiale topografico

La lente oculare L_3 serve come lente d'ingrandimento, per vedere ingranditi sia l'immagine che si forma sul reticolo, sia il reticolo stesso, in modo da poter collimare i punti con la necessaria accuratezza.

Inoltre, poichè talvolta l'insieme delle due lenti L_1 e L_2 dà sul reticolo un'immagine capovolta, la lente oculare può servire a capovolgerla e vederla diritta.

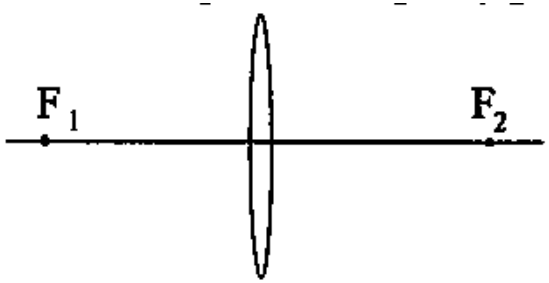
La lente L_3 può essere leggermente avvicinata al reticolo mediante avvitamento, in modo da sopperire ad eventuali difetti di vista dell'operatore.

Il movimento della lente oculare non è critico come quello della lente L_2, perchè non interviene nella formazione dell'immagine sul reticolo e non definisce quindi asse ottico e di collimazione.

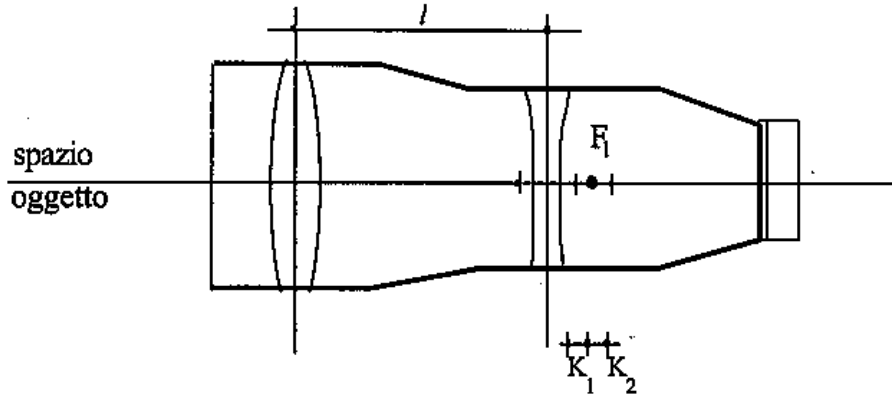
IN REALTA' NEI CANNOCCHIALI NON ESISTONO SINGOLE LENTI L_1, L_2, L_3, MA CIASCUNA DI ESSE E' FORMATA DA UN PACCHETTO DI LENTI AL FINE DI CORREGGERE LE ABERRAZIONI. INOLTRE, IL RADDRIZZAMENTO DELL'IMMAGINE VIENE SOLITAMENTE REALIZZATO CON UN SISTEMA DI PRISMI POSTO TRA LENTE L_2 ED IL RETICOLO.

Cannocchiale topografico

Considerando una lente semplice, i suoi due fuochi stanno uno da una parte e uno dall'altra rispetto la lente stessa, uno nello spazio dell'oggetto ed uno in quello dell'immagine.



Nel cannocchiale topografico invece il sistema ottico, costituito dalle lenti L_1 ed L_2, viene progettato in modo che il primo fuoco F_1 del sistema cada all'interno del cannocchiale stesso.

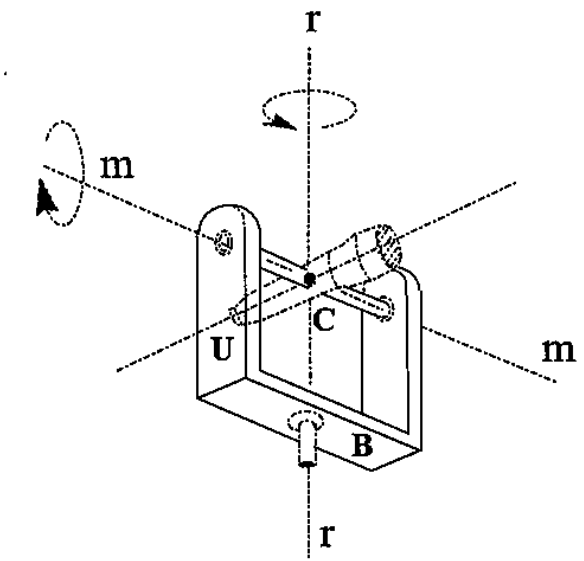


Cannocchiale topografico

Poichè la focale f del sistema varia con la distanza l tra le due lenti, anche la posizione del primo fuoco non è costante, ma varierà in un intervallo k_1 - k_2, la cui ampiezza è dell'ordine di 1 - 2 mm.

Vedremo che, per poter dare al cannocchiale delle rotazioni azimutali e zenitali, esso sarà montato su un asse rotante m, sostenuto da un supporto U, che a sua volta è sorretto da un basamento B; il supporto U può inoltre ruotare intorno ad un asse r.

r → **asse primario**
m → **asse secondario**



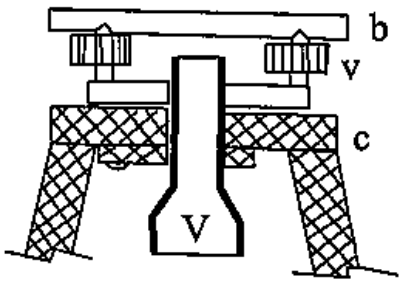
Gli assi m ed r devono essere complanari ed ortogonali.
Il cannocchiale deve essere montato in modo che l'asse di collimazione passi per il punto C (**centro dello strumento**), intersezione degli assi m ed r.

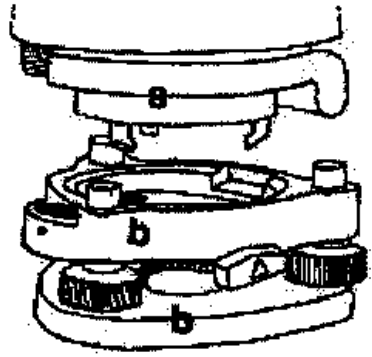
Il sistema di lenti viene progettato in modo che l'intervallo $k_1 – k_2$, in cui cade F_1, sia centrato nel punto C.

Basetta

La basetta è un dispositivo interposto tra treppiede e strumento. Essa si compone di tre parti:

- una piastra base
- una piastra basculante
- tre viti (**viti calanti**), che uniscono le due piastre





La piastra di base viene resa solidale alla piastra d'appoggio del treppiede grazie al vitone.

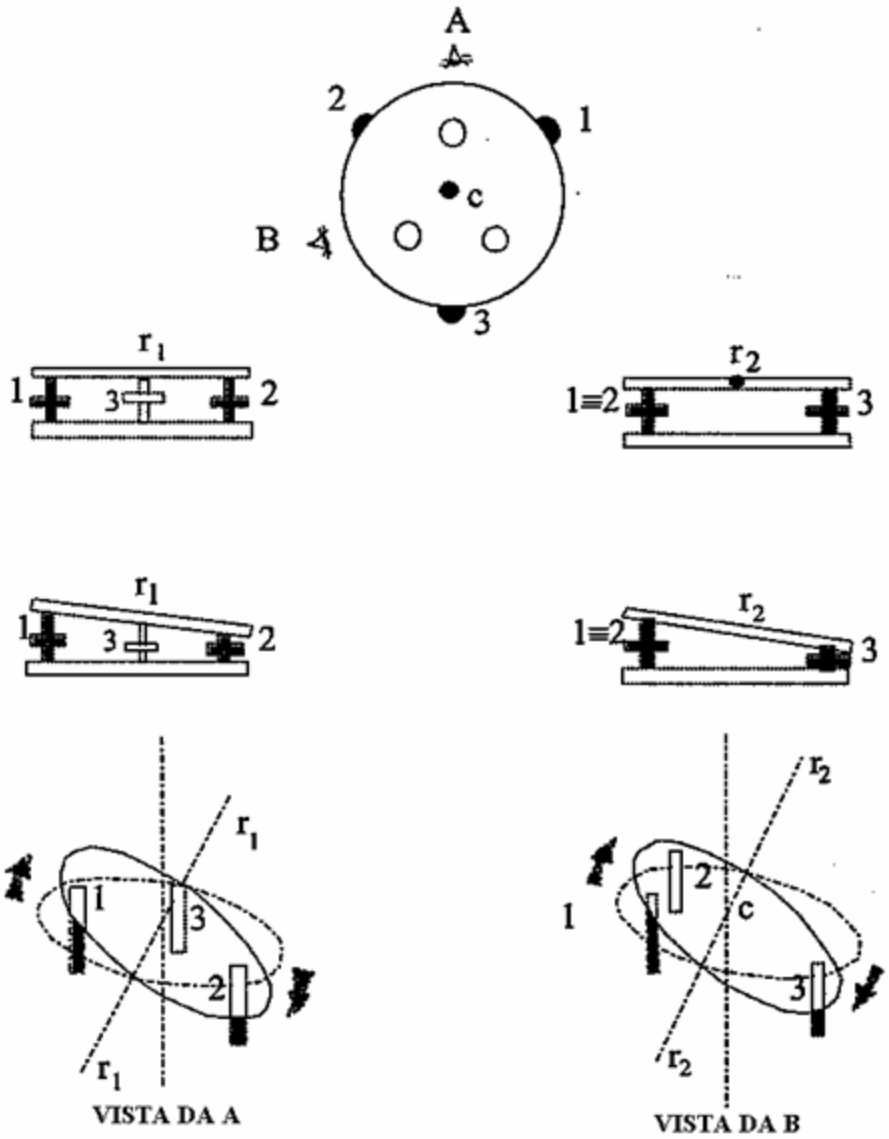
Le viti calanti hanno la funzione di permettere il basculamento rispetto alla piastra base e di realizzare la perfetta orizzontalità della piastra basculante.

Basetta

Nello schema è riportato il funzionamento delle viti calanti:

- ruotando le viti 1 e 2 in senso contrario, si può far ruotare la piastra basculante intorno un asse r_1, che congiunge il centro della basetta con la vite 3.

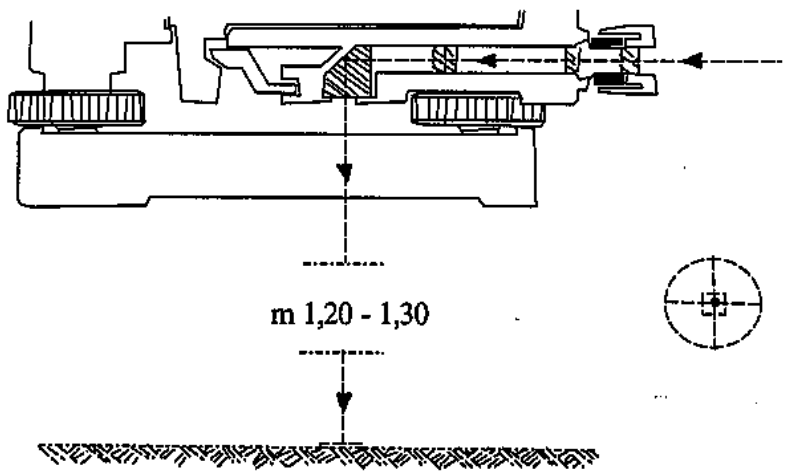
- ruotando la vite 3 o le viti 1 e 2 nello stesso senso, si può far ruotare la piastra basculante intorno ad un asse r2, che è ortogonale al precedente e passa per il centro della basetta.



Basetta

Nella piastra basculante ci sono tre alloggiamenti, cioè tre fori, nei quali si infilano e rimangono prigionieri per mezzo di un apposito dispositivo, comandato da una levetta, i tre piedini dello strumento (o del segnale).

Nella piastra basculante esiste poi un dispositivo, detto **piombo ottico**, che serve per centrare la basetta e quindi lo strumento sul punto di stazione.
Il piombo ottico è formato da un piccolo cannocchiale, costituito da una lente obiettiva, da un reticolo e da un oculare; il cannocchiale è a fuoco fisso, cioè la distanza tra lente obiettiva ed il reticolo è invariabile.
Non c'è bisogno di lente interna perchè la distanza del terreno dalla basetta è all'incirca sempre uguale.
Davanti alla lente obiettiva c'è poi un prisma che rimanda in senso orizzontale le immagini che provengono dal basso verso l'alto lungo la verticale.



Per permettere l'uso del piombo ottico il vitone deve essere cavo.

Livella torica

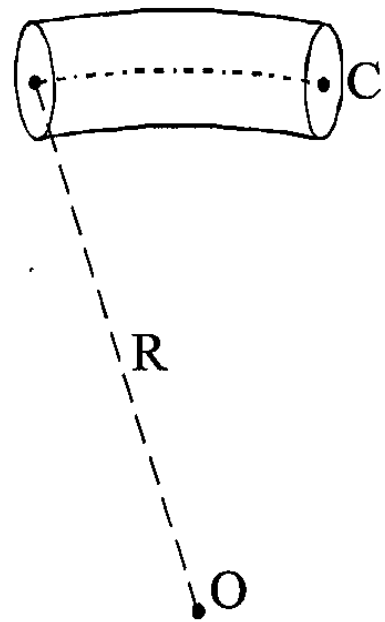
La livella torica è costituita da una fiala cilindrica di vetro la cui parte superiore è internamente lavorata a forma di superficie torica (rotazione di un cerchio C intorno ad un centro O).

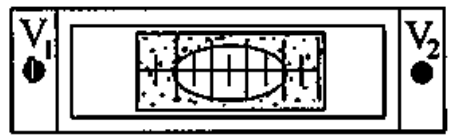
La fiala è inserita in una custodia metallica ed è fissata agli strumenti.

Sulla parte superiore della fiala è incisa una graduazione a tratti, distanziati di 2 mm, simmetrica rispetto uno zero centrale.

La tangente al punto centrale della graduazione si chiama **tangente centrale della livella**.

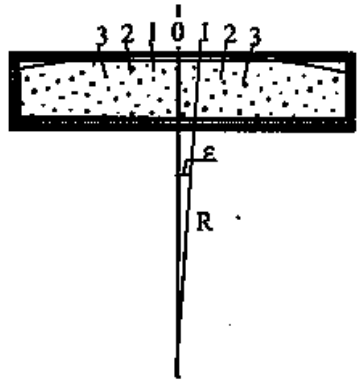
La fiala contiene un liquido abbastanza volatile, ad esempio alcool, che è in parte allo stato gassoso e quindi forma la bolla.





Livella torica

Quando si vuole disporre orizzontale la tangente centrale di una livella, occorre posizionare la livella stessa in modo che la bolla si disponga con le estremità equidistanti dal punto zero della graduazione.



sensibilità livella → angolo, espresso in secondi sessagesimali, che sottende un tratto di graduazione (data in “/mm).

Una livella consente una maggior accuratezza nel disporre gli assi verticali ed orizzontali, quanto più è sensibile.

Strumenti di elevata precisione

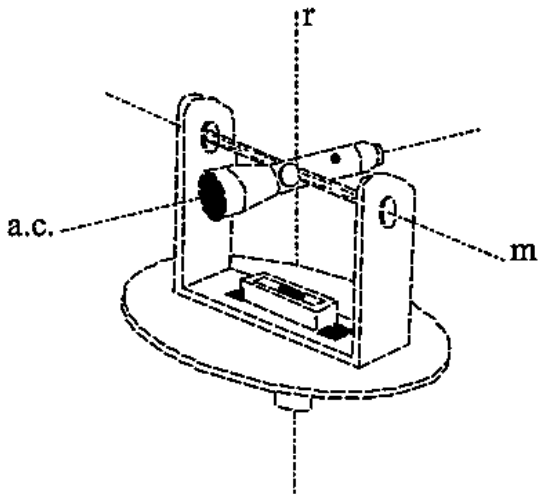
⇩

sensibilità livella 10”/2mm – 20”/2mm

In una livella con sensibilità di 10”/mm il raggio R vale 40m.

Livella torica

Ponendo una livella torica sull'alidada, cioè sul supporto del cannocchiale di un teodolite, è possibile rendere verticale l'asse del basamento sul quale l'alidada ruota e quindi anche l'asse di rotazione dell'alidada stessa.



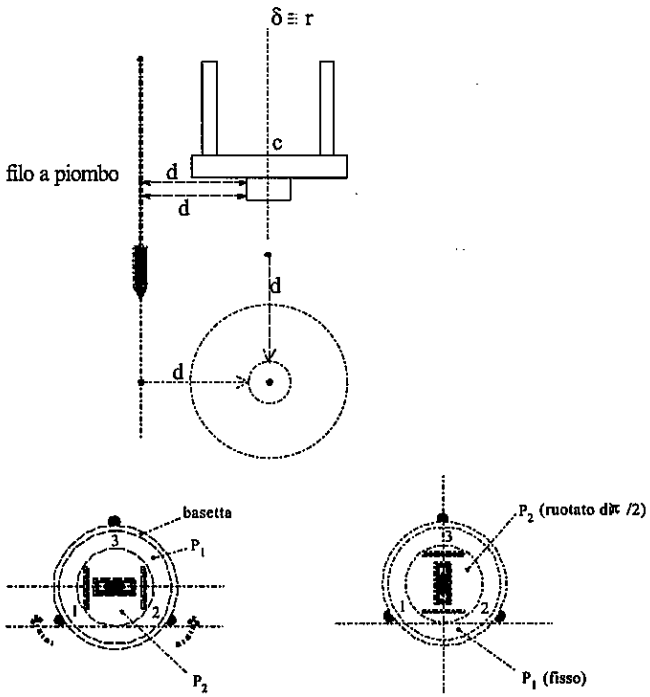
L'asse r viene fatto coincidere con la verticale passante per il punto di stazione e materializza lo spigolo degli angoli azimutali.

A causa degli inevitabili giochi meccanici degli strumenti e del fatto che, anche usando livelle molto sensibili, non si riesce ad agire sulle viti calanti in modo da sfruttare in pieno la sensibilità della livella, non si riesce mai a rendere perfettamente verticale un asse → **errore residuo di verticalità**

Livella torica

Per rendere verticale un asse con una livella torica bisogna:

- disporre la livella parallela alla congiungente due viti calanti e centrarla;
- ruotare l'elemento ruotante di 90° disponendo la livella torica in posizione ortogonale alla posizione precedente;
- centrare nuovamente la livella torica.

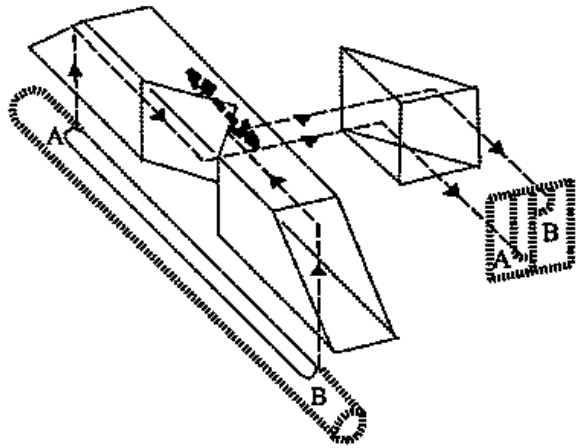


Se sullo strumento fossero montate due livelle toriche tra loro ortogonali non sarebbe necessario ruotare l'elemento mobile. Basterebbe disporre una delle due livelle parallela a due viti calanti e l'altra risulterebbe automaticamente disposta ortogonalmente in direzione delle terza vite.

Le due bolle, presenti in alcuni strumenti, non si utilizzano più negli strumenti moderni.

Livella torica a coincidenza

Per centrare la bolla nella livella torica a graduazione bisogna far assumere alle due estremità della bolla una posizione simmetrica rispetto allo zero centrale. Poichè in generale la bolla non ha lunghezza uguale ad un numero intero e pari di unità di graduazione, il centramento viene effettuato stimando che i due tratti siano uguali.
Questa operazione di stima non è necessaria nella livella a coincidenza.
In questo tipo di livella non è presente una graduazione ma sono presenti due prismi che raccolgono ognuno solo metà dell'immagine delle due estremità della bolla.
Nell'oculare le due metà dell'immagine sono riportate affiancate.
Nel momento in cui le due estremità sono in coincidenza significa che l'asse primario dello strumento è verticale.

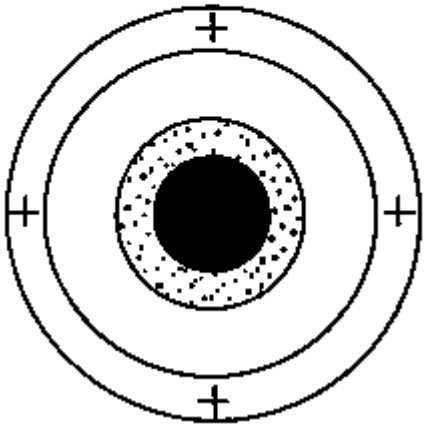


La precisione di questo tipo di livella è superiore di quella a graduazione.

Livella sferica

La livella sferica è costituita da un piccolo tronco di cilindro di vetro del diametro di circa 2 cm con la faccia inferiore piana e quella superiore a forma di calotta sferica. Sulla calotta è inciso un cerchietto.

La livella sferica, come quella torica, è piena di un liquido volatile con la bolla formata da parte del liquido volatilizzato. La bolla ha dimensioni tali da poter essere inscritta nel cerchietto inciso sulla calotta.



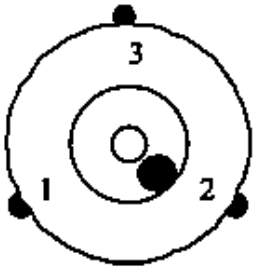
La sensibilità della livella sferica è molto inferiore a quella delle livelle toriche; essa è in genere compresa tra 4”/2mm e 8”/2mm, ed è quindi 40 – 50 volte meno sensibile di una livella torica.

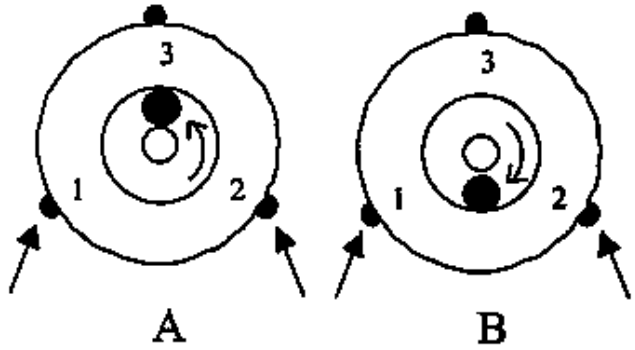
La livella sferica viene impiegata quando si possono tollerare errori residui di verticalità dell’ordine di 10’.

Una livella sferica è centrata quando la bolla risulta inscritta nel cerchietto inciso sulla calotta.

Livella sferica

Una livella sferica corrisponde alla presenza contemporanea di due livelle toriche poste ortogonalmente una rispetto all'altra.





Per centrare la bolla di una livella sferica si opera quindi come nel caso delle due livelle toriche.
Con la rotazione combinata delle viti 1 e 2 si porta la bolla in una posizione per la quale si trovi allineata con il centro del cerchietto inciso e con la vite 3. Poi, con la rotazione della vite 3, si porta la bolla nel centro della calotta.

La livella sferica, oltre che sugli strumenti, è spesso presente su accessori topografici, come stadie, bipedi, antenne GPS.

Funzione della basetta

Completando quanto detto in precedenza, la basetta è costituita da:

- una piastra di base
- una piastra basculante
- tre viti calanti
- una livella sferica
- un piombino ottico

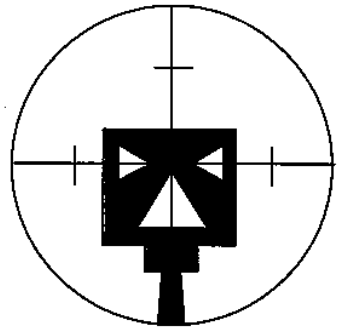
Quando la basetta è usata come supporto per uno strumento topografico, la funzione della livella sferica è quella di dare un assetto alla piastra basculante della basetta tale per cui, quando si mette lo strumento topografico su di essa, l'asse primario di rotazione si trovi in posizione prossima alla verticale. L'operatore poi, con la livella torica posta sull'alidada, migliorerà quindi l'assetto di verticalità dell'asse primario, sino a lasciare solo l'inevitabile errore residuo di verticalità.

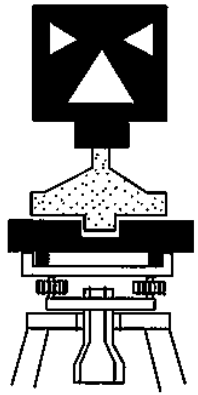
Accuratezza verticalità asse primario

- livella sferica basetta → ~ 5'
- livella torica alidada → ~ 5" – 10"

Funzione della basetta

I fori di alloggiamento sulla piastra basculante della basetta possono anche servire per fissare un segnale da collimare.
Un segnale è costituito da una piastra metallica sottile di forma rettangolare o quadrata ben collimabile, avente un asse di simmetria ed un centro ben individuabili.



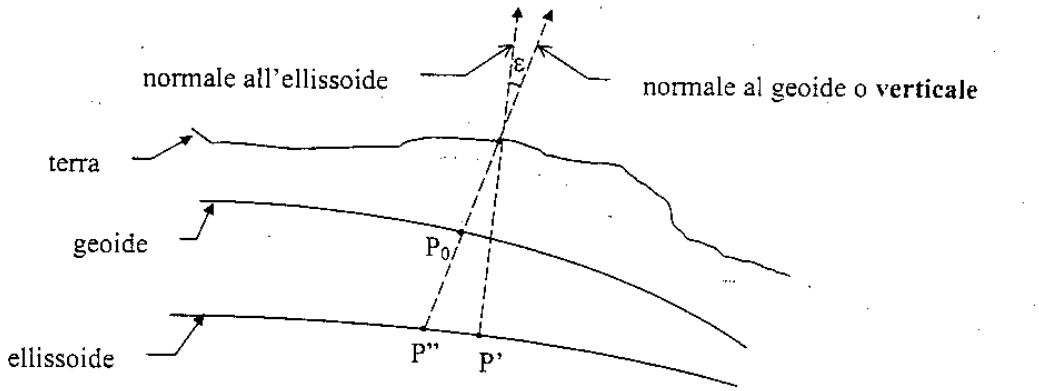


Sul lato inferiore del segnale è saldato un alloggiamento cilindrico che permette di infilare il segnale su un supporto dotato di tre piedini medianto i quali può essere inserito sulla basetta.
Un segnale può essere sostituito ad uno strumento topografico messo in stazione in un punto con una precisione elevata, cioè con un errore inferiore al decimo di millimetro.

Misura dei dislivelli

In un punto P della superficie terrestre si possono definire due normali:

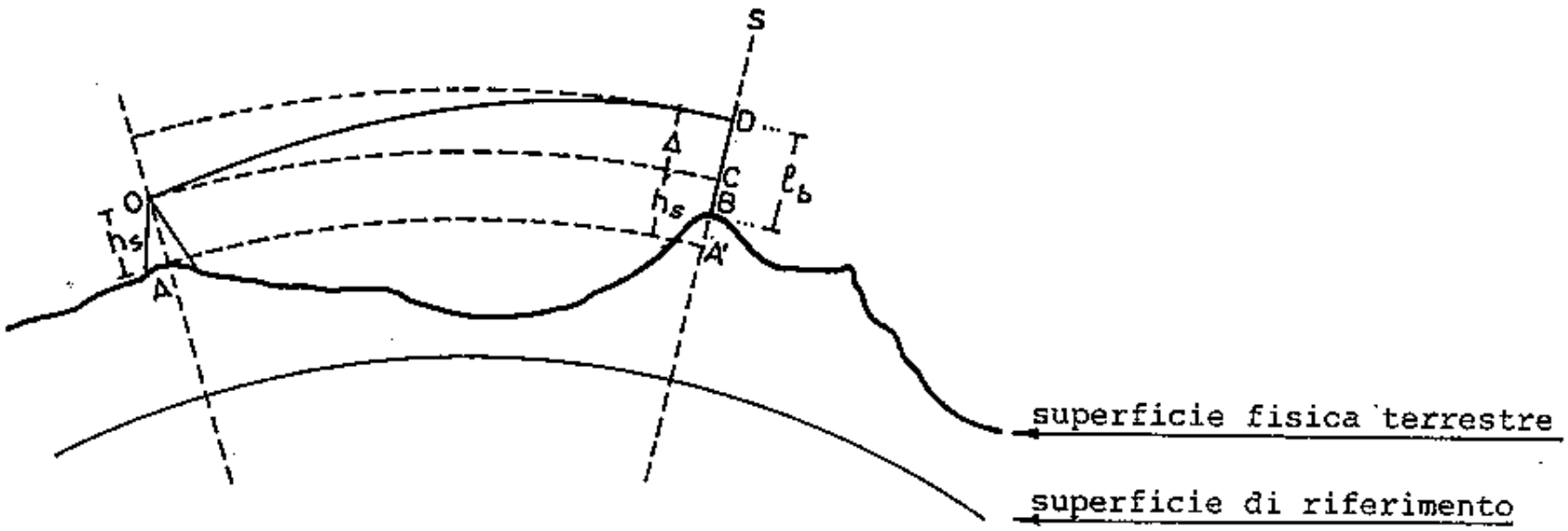
- normale al geoide (*o verticale*)
- normale all'ellissoide



$$h = H + N$$

PP'	=	h	→ altezza ellissoidica del punto P
PP_0	=	H	→ altezza ortometrica (*o quota*) del punto P
P_0P''	=	N	→ ondulazione del geoide (in Italia varia da + 37m in Calabria a +52m in Val d'Aosta)
ε			→ deviazione dalla verticale (poche decine di secondi sessagesimali, varia da zona a zona)

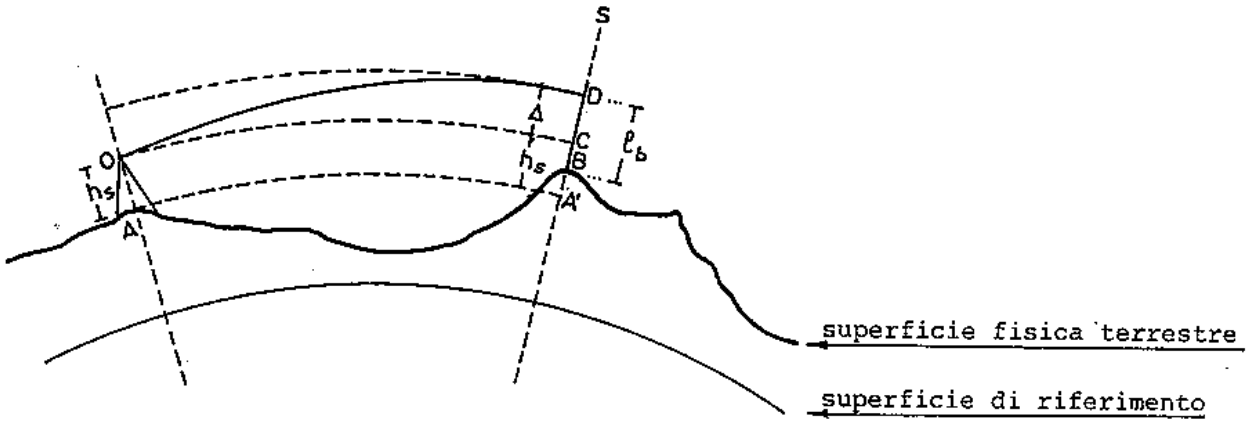
Misura dei dislivelli



A e B	→	punti iniziale e finale del tratto da livellare
O	→	centro dello strumento in A
s	→	asse verticale del segnale in B
D	→	punto in cui un raggio luminoso uscente da O incontra s
A' e C	→	punti di intersezione con s delle superfici ortometricamente parallele a quella di riferimento passanti per A ed O.

A'B = A'C + CD -BD

Misura dei dislivelli



$$A'B = A'C + CD - BD$$

con

A'B → differenza di quota Δ_{AB} tra A e B

A'C → altezza strumentale in A h_s (quota del centro dello strumento rispetto ad A)

CD → dislivello del segnale rispetto al centro O dello strumento: Δ

BD → quota del punto D rispetto al caposaldo B: l_b.

$$\Delta_{AB} = h_s + \Delta - l_b$$

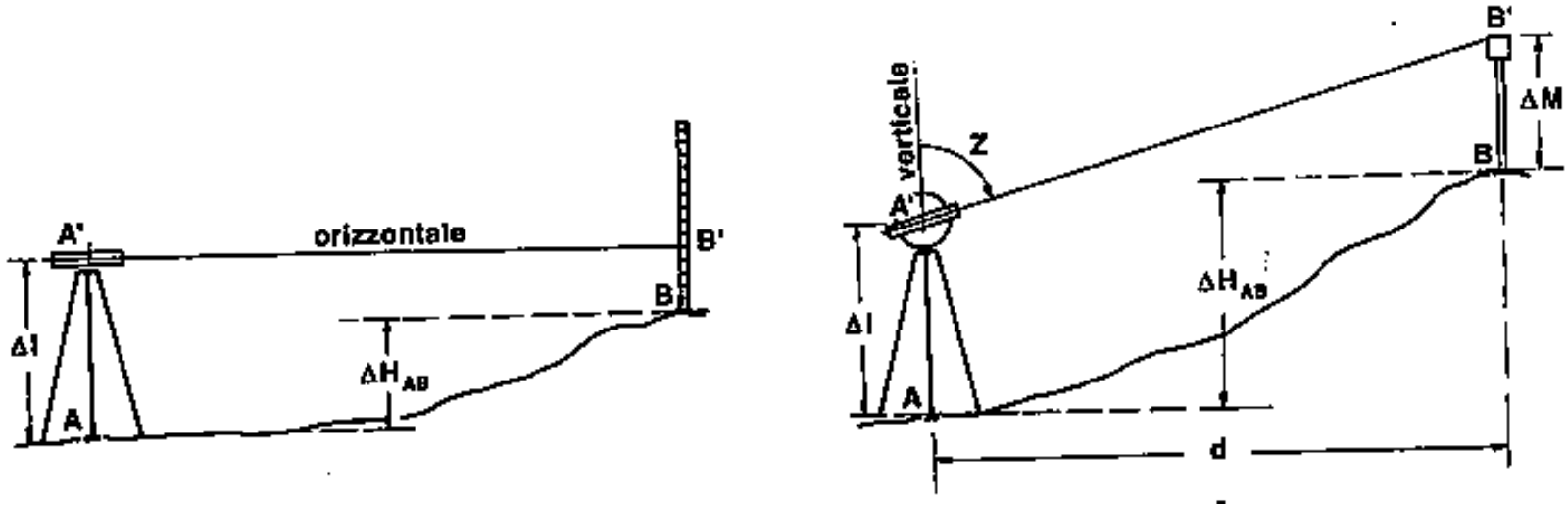
In prima approssimazione, dati gli schemi in figura, si può affermare che:

per determinare i dislivelli si può procedere con delle misure dirette, operando per semplice differenze di letture alla stadia → **livellazione geometrica**

$$\Delta_{AB} = AA' - BB'$$

oppure, è possibile procedere alla determinazione del dislivello tramite misure indirette di angoli e distanze → **livellazione trigonometrica**

$$\Delta_{AB} = d \cdot \cot Z + \Delta I - \Delta M = d \cdot \tan\alpha + \Delta I - \Delta M$$

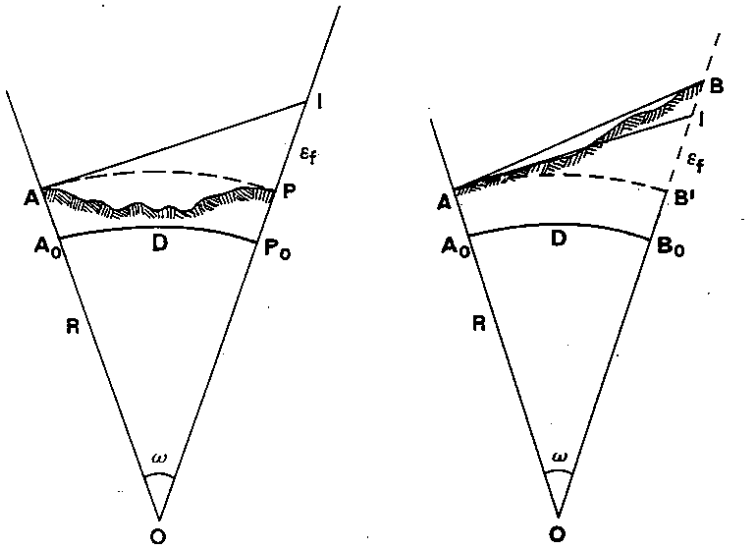


Errore dovuto alla curvatura terrestre

Siano A e P due punti del terreno alla stessa quota, O il centro della Terra. A causa della curvatura terrestre il piano orizzontale passante per A incontra la verticale in P nel punto I ed un osservatore in A ha la sensazione che il punto P sia più basso. Noti R (raggio sfera locale), D (distanza geodetica fra i due punti) e ω (angolo al centro in O) si ha che:

$$\overline{IP} = \varepsilon_f = \frac{D^2}{2R} = \frac{\omega}{2} D$$

⇨ Errore di sfericità



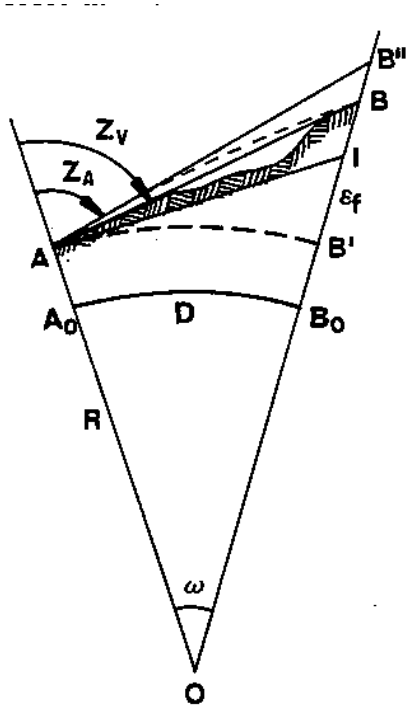
Se A e B sono a quote diverse e si eseguono delle misure di dislivello, al tratto BI, che si eleva al di sopra del piano orizzontale per A, occorre aggiungere l'errore di sfericità.

Errore dovuto alla rifrazione atmosferica

La linea di mira dal punto A al punto B, a causa della rifrazione atmosferica, non è rettilinea, ma una linea curva con la concavità rivolta verso il basso. Perciò un osservatore in A vedrà B nella direzione AB", tangente in A alla linea di mira.
L'angolo misurato è dunque Z_A (zenitale apparente), che si discosta da Z_V (zenitale vera). ΔZ ($Z_V - Z_A$) è nettamente inferiore all'errore di sfericità.
Con K coefficiente di rifrazione geodetica ($0{,}1 \leq K \geq 0{,}2$) si ha:

$$\Delta Z = Z_V - Z_A = K \cdot \frac{\omega}{2} = \frac{1}{2} \cdot K \cdot \frac{D}{R}$$

$$\left|\overline{B''B}\right| = \Delta Z \cdot D = \frac{1}{2} \cdot K \cdot \frac{D^2}{R}$$



L'errore complessivo di sfericità e rifrazione è:

$$D^2 \frac{1-K}{2R}$$

Livellazione geometrica

La livellazione geometrica effettua la misura diretta dei dislivelli ed è di gran lunga più precisa della livellazione trigonometrica.

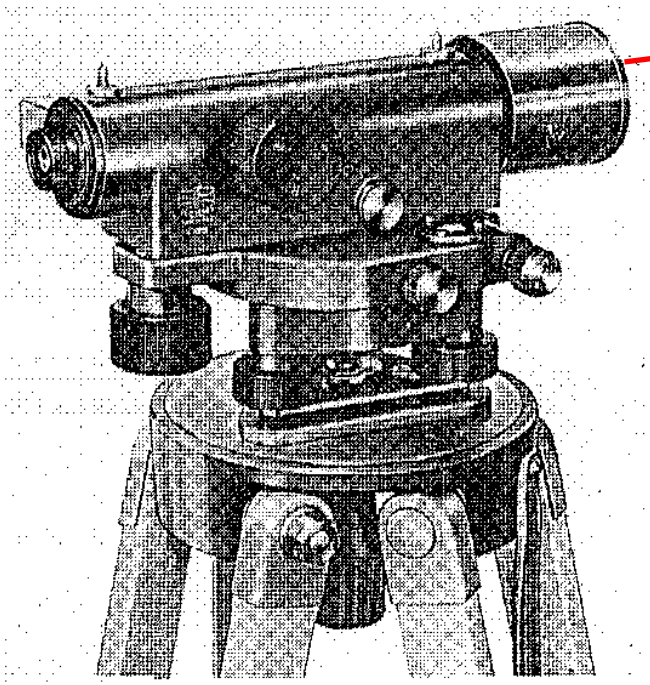
Abbiamo già visto come, in base alla precisione, la livellazione geometrica viene classificata:

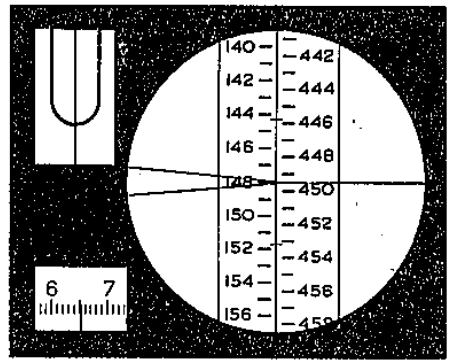
- tecnica
- di precisione
- di alta precisione

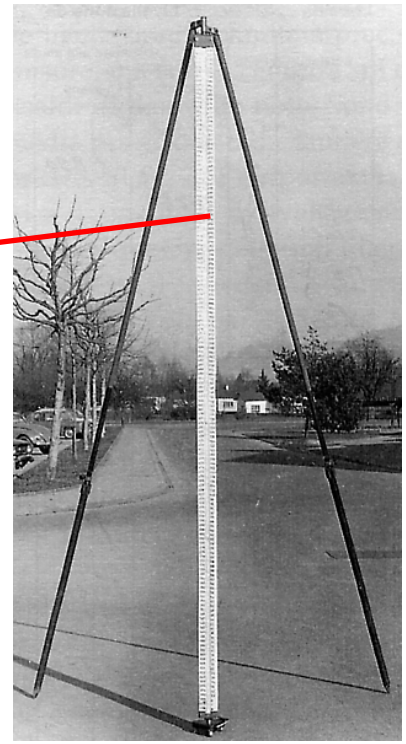
La livellazione tecnica è impiegata nei lavori di ingegneria cantieristica, quali ad esempio gli spianamenti del terreno e la costruzione di strade; quella di precisione nel rilievo dei profili altimetrici di linee ferroviarie o in opera di canalizzazione in terreni pianeggianti; quella di alta precisione è normalmente eseguita per l'allestimento della rete altimetrica fondamentale di uno Stato, per lo studio dei movimenti altimetrici del suolo o per il controllo della stabilità di speciali strutture (dighe, centrali elettriche, opere monumentali).

Livellazione geometrica

Strumento per la misura diretta dei dislivelli è il **livello**, con il quale viene realizzata una linea di mira orizzontale, in corrispondenza della quale viene effettuata la misura del dislivello su una **stadia** graduata, che costituisce pertanto il campione di misura diretta







Livellazione geometrica

L'orizzontalità della linea di mira si può realizzare automaticamente (**autolivelli**), oppure con l'imposizione del parallelismo con il piano orizzontale, tramite la tangente centrale della livella torica (**livelli con livella torica**).

Caratteristica di tutti i livelli è il diverso grado di attendibilità col quale viene realizzata l'orizzontalità della linea di mira; questo dipende dall'ingrandimento del cannocchiale e dalla sensibilità della livella torica (o dei sistemi pendolari negli autolivelli).

Livelli da cantiere → cannocchiali con 15 – 20 ingrandimenti, sensibilità delle livelle 1' circa e muniti solitamente anche di cerchio orizzontale.

Livelli di precisione → cannocchiali con 20 – 30 ingrandimenti, sensibilità delle livelle 20" – 30".

Livelli di alta precisione → cannocchiale con circa 50 ingrandimenti, sensibilità delle livelle 5" – 10".

Livellazione geometrica

La classificazione dei livelli e della livellazione geometrica viene fatta in relazione alla precisione dello strumento: è basata sull'errore quadratico medio di una livellazione in andata e ritorno su un tratto di un chilometro.

$\sigma_k \rightarrow$ s.q.m. chilometrico

livelli di bassa precisione o da cantiere $\rightarrow \sigma_k \geq 5mm$

livelli da ingegneria $\rightarrow 2mm \leq \sigma_k < 5mm$

livelli di precisione $\rightarrow 1mm \leq \sigma_k < 2mm$

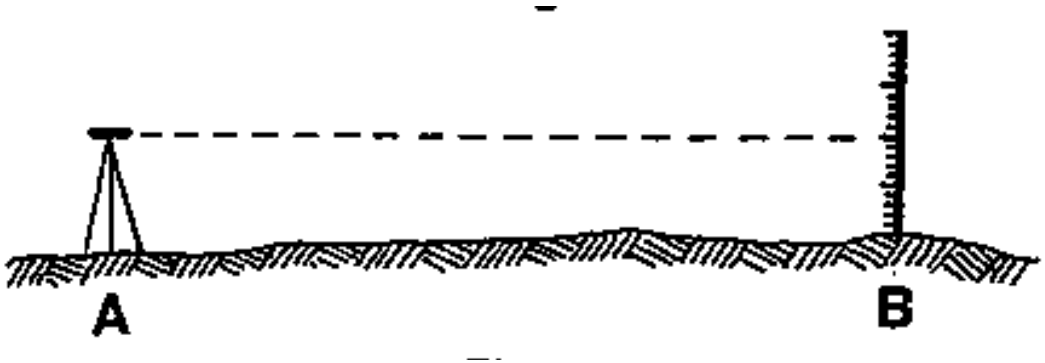
livelli di alta precisione $\rightarrow \sigma_k < 1mm$

Per raggiungere queste precisioni, assieme allo strumento, devono utilizzarsi accessori e metodi specifici per eliminare gli errori che possono influenzare la misura del dislivello.

I metodi della livellazione geometrica sono:

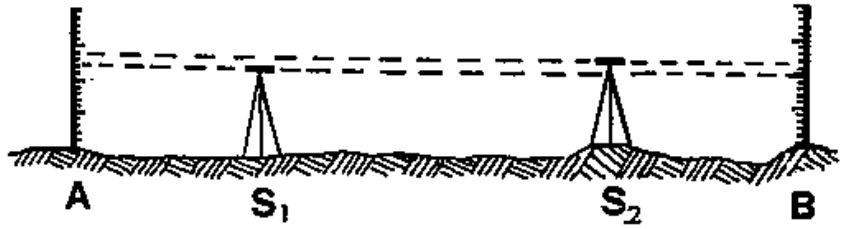
- livellazione da un estremo
- livellazione reciproca
- livellazione dal mezzo

Livellazione da un estremo



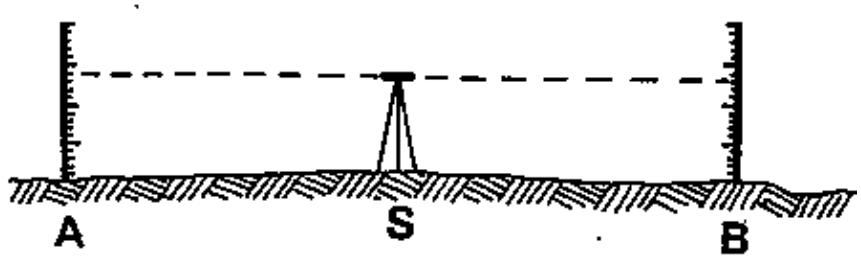
Si pone il livello in un estremo del tratto AB di cui si vuole determinare il dislivello; si misura l'altezza dello strumento rispetto al suolo e si esegue con il livello la lettura sulla stadia posta sull'altro estremo del tratto. Questo metodo è usato per poligonali tecniche e nel rilevamento altimetrico del terreno intorno al punto di stazione.

Livellazione reciproca



Sugli estremi A e B di un tratto da misurare si pongono due stadie e con il livello in un punto S_1 distante pochi metri da A si esegue la lettura sulle due stadie. Quindi si esegue una nuova lettura sulle due stadie facendo stazione con il livello in un punto S_2 prossimo a B, tale che sia $S_1A = S_2B$. I punti di stazione sono entrambi interni al tratto AB o entrambi esterni. Il metrodo è molto preciso ma usato raramente perchè oneroso.

Livellazione dal mezzo



Si fa stazione con il livello nel mezzo del tratto e si eseguono le letture sulle due stadie poste sugli estremi. E' il metodo più preciso e viene usato nella livellazione di precisione e di alta precisione.

LA LIVELLAZIONE GEOMETRICA DAL MEZZO

Il livello è uno strumento il cui asse di collimazione, quando lo strumento è rettificato, può giacere costantemente o essere disposto facilmente in un piano orizzontale.
Posto allora il livello in un punto M equidistante da A e da B la differenza $L_A - L_B$ delle letture sulle due stadie fornisce il dislivello $Q_B - Q_A$, dato che le letture differiscono da quelle individuate dalla superficie equipotenziale passante per il centro O dello strumento di una uguale quantità δ.

Ciò si verifica ammettendo, nel campo geodetico, che la superficie della sfera locale possa confondersi con quella geoidica (superficie equipotenziale o di livello con potenziale 0).
Con questa ipotesi la superficie di livello per O è parallela, ortometricamente, a quella di riferimento ed è simmetrica rispetto ad O.

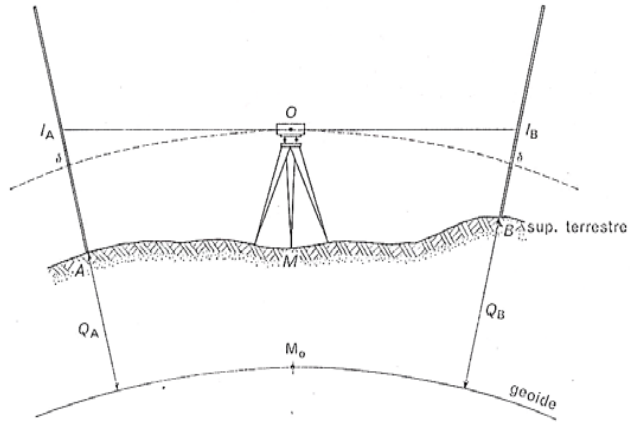


Fig.2 Misura di un dislivello con livello a cannocchiale.

Livellazione geometrica dal mezzo

Il contributo della curvatura terrestre è proporzionale al quadrato della distanza: per una distanza stadia-livello di 50 m il contributo per la curvatura terrestre è circa 0.2 mm, non trascurabile nelle livellazioni di precisione e di alta precisione

Se la lunghezza della battuta è tale da rendere trascurabile l'influenza della curvatura terrestre rispetto alla precisione di misura, il livello potrebbe essere messo in una posizione qualsiasi intermedia o vicina ad A o B:

in pratica però la scelta del punto di mezzo è condizionata dal fatto che occorre operare in modo da *eliminare* alcuni errori strumentali.

Si usa il termine *eliminare* anche se correttamente ogni volta si dovrebbe dire "si riduce l'errore sistematico all'ordine di grandezza di quelli accidentali"

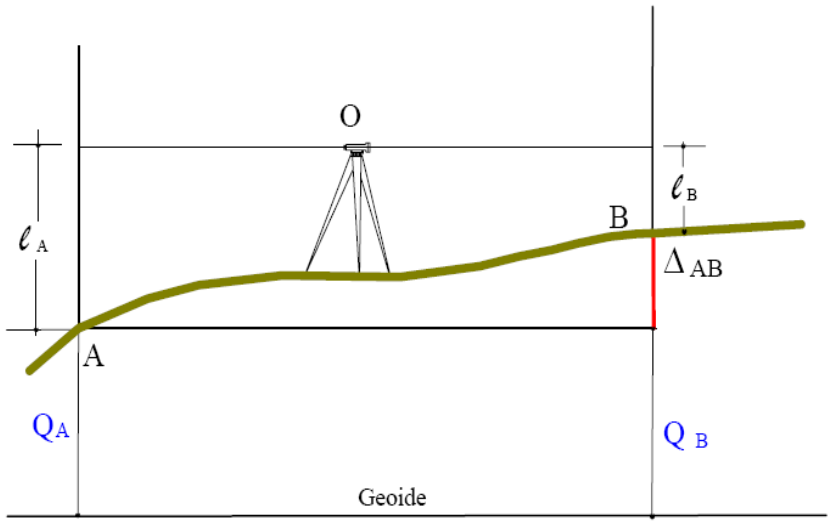
LA LIVELLAZIONE GEOMETRICA DAL MEZZO

Le operazioni di livellazione geometrica possono essere effettuate solo per distanze tali da rendere accettabile l'ipotesi che il geoide sia orizzontale.
I punti tra i quali si calcola il dislivello con una *campata* di livellazione (distanza stadia-stadia) devono essere ad una distanza limitata: 40-100 m.
Nell'ipotesi che AB sia schematizzabile con un piano orizzontale e siano eliminabili gli errori sistematici

$$L_A + Q_A = L_B + Q_B$$

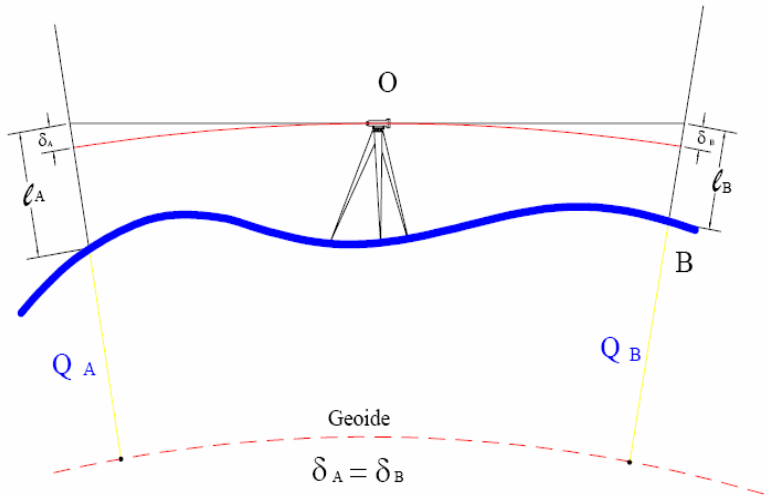
$$\Delta_{AB} = Q_B - Q_A = L_A - L_B$$

Stabilito un senso di percorrenza, il punto A è detto punto indietro (stadia che precede il livello) mentre B è detto punto avanti (stadia che segue il livello).
Se A e B non sono direttamente visibili o sono troppo distanti per la precisione che si vuole ottenere occorre eseguire una serie di campate lungo tutto il percorso dette *linea di livellazione*.



d_{AB}< 40 m per livellazioni di alta precisione
d_{AB}< 100 m per livellazioni tecniche

Livellazione geometrica dal mezzo



Nel caso in cui le distanze del livello alle stadie siano uguali, gli errori di rifrazione, curvatura, e di rettifica essendo uguali si ANNULLANO

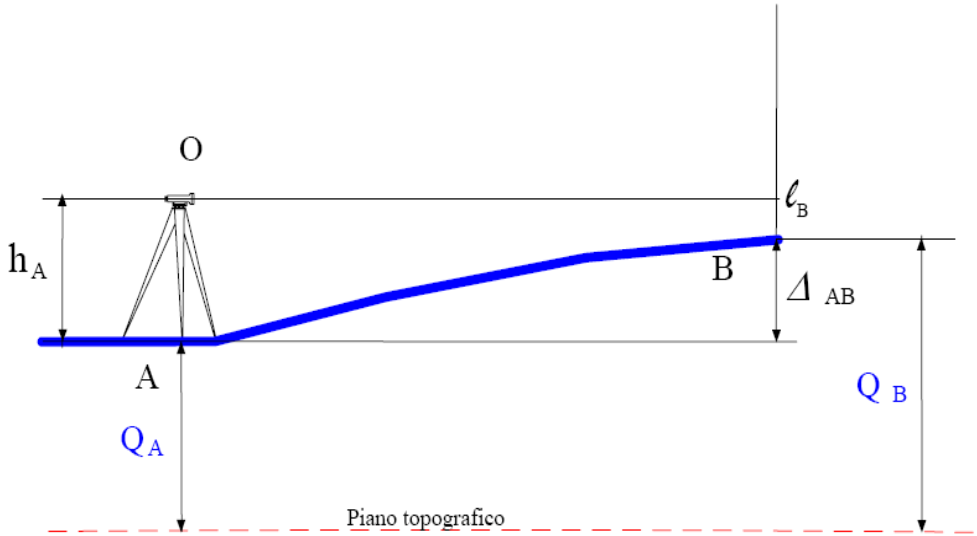
La distanza tra le due stadie si dice **campata** mentre quella tra stadia e strumento si dice **battuta**.

Livellazione geometrica

La livellazione geometrica è il metodo più semplice e sicuro per eliminare l'influenza dell'errore di rettifica ε del livello.
In questa modalità di rilievo, infatti, l'errore di lettura che si commette sulle due stadie, pari a d·tgε, è uguale in valore e segno, per cui la differenza delle letture l_A-l_B è uguale alla differenza delle letture che si sarebbero fatte in assenza dell'errore di rettifica.
In genere, poichè ε è piccolo, una differenza di qualche metro tra le distanze delle due stadie non comporta un errore sensibile nel dislivello, ma è opportuno, specie nelle livellazioni di alta precisione, verificare quanta eccentricità può essere tollerata.
Se D è la distanza maggiore e d la minore, l'errore sul dislivello derivante dall'errore di rettifica è pari a $\varepsilon \cdot (D - d)$ e quindi occorre verificare che tale quantità sia una frazione delle fluttuazioni accidentali di misura che si verificano nella battuta.
Ad esempio se ε = 5" = $2.5 \cdot 10^{-5}$rad e si vuole che l'effetto dell'errore di rettifica non superi l 0.1mm deve essere:

$$2.5 \cdot 10^{-5} \cdot (D - d) \leq 0.1$$

da cui: $D - d \leq 4m$



$$\Delta_{AB} = Q_B - Q_A = h_A - l_B$$

In questo caso gli errori sistematici di rifrazione e di curvatura terrestre e l'errore residuo di rettifica non sono eliminabili nella misura del dislivello ed inoltre è presente l'errore relativo alla misura dell'altezza strumentale h_A.

Livellazione geometrica dal mezzo

Ricapitolando, con la livellazione geometrica dal mezzo:

1) Si eliminano gli effetti:

   - dell'errore residuo di rettifica
   - della curvatura terrestre
   - della rifrazione atmosferica

2) Non occorre misurare l'altezza strumentale

3) Non si è obbligati a fare stazione in un punto determinato

4) Si possono battere punti a distanza doppia della portata del cannocchiale

5) Si potrebbe determinare, anche se sconsigliato, un dislivello pari all'altezza della stadia (prescrizioni dell'IGM danno la linea di mira ad almeno 40cm dal suolo)

Classificazione dei livelli – s.q.m. chilometrico

La classificazione dei livelli e della livellazione geometrica viene fatta in relazione allo *scarto quadratico medio chilometrico*:

è l'errore quadratico medio di una livellazione in andata e ritorno su un tratto di un chilometro $\sigma_k \rightarrow$ s.q.m. chilometrico

livelli di bassa precisione o da cantiere $\rightarrow 5 \text{ mm/km} \leq \sigma_k \leq 10 \text{ mm/km}$

livelli di media precisione $\rightarrow 2\text{mm /km} \leq \sigma_k \leq 5\text{mm /km}$

livelli di precisione $\rightarrow 1\text{mm /km} \leq \sigma_k \leq 2\text{mm /km}$

livelli di alta precisione $\rightarrow \sigma_k \leq 1\text{mm /km}$

Questi ultimi sono strumenti con livella torica o sistema autolivellante di alta sensibilità, cannocchiale con alto ingrandimento, lamina pian parallela, stadia graduata con nastro di invar.
Per raggiungere queste precisioni, assieme allo strumento, si devono utilizzare accessori e metodi specifici per eliminare gli errori che possono influenzare la misura del dislivello.

Classificazione dei livelli – s.q.m. chilometrico

Costruttore	Modello	Cannocchiale		Tipo di compensatore				e.q.m. su 1 Km ± (mm)	Gruppo di appartenenza
		Ingr. X	Ap. ob. (mm)	mecc.	ott.	smorz.	prec. cent. ± (")		
Ertel, BRD	KNA	18	25	pend. a.	sp + pr	mag	1	5	
Ertel, BRD	BNA	24	30	pend. a.	sp + pr	mag	1	3	
Fennel, BRD	FNA 1	25	30	pend. x	2p Porro	aria	1	2	
Galileo, I	ALG 7	3,5	11	pend.	sp.	aria	30	50	da cantiere
Kern, CH	GKO-A	21	30	pend.	2 pr	aria	3	5	
Ottica di Jena, DDR	NI 50	18	25	pend.	2 pr	aria	1	5	
Pentax, J	AL 3	22	32	pend.	sp + pr	aria	0,7	3,5	
Wild, CH	NA-O	20	30	pend. x	sp + pr	mag	0,8	5	
Zeiss, BRD	NI 4/42	22	30	pend.	sp	mag	1	5	
Askania, BRD	Na	25	36	pend.	sp	aria	–	1,5	
Breithaupt, BRD	Autom	27	33	nas. tor.	sp	mag	–	2,5	
Ertel, BRD	INA	32	40	pend. a.	sp + pr	mag	–	2	
Fennel, BRD	FNA 2	32	40	pend. r. x	2 p Porro	aria	–	1	da ingegneria
Galileo, I	LA 102	30	40	pend.	sp + pr	aria	–	1,5	
Kern, CH	GK1-A	25	41	pend.	p. a tetto	mag	1	2,5	
Ottica di Jena, DDR	NI 025	20	30	pend.	2 pr.	aria	1	2,5	
Pentax, J	AL 2	32	45	pend.	2 pr.	aria	1	1	
Salmoiraghi, I	5173/4/5	25	30	pend. mecc.	ob. sosp.	aria	1	4	
Wild, CH	NA 1	24	36	pend. r. x	sp + pr	mag	0,5	2	
Ottica di Jena, DDR	NI 007	32	40	pend.	pr. pend.	aria	0,15	0,5	
Wild, CH	NA 2	30	45	pend. r. x.	sp + pr	mag	0,3	0,7*	di precisione
Zeiss, BRD	Ni 3	24	40	quadr.	sp + pr.	aria	0,2	1*	
Zeiss, BRD	Ni 2	32	40	quadr.	sp + pr.	aria	0,2	0,7*	
MOM, H	Ni-A3	30/50	67	pend.	sp.	aria	0,2	0,2	
Ottica di Jena, DDR	NI 002	40	55	pend.	sp.	aria	0,5	0,2	di alta precisione
Salmoiraghi, I	5190	30	45	pend. mecc.	ret. sosp.	aria	0,2	0,2	
Zeiss, BRD	Ni 1	30/50	50	pend.	sp + pr	aria	0,1	0,2	

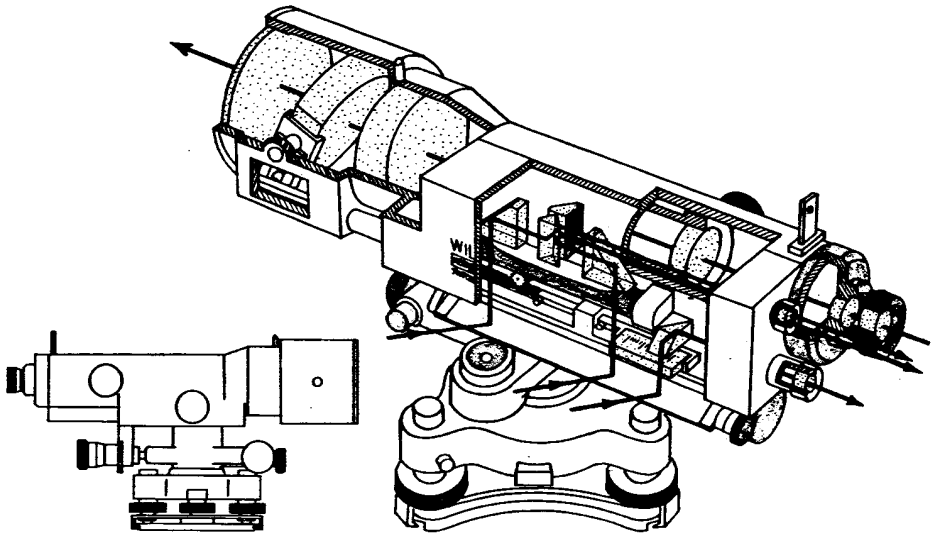
Descrizione strumentazione

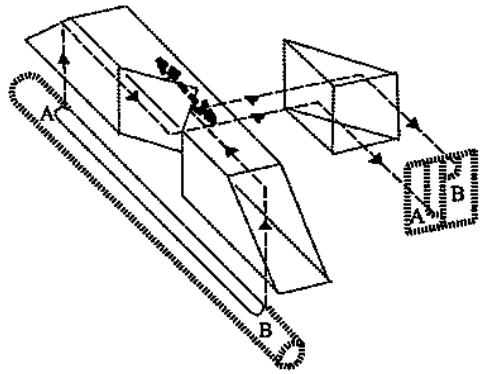
Il livello è costituito da una piastra di base che è parte dello strumento stesso. Nella base sono prigioniere le tre viti calanti che sono collegate superiormente ad un collare su cui si innesta un'alidada ridotta, libera di ruotare intorno all'asse del collare stesso.

All'adidada è collegato un cannocchiale mediante un sistema costituito da una cerniera e da una speciale vite calante, detta vite di elevazione.

Questo tipo di collegamento consente al cannocchiale di ruotare di angoli molto piccoli nel piano verticale.

Sul cannocchiale è poi montata una livella torica a coincidenza





Descrizione strumentazione

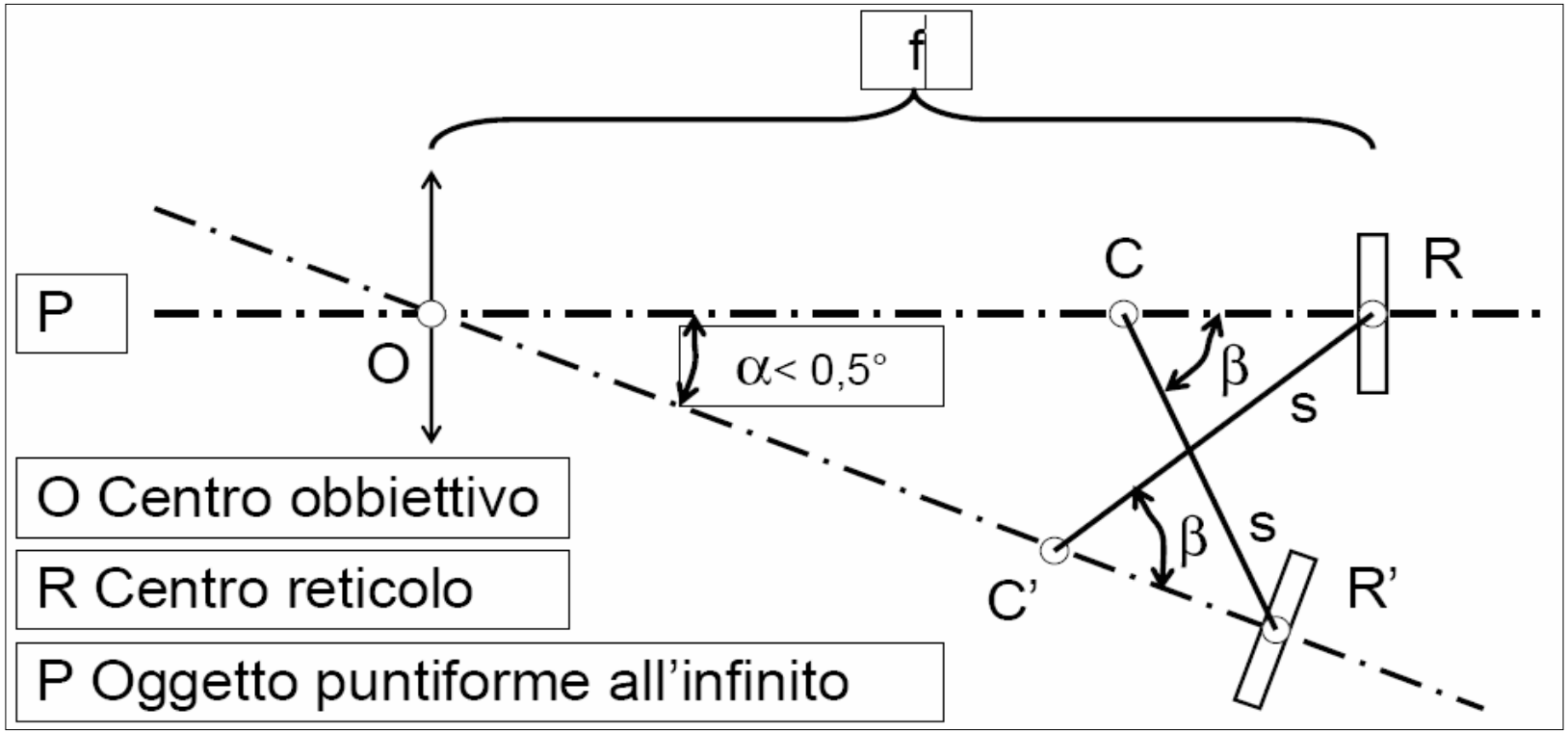
La condizione di rettifica richiesta per il livello è che la tangente centrale sia parallela all'asse di collimazione del cannocchiale.

In fase costruttiva si centra l'asse di collimazione con particolari dispositivi ottici e poi la livella viene centrata agendo sulle sue viti di rettifica. Si realizza così la condizione che ad asse di collimazione orizzontale sia orizzontale anche la tangente centrale della livella.

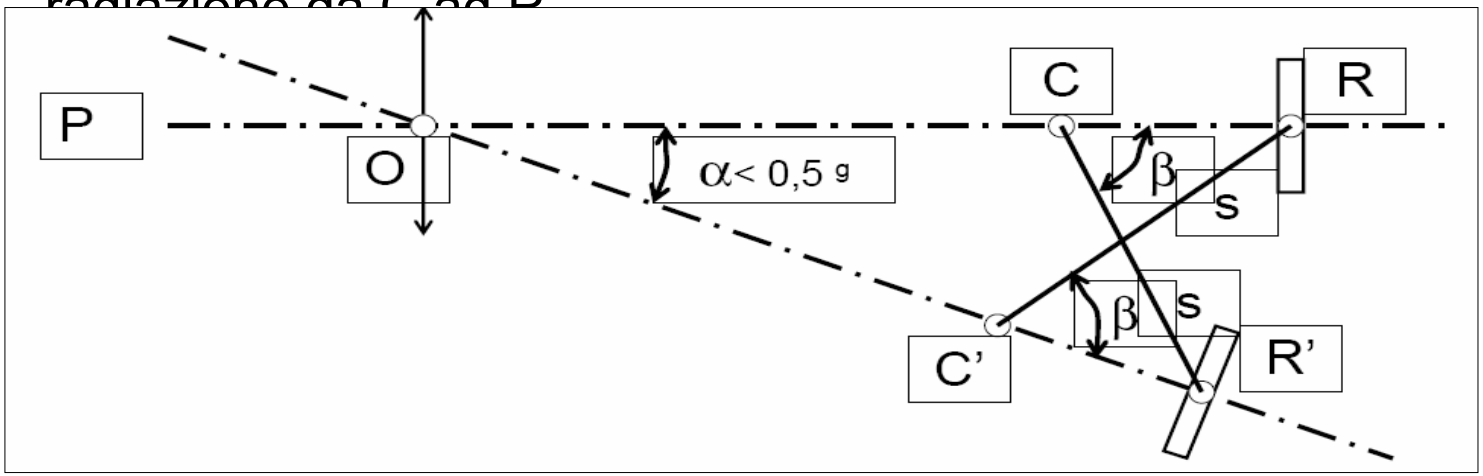
Lo strumento va messo in stazione dapprima con la livella sferica, che consente di arrivare a disporre l'asse di collimazione con una deviazione dall'orizzontale tale da rientrare nel campo di sensibilità della livella torica; si centra quindi la livella torica con la vite di elevazione e si procede finalmente alla lettura delle stadie.

!! Le condizioni di rettifica sono impossibili da realizzare costruttivamento in modo ideale ed inoltre non si mantengono indefinitamente con l'uso dello strumento. La tangente centrale della livella non sarà generalmente parallela all'orizzontale !!

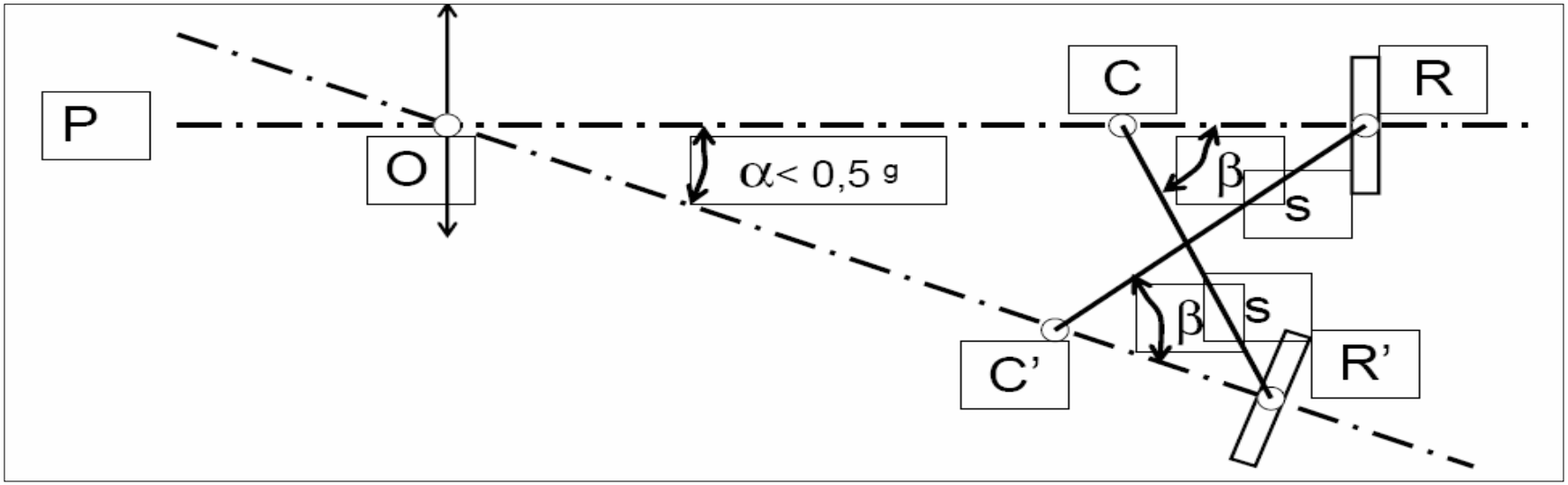
- Livello con orizzontamento automatico dell'asse di collimazione
- Idea non nuova: Ottenere una visuale orizzontale



- Per effetto della rotazione piccola α del cannocchiale, il centro del reticolo ruota in R'
- L'immagine non cade più sul centro del reticolo
- Due possibilità:
  1. Disporre in C di una struttura rigida astiforme che, ruotando di β, riporti R' in R
  2. Intervenire con mezzi meccanici e ottici per inviare la radiazione da C ad R'



- 1) Compensatore meccanico
- 2) Compensatore ottico-meccanico
  - RR' = fα ≈ sβ se gli angoli sono piccoli
  - β ≈ f α / s = n α [e.g. 2α]

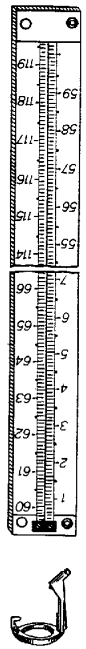


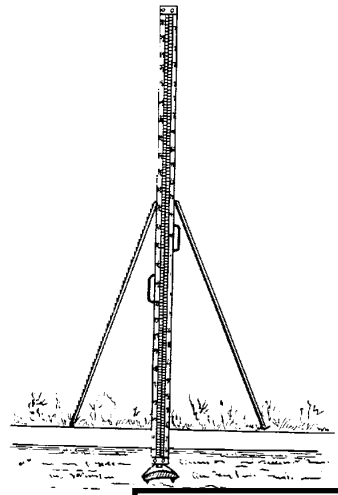
- In generale 3 elementi sono necessari per realizzare un compensatore:
- Un elemento fisso (~prisma)
- Un elemento mobile che possa assumere la direzione della verticale o dell'orizzontale (pendolo)
- Un dispositivo di smorzamento delle oscillazioni (ad aria o magnetico)

Autolivello

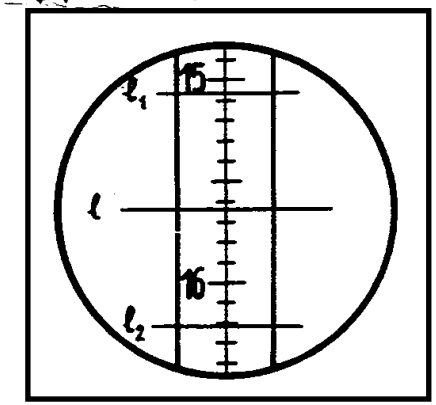
La stadia

Le più comuni stadie verticali sono stecche di legno lunghe 3m e larghe circa 10cm e recano generalmente una graduazione in [cm] la cui origine è il punto di appoggio sul terreno. Collimando una stadia comune e facendo la lettura ad un tratto orizzontale del reticolo si leggono i [dm], si contano i [cm] e si stimano i [mm].
Le stadie vengono disposte secondo la verticale con l'ausilio di una livella sferica montata dalla parte opposta della graduazione.

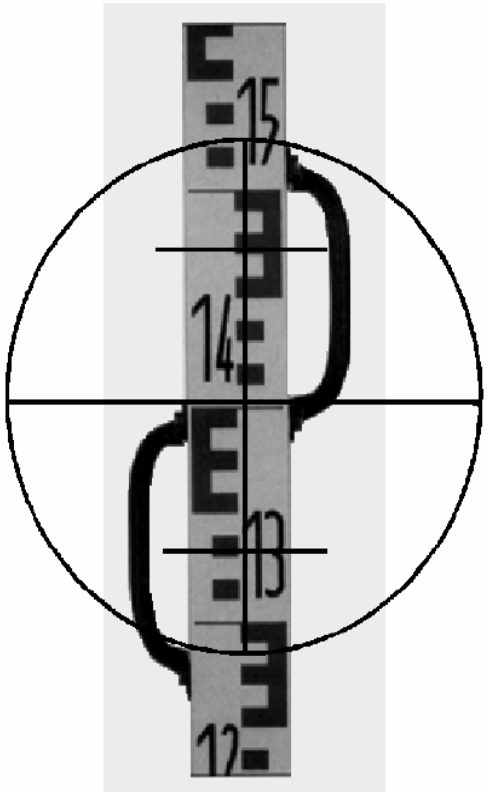




Per operazioni di livellazione di alta precisione è necessario utilizzare stadie particolari indeformabili, nelle quali la graduazione è incisa su un nastro di invar, di lunghezza praticamente indipendente dalle condizioni atmosferiche.
Questo nastro, graduato solitamente al mezzo centimetro, è saldamente vincolato solo alla parte inferiore del supporto esterno ed è montato superiormente con un dispositivo a molla.



Stadie



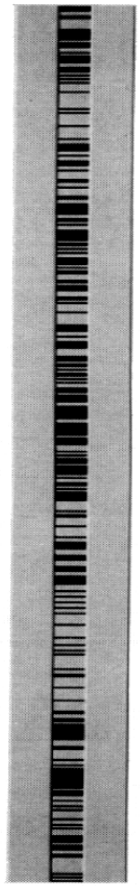
stadia in alluminio lunghe 4 m

Nella battuta di livellazione vengono misurati i tratti di stadia tra il punto a terra e l'asse di collimazione

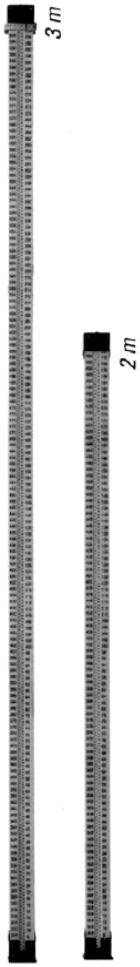
STADIE CON CODICE A BARRE per livelli digitali

La stadia, è dotata di un codice a barre. L'immagine del codice a barre viene inviata ad un gruppo di diodi rilevatori.
All'interno del livello un complesso sistema trasforma l'immagine del codice a barre in unità di misura

stadia con codice a barre



Stadie INVAR

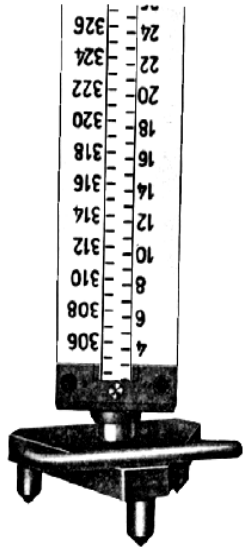


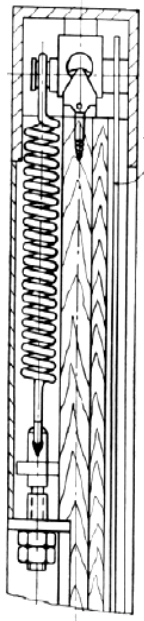
Sono costituite da un'armatura in legno cui è opportunamente fissato un nastro in invar su cui sono tracciate solitamente due graduazioni numerate in modo diverso.

La doppia graduazione offre un efficace elemento di controllo in quanto le conseguenti due letture devono differire di una costante propria della stadia.

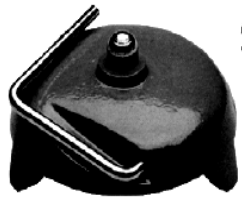
Non sono pieghevoli come le normali stadie in legno, sono dotate di una livella sferica ed hanno lunghezze variabili fino ad un massimo di 3 m.

Viene sempre poggiata su una base metallica per assicurare l'appoggio puntuale e la perfetta rotazione della stadia





particolare del montaggio del nastro di invar



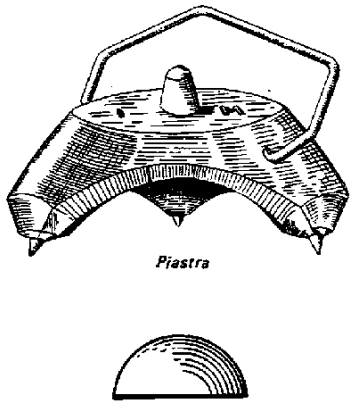
basetta

particolare del tratto segnato sulla stadia

Attrezzatura accessoria

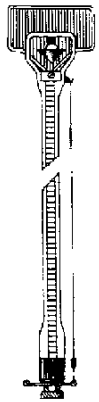
Il materiale accessorio per le misure di livellazione comprende le piastre delle stadie, le mezze sfere, i nastri graduati e le stadiette.
Le piastre sono metalliche, presentano un perno di acciaio su cui viene appoggiata la stadia e sono munite di tre punte per la presa nel terreno.
Le mezze sfere (il raggio è noto) sono di acciaio e servono per la misura dei vecchi caposaldi, costituiti da un cerchio inciso sulla soglia dei manufatti.
Per la misura dei caposaldi verticali viene usato un nastro in acciaio, con la graduazione al centimetro, che viene sospeso al caposaldo.

Nastrino



Piastra

Mezza sfera



Stadietta

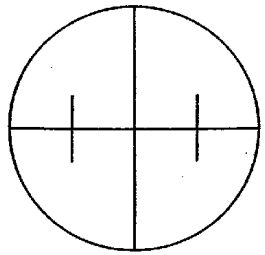
Se le stadie sono al mezzo centimetro si utilizza una stadietta con medesima graduazione. Nel caso di caposaldi nuovi, il nastro o la stadietta hanno una staffa, che appoggia sulla semisfera del caposaldo. Nel caso di caposaldi vecchi (targhetta metallica con foro) nastro e stadietta vengono fissati al foro con una vite.

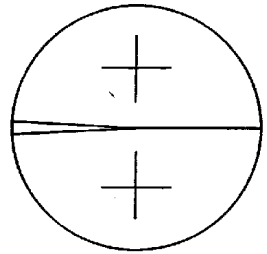
Reticolo e mira

Il cannocchiale è munito di un reticolo costituito da una lastrina di vetro su cui sono incisi due tratti a croce, che nel loro punto d'incontro definiscono il centro del reticolo.

FILO LIVELLATORE → tratto orizzontale del reticolo
FILI STADIMETRICI → due tratti orizzontali simmetrici rispetto il filo livellatore

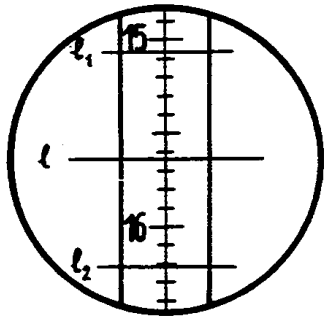
Nei livelli moderni la traversa, il cannocchiale e la livella formano un elemento compatto, il cannocchiale è a focatura interna ed il filo livellatore del reticolo ha un semitratto costituito da due tratti divergenti.





Osservando con un livello una stadia si legge:
- l → graduazione al filo livellatore
- l_1, l_2 → graduazioni ai fili stadimetrici

La lettura l fornisce l'altezza della linea di mira, mentre la differenza in centimetri l_1-l (o l_2-l), moltiplicata per il coefficiente stadimetrico (generalmente uguale a 100), fornisce la distanza in metri tra la stadia ed il livello.

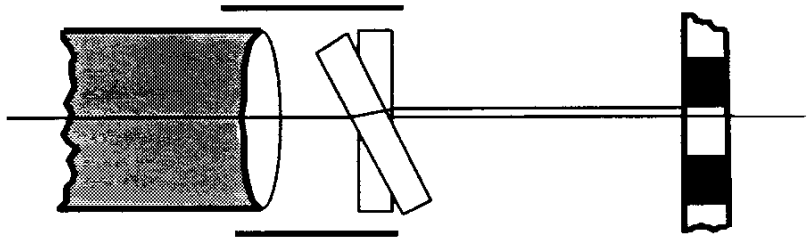


Lamina pian parallela

Nell'errore di determinazione di un dislivello concorrono errori dovuti a cause diverse (meccanica dello strumento, precisione della livella, ...); tuttavia la causa fondamentale è l'errore di stima che si commette, dal momento che è possibile leggere sulle stadie direttamente solo il [cm].
Poichè l'errore di stima è generalmente del decimo dell'intervallo di suddivisione, ogni lettura sarà affetta da un s.q.m. di ± 1mm.

Non si può realizzare una suddivisione più fine delle stadie perchè, alla distanza a cui sono poste, tale suddivisione non sarebbe distinguibile con esattezza se non con cannocchiali molto potenti ed anche in questo caso, lo spessore dei fili del reticolo, ingranditi notevolmente, coprirebbe alcuni tratti.

Si procede invece aggiungendo al livello il dispositivo di **lastra pianparallela** che è costituito da una lastra a facce parallele che ha la possibilità di ruotare intorno ad un asse orizzontale perpendicolare all'asse di collimazione.
La rotazione della piastra pianparallela offre la possibilità di deviare, come in figura, il percorso ottico.

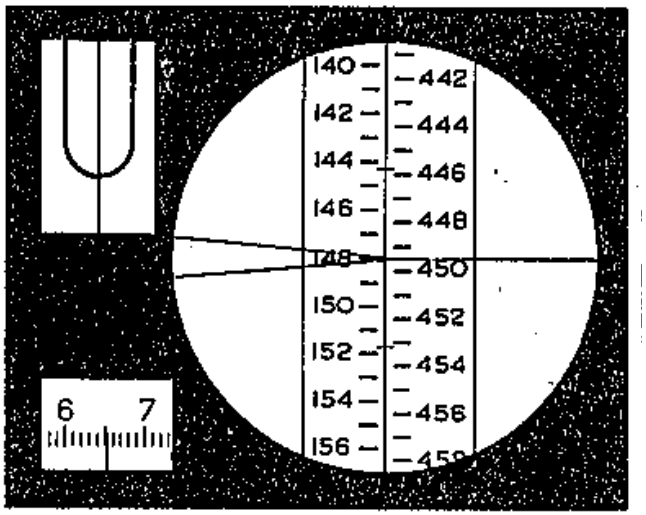


Lamina pian parallela

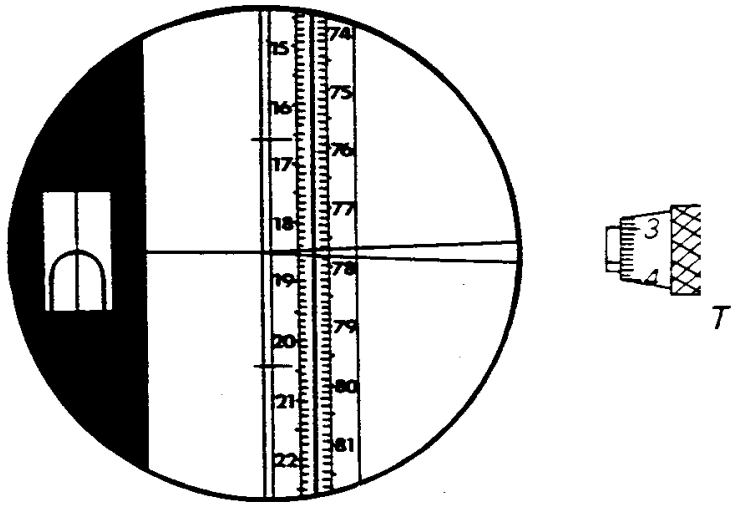
Ruotando la lastra, si vede l'immagine della tacca sulla stadia scendere o salire sino a portarsi sul filo livellatore. Lo spostamento risulta proporzionale alla rotazione della lastra.

Il tutto è costruito e tarato in modo che, quando l'immagine della graduazione riportata su di un vetrino scorre da 1 a 100, la rotazione della lastra pianparallela provoca una traslazione dell'immagine della stadia di 1cm sul reticolo del cannocchiale.

Si potranno dunque leggere i [cm] sulla stadia e le sue frazioni sul micrometro della lastra pianparallela. Lo s.q.m. sarà dunque ±1/100 del tratto graduato.



lettura: 148.652cm



lettura: 184.364cm

Precisione di una campata di livellazione

Consideriamo l'equazione di osservazione dei dislivelli:

$$\Delta_{AB} = l_B - l_A$$

Lo s.q.m. del dislivello per ogni campata si ricava da:

$$m_\Delta = \pm\sqrt{\left(\frac{\partial \Delta_{AB}}{\partial l_A}\right)^2 \cdot m_{l_A}^2 + \left(\frac{\partial \Delta_{AB}}{\partial l_B}\right)^2 \cdot m_{l_B}^2}$$

Le letture l_A ed l_B sono eseguite con la stessa accuratezza e perciò:

$$m_{l_A} = m_{l_B} = m_l$$

$$m_\Delta = \pm\sqrt{2 \cdot m_l^2} = \pm m_l \sqrt{2}$$

Si valuta, in generale, che l'e.q.m. di stima della lettura alla stadia senza micrometro sia pari a 1/10 dell'intervallo di suddivisione della graduazione.

Se la stadia è graduata al cm : centimetro:

$$m_l = \pm 1 \text{mm}$$

$$m_\Delta = \pm 1 \cdot \sqrt{2} = 1.4 \text{mm}$$

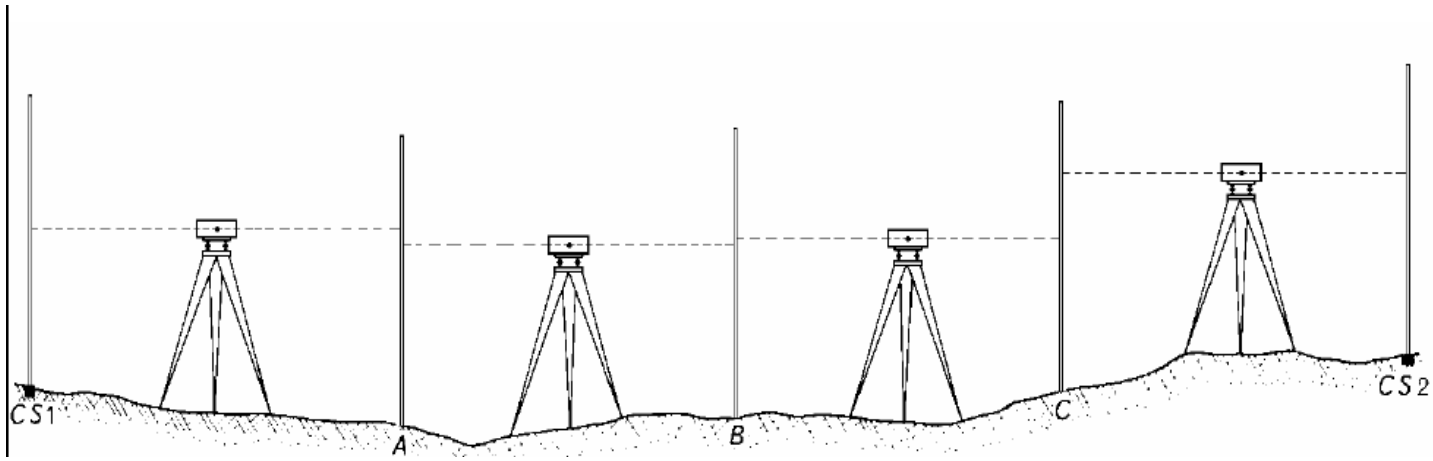
Se la stadia è graduata al mezzo

$$m_l = \pm 0.5 mm$$

$$m_\Delta = \pm\sqrt{2} \cdot 0.5 = \pm 0.7 \text{mm}$$

Esecuzione di una linea di livellazione livellazione geometrica composta

Supponiamo di voler misurare il dislivello tra capisaldi lontani (D>80÷100m) CS1 e CS2



Stabilito un verso di percorrenza della linea (ad esempio da CS1 a CS2) il dislivello è dato dalla somma dei dislivelli parziali con il loro segno

$$\Delta_{CS1CS2} = \Delta_{CS1A} + \Delta_{AB} + \Delta_{BC} + \Delta_{CCS2}$$

con i = lettura indietro, a = lettura avanti, (i_k-a_k) dislivello della k-ma campata.

Precisione di una linea di livellazione

Se per la misura del dislivello fra due punti sono necessarie n battute di livellazione, lo s.q.m. del dislivello sarà:

$$m^2_{\Delta_{AB}} = m^2_{\Delta_1} + m^2_{\Delta_2} + \ldots + m^2_{\Delta_n}$$

Poiché le battute vengono assunte di misura uguale:

$$m^2_{\Delta_{AB}} = n \cdot m^2_{\Delta} \quad \rightarrow \quad m_{\Delta_{AB}} = \pm\sqrt{2n} \cdot m_l$$

s.q.m. LINEA

Consideriamo ad esempio una livellazione ordinaria di 10 battute, si ha:

$$m_{\Delta_{AB}} = \pm\sqrt{20} \cdot 1\text{mm} \approx \pm 4{,}5\text{mm}$$

Indicando con D la lunghezza complessiva del tratto AB, il numero n di stazioni che dobbiamo fare è dato da: n x (2d) = D; essendo "d" la lunghezza tra una stadia e lo strumento di misura.

Quindi si ha:

$$n = \frac{D}{2d} \quad \rightarrow \quad m_{\Delta_{AB}} = \pm m_l \cdot \sqrt{\frac{D}{d}}$$

Precisione di una linea di livellazione

Gli errori di lettura alla stadia dipendono dalla distanza d dalla stadia, dall'ingrandimento e dal potere risolutivo dell'obiettivo del cannocchiale (che influiscono sulla capacità di apprezzare la posizione del filo del reticolo rispetto all'immagine della stadia), dal centramento della livella o dal funzionamento del compensatore (che influisce sull'orizzontalità della linea di collimazione), dalla precisione della graduazione della stadia.

Per i livelli comunemente in uso se "d" è un valore non superiore a 40÷50 metri si può ritenere che l'errore medio di lettura sia proporzionale alla radice quadrata della distanza di collimazione, di conseguenza si avrà:

$$m_l = \pm K \cdot \sqrt{d} \qquad \rightarrow \qquad \boxed{m_{\Delta_{AB}} = \pm K \cdot \sqrt{D}}$$

-livellazioni di alta precisione	k≤ 1mm/km;
-livellazioni di precisione	k≤ 2÷5 mm/km;
-livellazioni tecniche	k≤ 5÷mm/km

A parità di distanza di battuta d, l'errore della differenza di quota determinata per via geometrica fra due punti A e B è proporzionale alla radice quadrata della lunghezza totale D della livellazione, e quindi il peso è inversamente proporzionale a tale distanza.

Precisione di una linea di livellazione

Se le misure sono quelle strettamente necessarie, il calcolo del dislivello e delle quote dei punti della rete è banale, riducendosi, nel primo caso solo alla somma di dislivelli, mentre nel secondo è necessario conoscere la quota di un punto da cui partire.

Nella pratica topografica una linea di livellazione deve sempre essere controllata e ciò si ottiene eseguendo un numero di misure di dislivello superiore a quello minimo necessario.

$$\Delta_{CS1CS2} = \frac{\Delta_{CS1CS2} - \Delta_{CS2CS1}}{2}$$

Ad esempio se lo scopo è il collegamento altimetrico tra due capisaldi la livellazione viene eseguita sia in andata sia in ritorno.

Oppure si può effettuare una linea di livellazione chiusa seguendo un percorso anulare che ritorna sul punto di partenza.

Se si considerano complessivamente n battute, la differenza della somma delle letture indietro e delle letture in avanti non darà mai zero a causa degli inevitabili errori di misura ma indicherà un valore ε detto errore di chiusura

$$\varepsilon = \sum_{k=1}^{k=n} i_k - \sum_{k=1}^{k=n} a_k$$

Se tale errore è superiore alla **tolleranza** stabilita per la livellazione (errore di chiusura massimo ammissibile), la misura si considera affetta da errore grossolano e va eseguita nuovamente.

$c \cong 3\,\sigma_k$

c=15 mm/km livellazioni tecniche

c=5 mm/km livellazioni di precisione

c=3 mm/km livellazioni di alta precisione

$$|\varepsilon| \le t \qquad t = c\sqrt{D}$$

t tolleranza, D lunghezza della linea di livellazione in *Km*, *c* costane in *mm:*

Le tolleranze in uso all'IGM per le misure di livellazione sono le seguenti:

Per l'alta precisione

$$\rho = \pm 2.5 \cdot \sqrt{R}\ mm \quad con \quad R \le 4km$$

$$\lambda = \pm 1.5 \cdot L^{3/4}\ mm \quad con \quad L \le 50km$$

$$\lambda = \pm 4 \cdot \sqrt{L}\ mm \quad con \quad L > 50km$$

Per la precisione

$$\rho = \pm 5 \cdot \sqrt{R}\ mm \quad con \quad R \le 4km$$

$$\lambda = \pm 2.1 \cdot L^{3/4}\ mm \quad con \quad L \le 50km$$

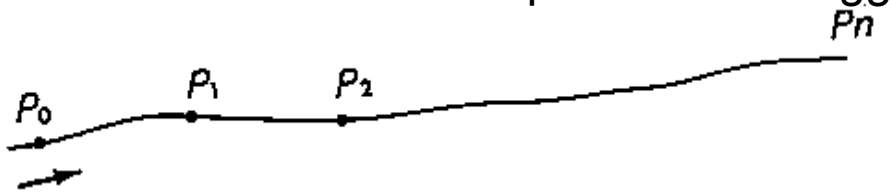
$$\lambda = \pm 6 \cdot \sqrt{L}\ mm \quad con \quad L > 50km$$

Compensazione empirica di una linea di livellazione

Le misure di livellazione eseguite sul terreno, ancorché siano stati eliminati gli errori teoricamente prevedibili, sono pur sempre affette dagli errori accidentali di osservazione.

E' quindi necessaria una **compensazione**, che consiste nell'eliminare le discordanze delle misure con opportune correzioni.

Supponiamo di aver misurato i dislivelli lungo una linea e le quote h_0 e h_n dei capisaldi estremi siano note e abbiano una precisione maggiore o uguale alle misure.



$\Delta_1, \Delta_2, \ldots, \Delta_n$	→	dislivelli tra capisaldi consecutivi
$l_1, l_2, \ldots, l_n$	→	distanze in km tra i capisaldi
L	→	lunghezza in km della linea
ε	→	errore di chiusura = $\Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3 \ldots - \Delta_{0n}$
ε/L	→	errore chilometrico

Se invece non si conoscono le quote dei capisaldi estremi o queste sono note con una precisione inferiore a quella delle misure ma la linea è stata misurata in andata e ritorno:

$$\varepsilon = \sum_{k=1}^{k=n} i_k - \sum_{k=1}^{k=n} a_k$$

Compensazione empirica di una linea di livellazione

Ammettendo l'errore di chiusura proporzionale alla distanza, le correzioni x_1, x_2, ..., x_n da apportare ai dislivelli misurati si ottengono ripartendo l'errore chilometrico, cambiato di segno, in ragione della distanza tra i capisaldi:

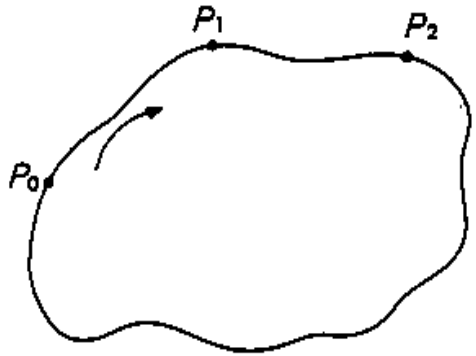
$$x_1 = -\frac{\varepsilon}{L} l_1 \quad , \quad x_2 = -\frac{\varepsilon}{L} l_2 \quad , \quad \ldots \quad , \quad x_n = -\frac{\varepsilon}{L} l_n$$

Pertanto le quote dei capisaldi P_1, P_2, ..., P_n sono:

$$h_1 = h_0 + \Delta_1 - \frac{\varepsilon}{L} l_1$$

$$h_2 = h_1 + \Delta_2 - \frac{\varepsilon}{L} l_2$$

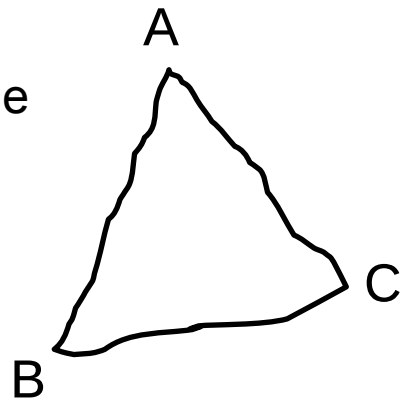
$$h_{n-1} = h_{n-2} + \Delta_{n-1} - \frac{\varepsilon}{L} l_{n-1}$$



Le stesse formule sono valide nel caso di un poligono chiuso, che altro non è che una linea con gli estremi coincidenti.
In questo caso l'errore di chiusura è: $\varepsilon = \Delta_1 + \Delta_2 + \ldots + \Delta_n$

Esempio

Dal caposaldo A di quota Q_A=82.70005 m, con linea di livellazione chiusa, si sono quotati i capisaldi B e C, con misure al decimo di millimetro su stadia a doppia graduazione.



	Dislivelli:	Distanze:
	h_{AB} = +0.3393 m	2.08 km
	h_{BC} = +3.8543 m	1.32 km
	h_{CA} = -4.1901 m	1.57 km
	---	---
Errore di chiusura	ε = +0.0035 m	D = 4.97 km

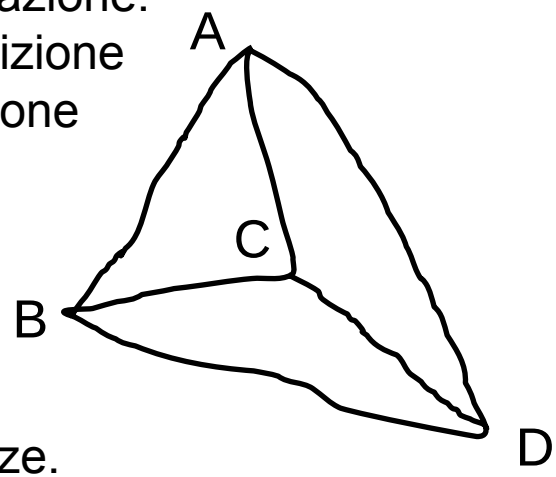
Errore di chiusura chilometrico E= 0.0035/4.97= 0.00070 m/km

$h_{AB\ compensato}$ = +0.3393 –(0.00070 x 2.08) = + 0.33784 m
$h_{BC\ compensato}$ = +3.8543 –(0.00070 x 1.32) = + 3.85337 m
$h_{CA\ compensato}$ = -4.1901 –(0.00070 x 1.57) = - 4.19121 m
controllo 0.00000

$Q_{B\ compensato} = Q_A + h_{AB}$=82.7005+0.3378=83.0383 m
$Q_{C\ compensato} = Q_B + h_{BC}$= 83.0383 + 3.85337 =86.8917 m

Compensazione empirica di una linea di livellazione

Più complesso è il caso in cui le linee di livellazione costituiscono una rete, ovvero l'appartenenza di alcuni capisaldi a diversi poligoni di livellazione.
In questo caso non è possibile operare per semplice ripartizione dell'errore di chiusura e bisogna adottare una compensazione in presenza di equazioni d'osservazione esuberanti.



Infatti si potrebbe pensare di procedere come nel caso precedente compensando il poligono ABD e quindi determinare la quota del caposaldo C con provenienze, con media pesata, con pesi pari all'inverso delle tre distanze.

Ma in questo modo nei tre poligoni non risulterà uguale a zero la somma dei tre dislivelli.

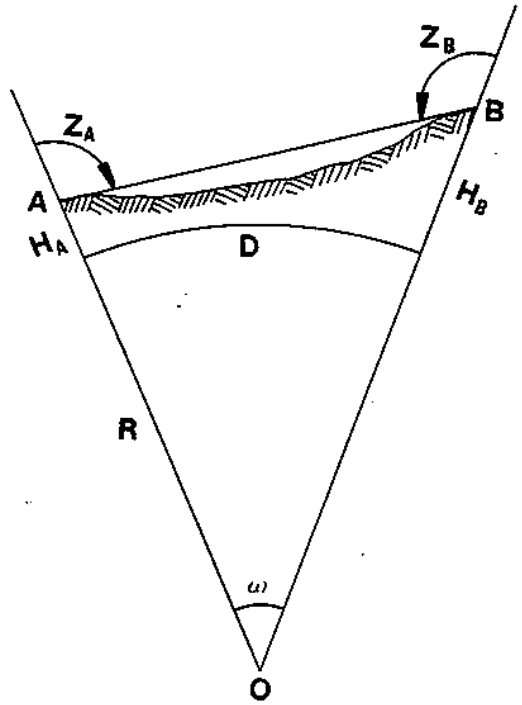
Perché questo avvenga è necessario procedere ad una compensazione globale rigorosa.

Livellazione trigonometrica

La livellazione trigonometrica viene eseguita normalmente durante i lavori di triangolazione perchè è necessario conoscere le distanze, ridotte al livello del mare. Il dislivello fra due punti può essere ottenuto mediante la misura delle zenitali reciproche (Z_A e Z_B).
Il dislivello tra i due punti è dato da:

$$H_m = \frac{H_B - H_A}{2}$$

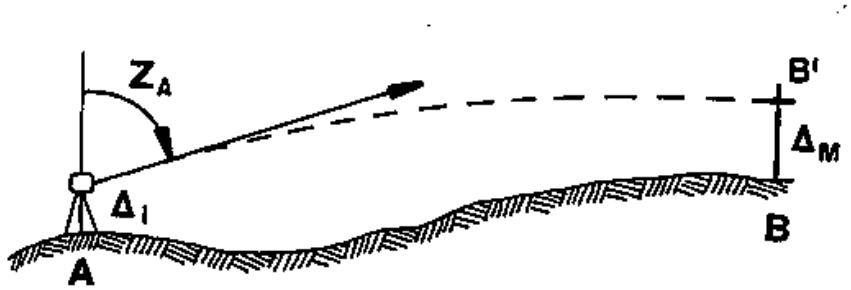
$$\Delta_{AB} = H_B - H_A = D \cdot \left(1 + \frac{H_m}{R}\right) \cdot tg\frac{1}{2}(Z_B - Z_A)$$



LIVELLAZIONE TRIGONOMETRICA RECIPROCA

Questo tipo di livellazione è indipendente dall'effetto di sfericità della terra e dalla rifrazione atmosferica.

Qualora l'angolo zenitale venga osservato dal solo punto A, il dislivello si calcola con la seguente formula delle zenitali semplici:



$$\Delta_{AB} = H_B - H_A = D \cdot \left(1 + \frac{H_m}{R}\right) \cdot \mathrm{cotg}\left(Z_A - \frac{1-K}{2R} \cdot D\right)$$

A e B sono due punti sul terreno, ma operativamente si collima un punto B' (mira o manufatto) della verticale passante per B. Inoltre lo strumento è posto su un treppiede in un punto A' della verticale in A. Indicando con ΔI l'altezza strumentale e con ΔM l'altezza di B' su B si ha:

$$\Delta_{AB} = H_B - H_A = D \cdot \left(1 + \frac{H_m}{R}\right) \cdot \mathrm{cotg}\left(Z_A - \frac{1-K}{2R} \cdot D\right) + \Delta I - \Delta M$$

LIVELLAZIONE TRIGONOMETRICA DA UN ESTREMO

Praticamente si utilizza la formula della livellazione trigonometrica da un estremo anche disponendo di zenitali reciproche e contemporanee. In questo caso il calcolo viene effettuato due volte, con l'una e con l'altra zenitale e si assume quale dislivello fra i due punti la media dei due valori

Determinazione del coefficiente di rifrazione K

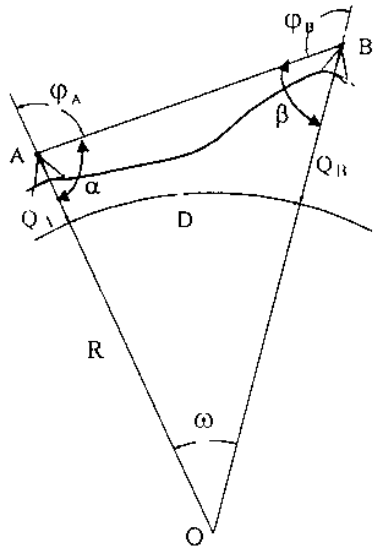
Fatte osservazioni reciproche per il calcolo del dislivello fra due punti, è possibile dedurre da tali misure il coefficiente K, utile per il calcolo di altri dislivelli. Sia $\varphi_i = Z_i + \varepsilon_i$ ($\varepsilon_i \rightarrow$ errore angolare rifrazione).

$$Z_A + \varepsilon_A + Z_B + \varepsilon_B = \beta + \omega + \alpha + \omega = \pi + \omega$$

$$Z_A + Z_B + (K_A + K_B)\frac{\omega}{2} = \pi + \omega$$

$$\frac{K_A + K_B}{2} = \frac{\pi + \omega - Z_A - Z_B}{\omega}$$

$$\frac{K_A + K_B}{2} = K = 1 - (Z_A + Z_B - \pi) \cdot \frac{R}{D}$$



Livellazione trigonometrica

Se la distanza tra i punti non è eccessiva e le misure sono pressochè contemporanee, si può ritenere KA ≈ KB = K e riutilizzare questo coefficiente per gli altri vertici collimati.

Il coefficiente K varia da luogo a luogo e nello stesso punto varia con il tempo.
Si hanno sensibili variazioni durante il giorno causa il riscaldamento o il raffreddamento, dovuto al sole, dell'aria.

L'esperienza mostra che il coefficiente è massimo al mattino (K ≈ 0,19), decresce fino ad un minimo nelle ore pomeridiane (K ≈ 0,14) e torna ad aumentare fino al tramonto del sole (K ≈ 0,16).

Il valore più basso di K si riscontra nelle zone equatoriali e si ha un progressivo aumento procedendo verso i poli.

Alla latitudine dell'Italia settentrionale può essere mediamente assunto pari a 0,17.

Precisione della livellazione trigonometrica

La formula della livellazione trigonometrica da un estremo può essere scritta in forma semplificata come:

$$\Delta_{AB} = D \cdot \left(1 + \frac{H_m}{R}\right) \cdot \mathrm{cotg} Z_A + \frac{1-K}{2R} \cdot D^2$$

Applicando la formula di propagazione della varianza valutiamo σ_Δ.

$$\sigma^2_{\Delta_{AB}} = \left(\frac{\partial \Delta}{\partial D}\right)^2 \sigma^2_D + \left(\frac{\partial \Delta}{\partial K}\right)^2 \sigma^2_K + \left(\frac{\partial \Delta}{\partial Z_A}\right)^2 \sigma^2_{Z_A}$$

- **Influenza dell'errore sulla distanza D**

$$\sigma_{\Delta_{AB}}\Big|_D = \frac{\partial \Delta}{\partial D} \cdot \sigma_D \cong \left(1 + \frac{H_m}{R}\right) \mathrm{cotg} Z_A \cdot \sigma_D \cong \frac{\Delta_{AB}}{D} \cdot \sigma_D$$

$$\text{ipotizzando} \begin{cases} \Delta_{AB} = 500\text{m} \\ D = 10\text{km} \\ \sigma_D = 0.3\text{m} \end{cases} \rightarrow \sigma_{\Delta_{AB}}\Big|_D = \frac{500}{10000} \cdot 0.3 = 1.5\text{cm}$$

- **Influenza dell'errore sul coefficiente di rifrazione K**

$$\sigma_{\Delta_{AB}}\Big|_K = \frac{\partial \Delta}{\partial K}\cdot\sigma_K = \frac{D^2}{2R}\cdot\sigma_K$$

ipotizzando $\sigma_K = \pm 0.01$ $\rightarrow$

D [km]	1	5	10	20	30
$\sigma_{\Delta_{AB}}\Big\vert_K$ [cm]	0.1	2	8	32	72

- **Influenza dell'errore sull'angolo zenitale Z_A**

$$\sigma_{\Delta_{AB}}\Big|_{Z_A} = \frac{\partial \Delta}{\partial Z_A}\cdot\sigma_{Z_A} = \frac{D}{\mathrm{sen}^2 Z_A}\sigma_{Z_A}$$

	D [km]	0.5	1	5	10	20
$\sigma_{Z_A} = 0^{gon}.0006$	$\sigma_{\Delta_{AB}}\Big\vert_{Z_A}$ [cm]	0.5	1	5.4	12.9	37.9
$\sigma_{Z_A} = 0^{gon}.0015$	$\sigma_{\Delta_{AB}}\Big\vert_{Z_A}$ [cm]	0.8	1.6	8.2	16.5	-
$\sigma_{Z_A} = 0^{gon}.01$	$\sigma_{\Delta_{AB}}\Big\vert_{Z_A}$ [cm]	5.5	11	55	-	-

Si può notare, quindi, che per distanze fino a 10km l'influenza di σ_K, per quanto proporzionale al quadrato della distanza D, è bassa e si può ritenere che, entro tale limite, lo s.q.m. del dislivello sia proporzionale alla distanza e si può assumere mediamente:

$$\sigma_{\Delta_{AB}} = \pm 1.2D$$

dove σ_Δ è espresso in [cm] e D in [km].

Si nota inoltre che l'apporto del termine σ_D è inferiore a quello del termine σ_Z, ovvero che lo s.q.m. della distanza influenza σ_Δ molto meno di quanto faccia lo s.q.m. dell'angolo zenitale.
L'influenza del termine σ_K diventa predominante dopo i 10km, e dopo tale limite si può ritenere che lo s.q.m. del dislivello cresca con il quadrato della distanza.
Per questo motivo è sconsigliabile effettuare misure di dislivello tra punti con distanza eccedente tale valore.

Siano A e B due punti del suolo di quota rispettivamente H_A e H_B. Sia C un punto intermedio di quota H. Sulla verticale del punto C si ponga un teodolite in C' e si osservino le zenitali Z_A e Z_B sui punti A e B.
Applicando la formula delle zenitali semplici e trascurando il termine H_m/R, il dislivello fra A e C è:

$$\Delta_{AC} = H_A - H = D_A \cdot \mathrm{cotg} Z_A + \frac{1-K}{2R} \cdot \frac{D_A^2}{\mathrm{sen}^2 Z_A} + \Delta I$$

Il dislivello fra B e C è:

$$\Delta_{BC} = H_B - H = D_B \cdot \mathrm{cotg} Z_B + \frac{1-K}{2R} \cdot \frac{D_B^2}{\mathrm{sen}^2 Z_B} + \Delta I$$

Sottraendo tra loro le due relazioni trovate:

$$H_B - H_A = D_B \cdot \mathrm{cotg} Z_B - D_A \cdot \mathrm{cotg} Z_A + \frac{1-K}{2R} \cdot \left(\frac{D_B^2}{\mathrm{sen}^2 Z_B} - \frac{D_A^2}{\mathrm{sen}^2 Z_A} \right)$$

Da questa espressione risulta che il dislivello tra i due punti A e B può essere determinato indipendentemente dalla quota del punto C e dall'altezza dello strumento ΔI.

Equazioni livellazione geometrica derivate da quelle della trigonometrica

$$H_B - H_A = D_B \cdot \mathrm{cotg} Z_B - D_A \cdot \mathrm{cotg} Z_A + \frac{1-K}{2R} \cdot \left(\frac{D_B^2}{\mathrm{sen}^2 Z_B} - \frac{D_A^2}{\mathrm{sen}^2 Z_A} \right)$$

Se scegliamo il punto C equidistante da A e B ($D_A = D_B = D$) e nell'ipotesi $Z_A \approx Z_B$ la relazione precedente diventa:

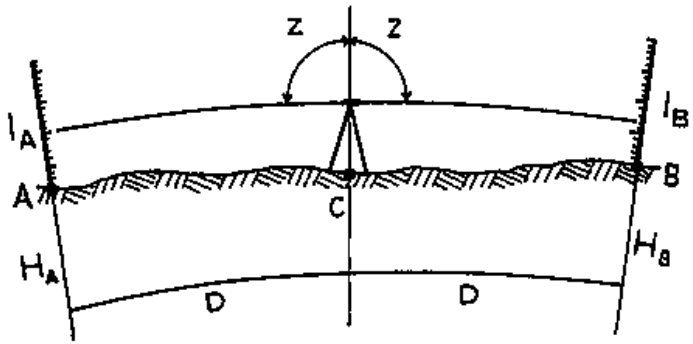
$$H_B - H_A = D \cdot (\mathrm{cotg} Z_B - \mathrm{cotg} Z_A)$$

Dunque, il dislivello è determinato indipendentemente dall'influenza della curvatura terrestre e della rifrazione atmosferica.

Supponiamo di porre verticalmente in A ed in B una stadia e di eseguire le letture alla stadia l_A ed l_B con un livello messo in stazione centrando la sua bolla torica ($Z_A = Z_B = 90°$). Si ha che:

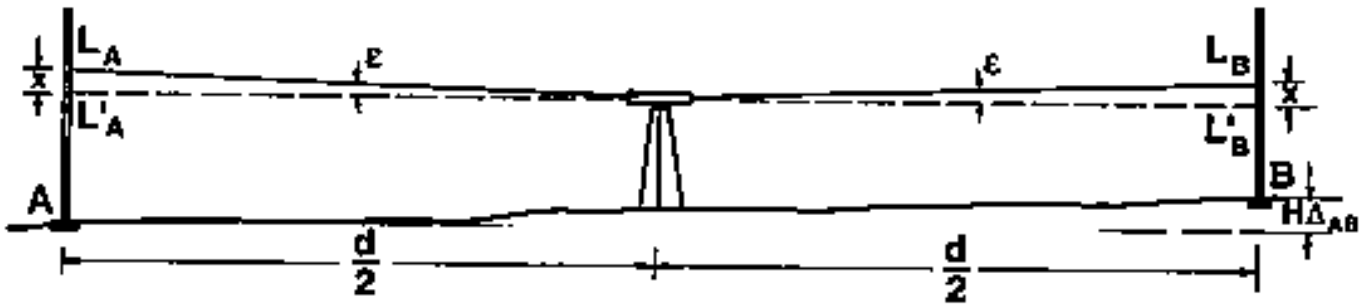
$$(H_B + l_B) - (H_A + l_A) = 0$$

$$H_B - H_A = l_A - l_B$$



Si può dunque concludere che con la livellazione dal mezzo il dislivello fra due punti è uguale alla differenza tra le due letture sulle stadie.

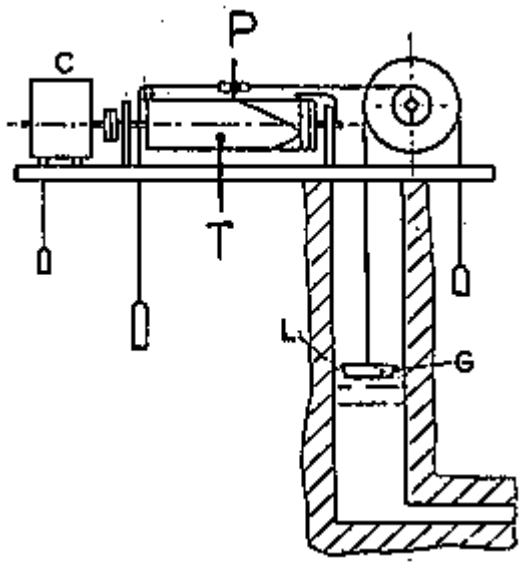
Il procedimento mette in luce che qualora, per imperfetta rettifica del livello, la linea di mira dello strumento non fosse perfettamente orizzontale ($Z_A = Z_B = 90°+\varepsilon$) le letture sulle stadie sarebbero entrambe scorrette della medesima quantità, ma la loro differenza darebbe ugualmente il corretto valore del dislivello.



Mareografo

Definito un punto di quota assoluta (ortometrica) nulla, operazioni di livellazione partenti da tale punto consentono, per sommadi dislivelli, il calcolo della quota di qualsiasi punto sulla superficie fisica della terra.
La definizione di un punto di quota nulla viene fatta con il mareografo.

Esso è costituito da un galleggiante disposto in un pozzo in comunicazione con il mare, i cui movimenti vengono registrati, in scala ridotta, da una punta scrivente su un foglio di carta che trasla con velocità costante.
Nella misura del mareografo devono essere eliminati il moto ondoso e l'effetto sistematico di correnti o venti dominanti



Calcolata l'area sottesa dalla curva tracciata e dividendo per l'intervallo di tempo considerato si ottiene la posizione media della punta scrivente e quindi la posizione media del galleggiante.

⇩

DEFINIZIONE QUOTA NULLA

Mareografo

Il mareografo è collegato altimetricamente, mediante livellazione geometrica, ad un caposaldo costruito con speciali cure detto **punto di derivazione delle quote**.

Sempre tramite livellazione geometrica, è stata derivata dal punto di derivazione delle quote una rete di punti fondamentali ai quali si possono collegare le operazioni altimetriche da compiere localmente.

E' da notare che, collegando con livellazioni mareografci posti in località diverse, il livello medio del mare non è lo stesso.
A parte errori accidentali e sistematici residui ciò è dovuto ad un complesso di cause quali le differenze di temperatura e salinità, l'influenza della forma e dell'orientamento del bacino marino nei riguardi delle maree, ecc.

Le linee di livellazione quindi devono essere collegate ad un unico mareografo.

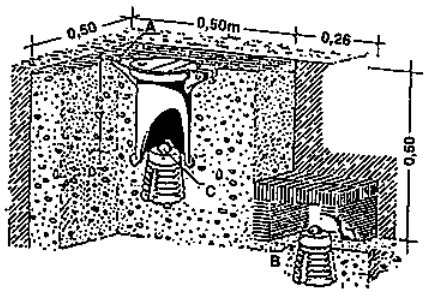
Rete italiana di livellazione

Nel dopoguerra l'IGM ha provveduto, con criteri e strumentazioni moderne, alle misure di una nuova rete fondamentale di alta precisione, riferita ad un unico caposaldo derivato dal mareografo di Genova.

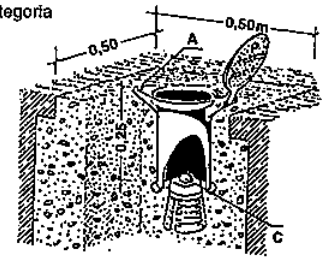
Particolare attenzione è stata posta nella materializzazione dei caposaldi in modo da garantirne la durata nel tempo ed allo stesso tempo l afruibilità da parte degli operatori

Rete italiana di livellazione

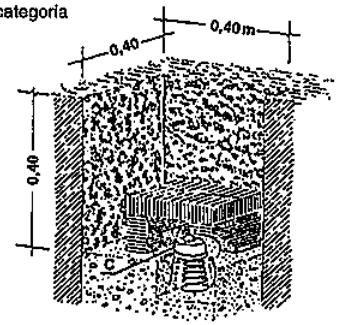
I e II categoria

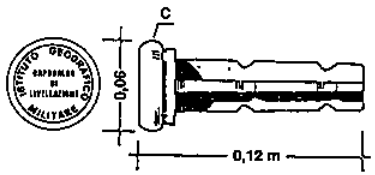


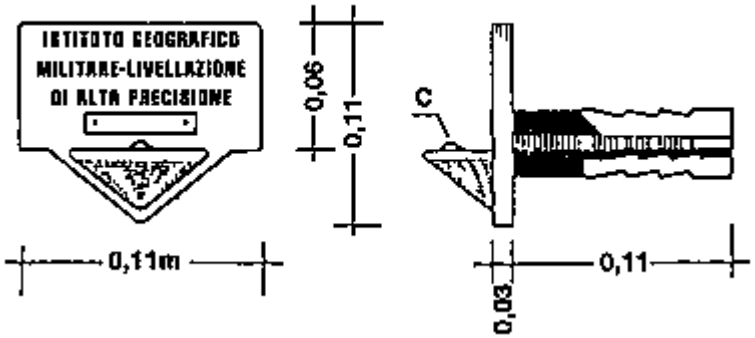
III categoria



IV categoria







I caposaldi orizzontali sono costituiti da tronchi di cono di porcellana compressa, protetti da chiusini in ghisa.
I coperchi hanno, dalla parte opposta della cerniera, un ringrosso sferico quotato che permette di utilizzare il caposaldo senza aprire il chiusino.

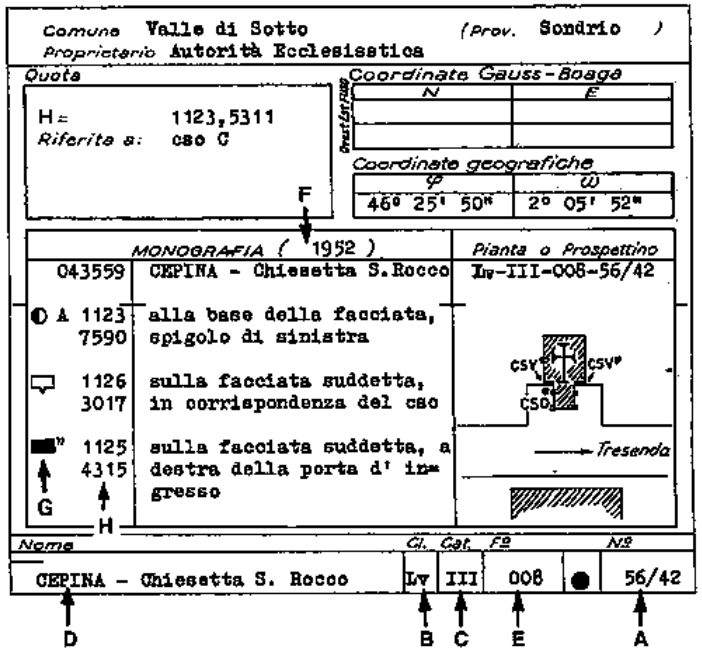
Si possono poi avere dei bulloni con superficie torica, cementati su manufatti a qualche decimetro dal suolo, sufficientemente sporgenti da permettere l'appoggio della stadia in C.

Abbinati ai caposaldi orizzontali sono spesso i capisaldi verticali con contrassegno a mensola cementati su manufatti a circa 2m dal suolo.

Rete italiana di livellazione

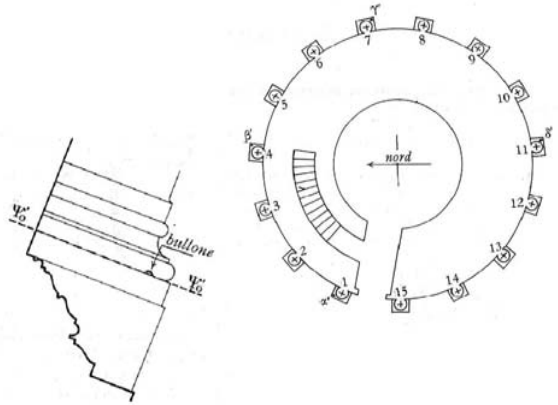
L'IGM fornisce a richiesta le monografie di tutti i capisaldi di cui è riportato un esempio in figura.
Ai fini dell'utilizzazione è indifferente la categoria di appartenenza!
In riferimento all'esempio sottostante, la quota 1123.5311 si riferisce alla sommità del contrassegno di porcellana iterrato (Cso C), mentre la quota 1123.7590 è riferita alla sommità del ringrosso sferico riportato sul coperchio de chiusino (Cs A)
I punti Csv' e Csv'' sono caposaldi verticali rispettivamente di nuova e vecchia determinazione.

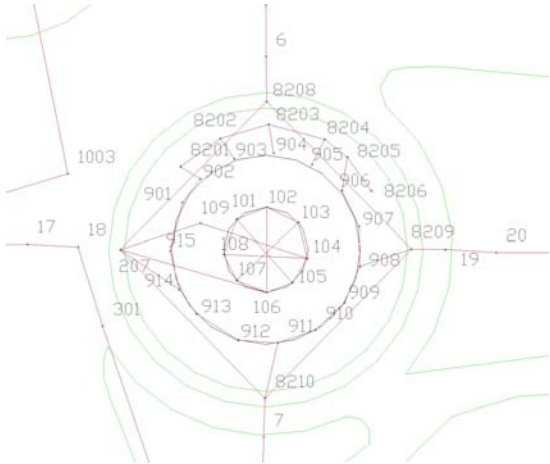
A = numero di caposaldo
B = classe
C = categoria
D = nome
E = foglio della Carta d'Italia al 100 000
F = anno di accertamento dei dati
G = tipo di caposaldo
H = quote (m e 0,1 mm)



Caposaldo di livellazione IGM in Piazza del Duomo - Pisa

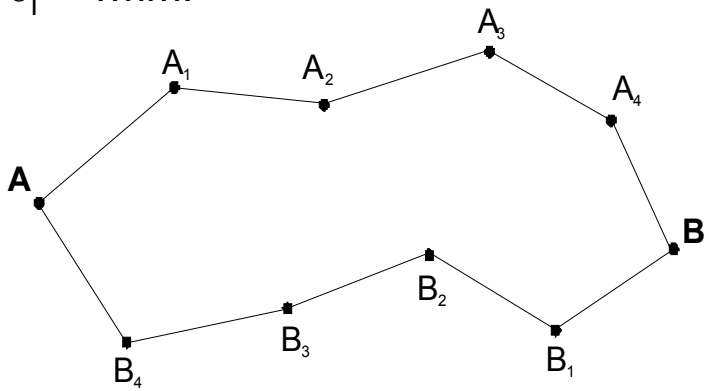
Monitoraggio della Torre di Pisa





Esercizio 4 – livellazione geometrica

Tramite una livellazione geometrica speditiva tecnica si vuole determinare la quota di un punto B a partire da un punto A di quota Q_A = 150m. Viene eseguito un anello tramite battute di livellazione dal mezzo (come da figura). Si riportano in tabella le letture alla stadia per ogni battuta. Considerando le campate di ugual lunghezza, pari a 100m, ed una tolleranza $t = 30 \cdot L^{1/2}$mm (con L=lunghezza linea, espressa in km), si fornisca la quota di B compensando empiricamente la linea di livellazione. Il livello utilizzato permette un errore di lettura alla stadia pari a σ_l = 1mm.



campata	l_i	l_a	campata	l_i	l_a
AA_1	1.995	0.453	BB_1	0.693	1.631
A_1A_2	1.892	0.491	B_1B_2	0.409	0.966
A_2A_3	1.815	0.862	B_2B_3	0.713	1.545
A_3A_4	1.390	1.015	B_3B_4	0.590	1.988
A_4B	1.567	0.564	B_4A	0.441	1.975

Esercizio 4 – livellazione geometrica

Soluzione esercizio 4

	dislivello		dislivello
ΔAA_1	1.542	ΔBB_1	-0.938
ΔA_1A_2	1.401	ΔB_1B_2	-0.557
ΔA_2A_3	0.953	ΔB_2B_3	-0.832
ΔA_3A_4	0.375	ΔB_3B_4	-1.398
ΔA_4B	1.003	ΔB_4A	-1.534

$$\sum \Delta_i = 0.015m$$

$$t = 30 \cdot \sqrt{L} = 30 \cdot \sqrt{1} = 0.030m$$

l'errore di chiusura rispetta la tolleranza e quindi si può ripartire uniformemente l'errore (0.015/10=0.0015m).

Esercizio 4 – livellazione geometrica

I nuovi dislivelli sono:

	Dislivello nuovo		Dislivello nuovo
ΔAA_1	1.5405	ΔBB_1	-0.9395
ΔA_1A_2	1.3995	ΔB_1B_2	-0.5585
ΔA_2A_3	0.9515	ΔB_2B_3	-0.8335
ΔA_3A_4	0.3735	ΔB_3B_4	-1.3995
ΔA_4B	1.0015	ΔB_4A	-1.5355

ΔAB = 5.2665m
Q_B = 155.266m

La precisione che ci si attende dalla livellazione è:

$$\sigma_{linea} = \sqrt{n} \cdot \sigma_{\Delta} = \sqrt{2n} \cdot \sigma_{l} = \sqrt{10} \cdot 1mm = 3mm$$

Esercizio 5 – poligonale chiusa

7.3.3 – calcolo di una poligonale chiusa

La poligonale chiusa poichè comporta il rispetto della coincidenza del primo vertice con l'ultimo permette di effettuare delle compensazioni angolari e lineari dell'errore di chiusura.

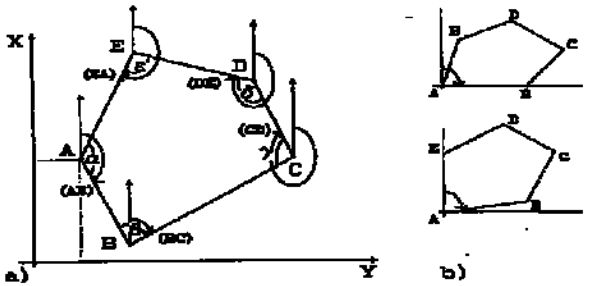


fig.7.8

Xa,Ya (AB) orientamento
AB, BC, CD, DE, EA α, β, γ, δ, ε elementi misurati

Schema risolutivo:

1) – verifica e compensazione angolare

Indicando con $\Sigma\alpha$ la somma degli angoli interni (misurati) della poligonale e con n il numero dei vertici avremo che:

$$\Sigma\alpha - (n-2)\cdot 180 = e_\alpha$$

tale errore angolare dovrà essere inferiore alla tolleranza:

$$t = 2{,}5^{c}\cdot\sqrt{n} \qquad 7.3)$$

la correzione sarà effettuata ripartendo l'errore, in parti uguali, su tutti gli angoli.

2) – calcolo azimut

Dopo la correzione degli angoli si effettuerà il calcolo degli azimut con la legge di propagazione così come visto per le poligonali aperte, si avrà però cura di ricalcolare l'azimut del primo lato che dovrà essere uguale al dato di partenza. Ciò permette di effettuare un controllo sulla bontà dei calcoli.

(AB) valore misurato
(BC) = (AB) + β ± 200^{c}
(CD) = (BC) + γ ± 200^{c}
(DE) = (CD) + δ ± 200^{c}
(EA) = (DE) + ε ± 200^{c}
(AB) = (EA) + α ± 200^{c} valore calcolato

Esercizio 5 – poligonale chiusa

$$U_x = \frac{e_x}{L} \qquad U_y = \frac{e_y}{L - AB}$$

In modo analogo se l'ultimo lato è coincidente con l'asse delle y avremo: (AB) = α e Xe = 0. Le tolleranze:

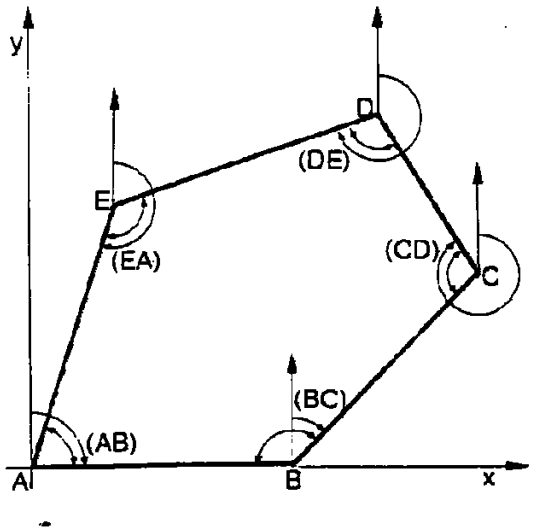
$$U_x = \frac{e_x}{L - AB} \qquad U_y = \frac{e_y}{L}$$

Esercizio 5 – poligonale chiusa

40 Calcolare, con le necessarie verifiche e compensazioni, la poligonale chiusa *ABCDE* della quale si sono misurati sul terreno i lati con un cannocchiale distanziometrico e gli angoli interni con un goniometro, ottenendo i seguenti valori:

$AB = 57{,}12$ m	$\hat{A} = 73°20'15''$
$BC = 56{,}55$ m	$\hat{B} = 135°10'11''$
$CD = 44{,}18$ m	$\hat{C} = 101°12'09''$
$DE = 58{,}24$ m	$\hat{D} = 104°08'15''$
$EA = 61{,}38$ m	$\hat{E} = 126°07'11''$

Si assuma, come riferimento, un sistema di assi cartesiani ortogonali con origine nel punto *A* e con semiasse positivo delle *x* coincidente con il lato *AB*. Decimalizzazione. verifica e compensazione angolare:



$t_\alpha = 1'.5\ \sqrt{n} = 1'.5\ \sqrt{5} = 0°.0558$

$\hat{A}$	$= 73°.3375$	$73°.3442$
$\hat{B}$	$= 135°.1697$	$135°.1763$
$\hat{C}$	$= 101°.2025$	$101°.2091$
$\hat{D}$	$= 104°.1375$	$104°.1441$
$\hat{E}$	$= 126°.1197$	$126°.1263$
$\Sigma\ \alpha$	$= 539°.9669$	$540°.0000$

$e_\alpha = -0°.0331 \qquad e_\alpha/5 = -0°.0066$

Calcolo degli angoli azimutali:

$(AB) = 90°$

$(BC) = 90° + 135°.1763 - 180° = 45°.1763$

$(CD) = 45°.1763 + 101°.2091 + 180° = 326°.3854$

Esercizio 5 – poligonale chiusa

$(DE) = 326°,3854 + 104°,1441 - 180° = 250°,5295$
$(EA) = 250°,5295 + 126°,1263 - 180° = 196°,6558$

Calcolo delle coordinate parziali provvisorie, verifica lineare:

$(x_B)'_A = AB$	=	= 57,12	
$(y_B)'_A$	=	=	0
$(x_C)'_B = BC \text{ sen } (BC)$	$= 56,55 \text{ sen } 45°,1763$	= 40,11	
$(y_C)'_B = BC \cos (BC)$	$= 56,55 \cos 45°,1763$	=	39,86
$(x_D)'_C = CD \text{ sen } (CD)$	$= 44,18 \text{ sen } 326°,3854$	= −24,46	
$(y_D)'_C = CD \cos (CD)$	$= 44,18 \cos 326°,3854$	=	36,79
$(x_E)'_D = DE \text{ sen } (DE)$	$= 58,24 \text{ sen } 250°,5295$	= −54,91	
$(y_E)'_D = DE \cos (DE)$	$= 58,24 \cos 250°,5295$	=	−19,41
$(x_A)'_E = EA \text{ sen } (EA)$	$= 61,38 \text{ sen } 196°,6558$	= −17,59	
$(y_A)'_E = EA \cos (EA)$	$= 61,38 \cos 196°,6558$	=	−58,80
		e_x = 0,27	
		e_y =	−1,56
		$E = \sqrt{0,27^2 + 1,56^2}$ =	1,58
		$t_l = 0,8\sqrt{n} = 0,8\sqrt{5}$ =	1,79

Compensazione lineare in parti uguali:

$e_x/5$	= 0,27/5 = 0,05		
$e_y/4$	= −1,56/4 = −0,39		
$(x_B)_A$	= 57,12 − 0,05 = 57,06		(arrotondato di 1 cm)
$(y_B)_A$	=	0	
$(x_C)_B$	= 40,11 − 0,05 = 40,06		
$(y_C)_B$	= 39,86 + 0,39 =	40,25	
$(x_D)_C$	= −24,46 − 0,05 = −24,52		(arrotondato di 1 cm)
$(y_D)_C$	= 36,79 + 0,39 =	37,18	
$(x_E)_D$	= −54,91 − 0,05 = −54,96		
$(y_E)_D$	= −19,41 + 0,39 =	−19,02	
$(x_A)_E$	= −17,59 − 0,05 = −17,64		
$(y_A)_E$	= −58,80 + 0,39 =	−58,41	
	0	0	

Compensazione lineare in parti proporzionali alla lunghezza dei lati:

Σl	$= 57,12 + 56,55 + 44,18 + 58,24 + 61,38$	= 277,47 m
U_x	$= e_x/\Sigma l = 0,27/277,47$	= 0,0009731
U_y	$= e_y/(\Sigma l - AB) = -1,56/(277,47 - 57,12)$	= −0,0070796
$(x_B)_A$	= 57,12 − 0,0009731 · 57,12 =	57,06
$(y_B)_A$	=	0
$(x_C)_B$	= 40,11 − 0,0009731 · 56,55 =	40,05
$(y_C)_B$	= 39,86 + 0,0070796 · 56,55 =	40,26
$(x_D)_C$	= −24,46 − 0,0009731 · 44,18 =	−24,50
$(y_D)_C$	= 36,79 + 0,0070796 · 44,18 =	37,10
$(x_E)_D$	= −54,91 − 0,0009731 · 58,24 =	−54,96
$(y_E)_D$	= −19,41 + 0,0070796 · 58,24 =	−19,00
$(x_A)_E$	= −17,59 − 0,0009731 · 61,38 =	−17,65
$(y_A)_E$	= −58,80 + 0,0070796 · 61,38 =	−58,36
	0	0

Calcolo delle coordinate con compensazione lineare uguale:

$x_A = y_A$	=	0
x_B =	$(x_B)_A$ =	57,06 m
y_B =	$(y_B)_A$ =	0
$x_C = x_B + (x_C)_B$	$= 57,06 + 40,06$	= 97,12 m
$y_C = (y_C)_B$	=	= 40,25 m
$x_D = x_C + (x_D)_C$	$= 97,12 - 24,52$	= 72,60 m
$y_D = y_C + (y_D)_C$	$= 40,25 + 37,18$	= 77,43 m
$x_E = x_D + (x_E)_D$	$= 72,60 - 54,96$	= 17,64 m
$y_E = y_D + (y_E)_D$	$= 77,43 - 19,02$	= 58,41 m

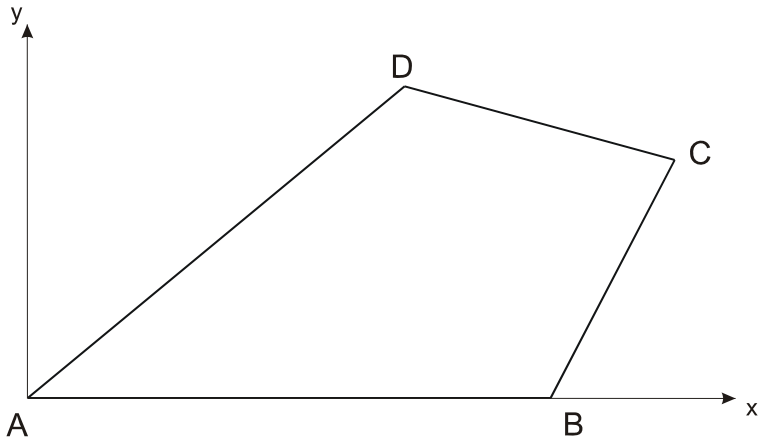
Calcolo delle coordinate con compensazione lineare proporzionale:

$x_A = y_A$	=	0
x_B =	$(x_B)_A$ =	57,06 m
y_B =	$(y_B)_A$ =	0
$x_C = x_B + (x_C)_B$	$= 57,06 + 40,05$	= 97,11 m
y_C =	$(y_C)_B$ =	= 40,26 m
$x_D = x_C + (x_D)_C$	$= 97,11 - 24,50$	= 72,61 m
$y_D = y_C + (y_D)_C$	$= 40,26 + 37,10$	= 77,36 m
$x_E = x_D + (x_E)_D$	$= 72,61 - 54,96$	= 17,65 m
$y_E = y_D + (y_E)_D$	$= 77,36 - 19,00$	= 58,36 m

Esercizio 5 – poligonale chiusa

Sia stato fatto un rilievo di una poligonale chiusa tramite stazione totale SOKKIA SET3030R, dai cui dati tecnici sia nota la precisione angolare, pari a 1mgon, e quella sulle distanze, pari a (2+2ppm*d) mm. Sia dato il libretto delle misure:

Distanze	[m]	Angoli	[gon]
AB	54.002	DAB	43.9933
BC	27.7136	ABC	130.6531
CD	28.9036	BCD	86.3020
DA	50.5011	CDA	139.0966



Siano inoltre dati i valori di tolleranza per la chiusura angolare, pari a

$$0.025 * \sqrt{n} \ \text{gon}$$

e per la chiusura laterale, pari a

$$0.08 * \sqrt{L} \ \text{m}$$

con n pari al numero dei vertici ed L la lunghezza totale della poligonale in chilometri.
Si determinino le coordinate dei vertici della poligonale nel sistema di riferimento indicato compensate empiricamente.

Esercizio 5 – poligonale chiusa

Precisioni strumentali		SET3030R SOKKIA		
distanze	(2+2ppm*d)mm			
angoli	1mgon			
Tolleranze chiusure				
distanze	0.8*radice(L) m	0.032		
angoli	0.025*radice(n) gon	0.050		
Valori per l'esercizio				
AB	54.002		alfa	43.9933
BC	27.7136		beta	130.6531
CD	28.9036		gamma	86.3020
DA	50.5011		delta	139.0966
Verifica chiusura				
epsilon alfa	0.0450		**OK**	
epsilon alfa/4	0.01125			
Ripartizione errore angolare				
alfa	43.9821			
beta	130.6419			
gamma	86.2908			
delta	139.0853			

Esercizio 5 – poligonale chiusa

Calcolo angoli azimutali			
(AB)	100		1.570796
(BC)	30.6419		0.481321
(CD)	316.9326		4.978366
(DA)	256.0179		4.02152
Calcolo coordinate parziali provvisorie			
xA	0.0000	yA	0.0000
xB	54.0020	yB	0.0000
xC	12.8300	yC	24.5649
xD	-27.8872	yD	7.5974
xA	-38.9208	yA	-32.1797
	0.0240		-0.0174
Verifica chiusura			
epsilon L	0.0296		**OK**

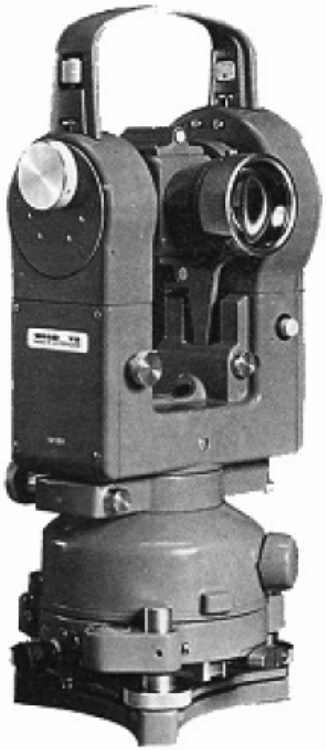
Esercizio 5 – poligonale chiusa

Compensazione lineare in parti proporzionali alle lunghezze dei lati			
L	161.1203		
Ux	0.0001		
Uy	-0.0002		
Compensazione coordinate parziali			
xB	53.994	yB	0.000
xC	12.826	yC	24.569
xD	-27.892	yD	7.602
xA	-38.928	yA	-32.171
	0.000		0.000
Calcolo coordinate			
XA	0.000	YA	0.000
XB	53.994	YB	0.000
XC	66.820	YC	24.569
XD	38.928	YD	32.171

Teodolite

I teodoliti sono gli strumenti specifici per la misura diretta degli **angoli azimutali** e **zenitali** ⇨ goniometri

A seconda della tecnica usata per effettuare le misure, i teodoliti si distinguono in:



T. ottico-meccanici
(o classici, o tradizionali)

T. elettronici
(con distanziometro integrato)
Stazioni totali
(registrano i dati elaborati)

Teodolite

I tacheometri sono strumenti analoghi ai teodoliti, da cui si differenziano essenzialmente per la precisione intrinseca, oltre che per l'assenza (in linea di massima) di un reticolo distanziometrico.

Precisione intrinseca comparata di teodolite e tacheometro

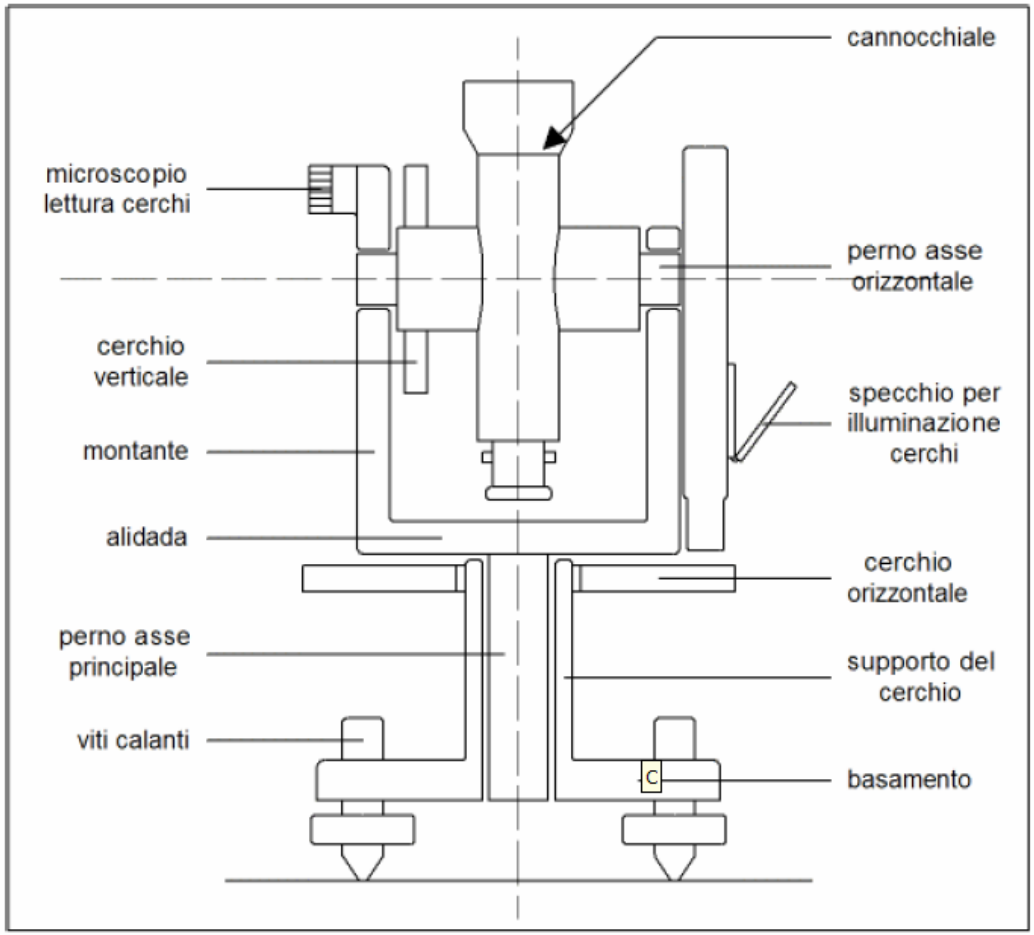
Teodolite	secondo sessagesimale *ovvero* decimillesimo di gon
Tacheometro	primo sessagesimale *ovvero* centesimo di gon

CLASSIFICAZIONE DEI TEODOLITI

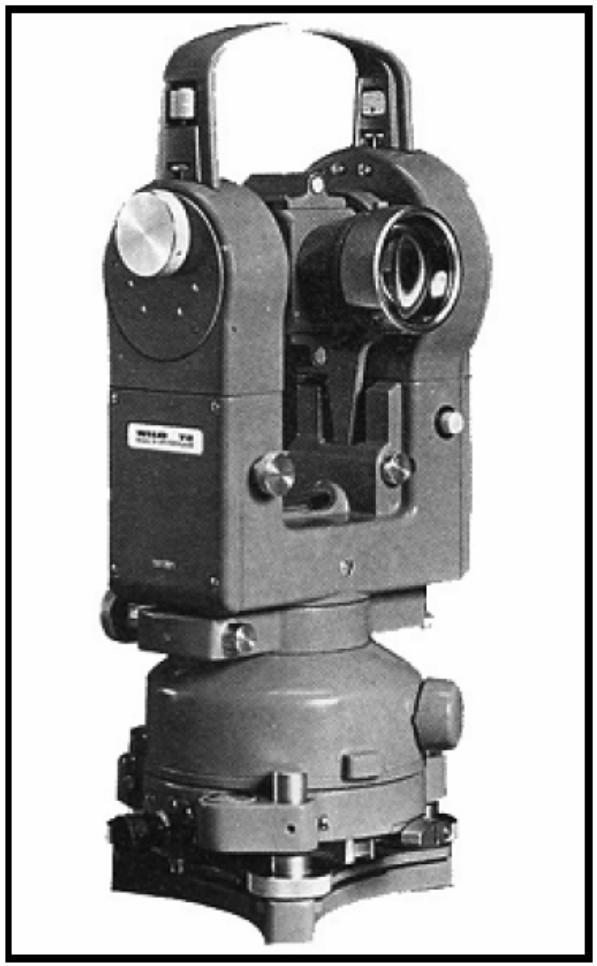
In rapporto all'incertezza di misura degli angoli, è possibile classificare i teodoliti come segue:

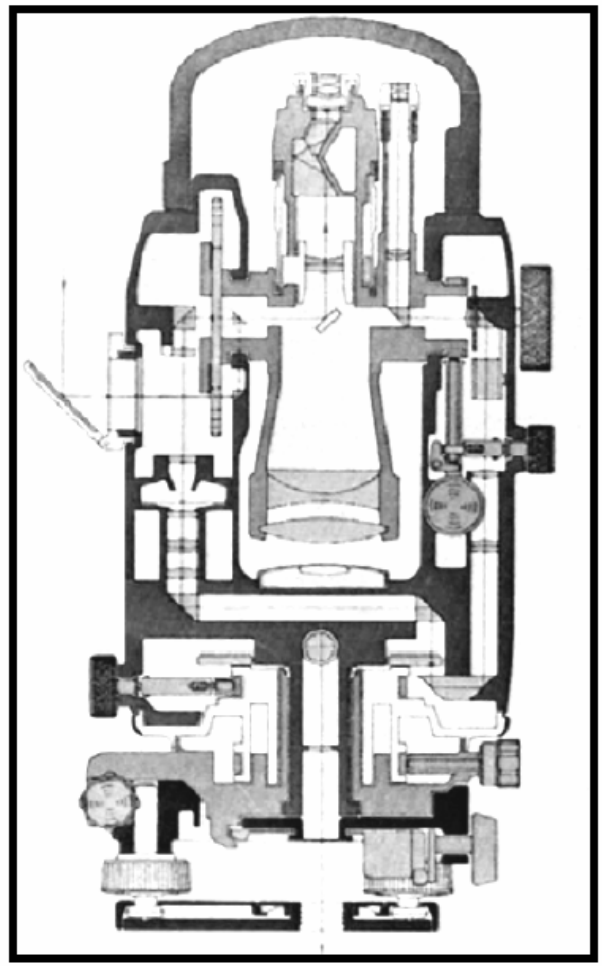
- Teodoliti al decimillesimo → Da triangolazione
- Teodoliti al millesimo
- Teodoliti al centesimo → Da ingegneria
- Teodoliti ai cinque centesimi → Da cantiere

STRUTTURA DI UN TEODOLITE GENERICO



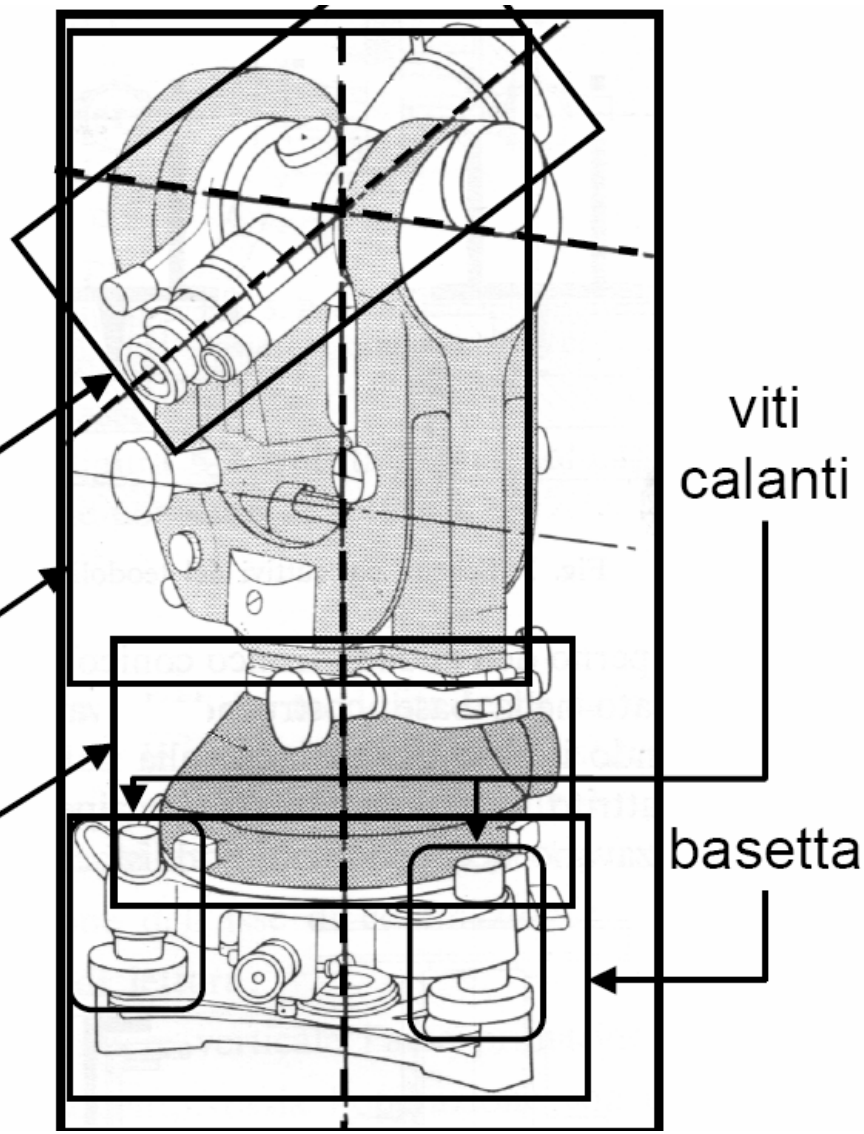
STRUTTURA DEL TEODOLITE: IL WILD T2





PARTI DEL TEODOLITE

Il basamento si innesta nella basetta, è orizzontabile tramite le viti calanti e ospita il collare, una cavità cilindrica in cui alloggia il perno dell'alidada. Questa presenta due montanti che sostengono il perno attorno a cui ruota il cannocchiale.



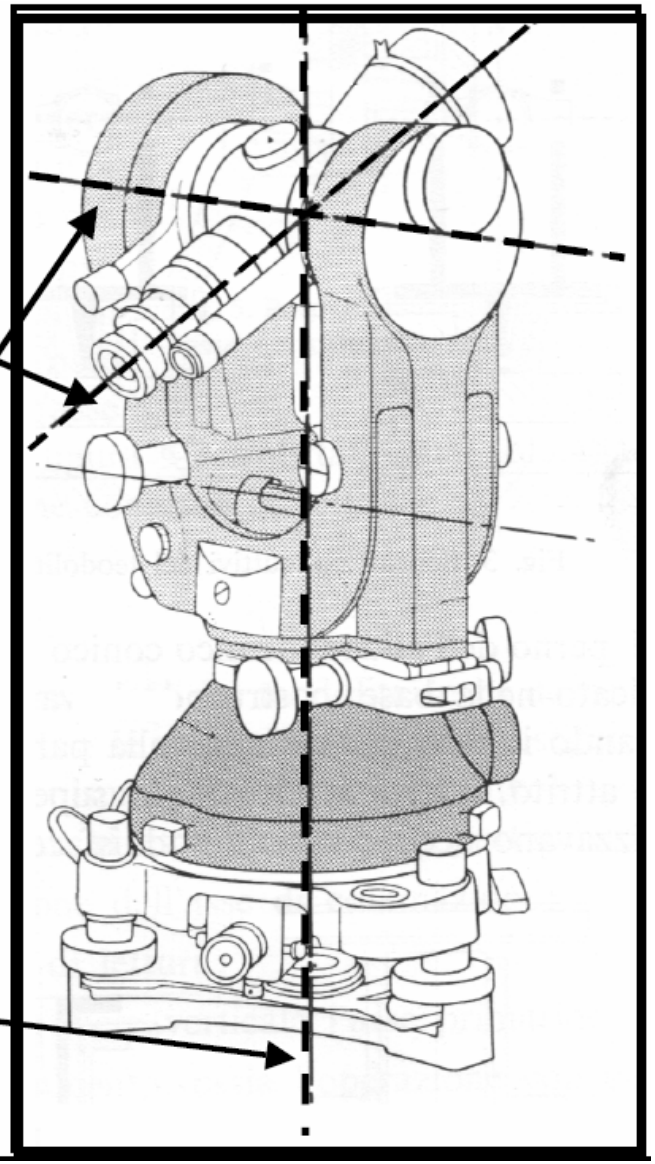
Teodolite

ASSI DEL TEODOLITE

Asse di collimazione
(asse ottico del cannocchiale)

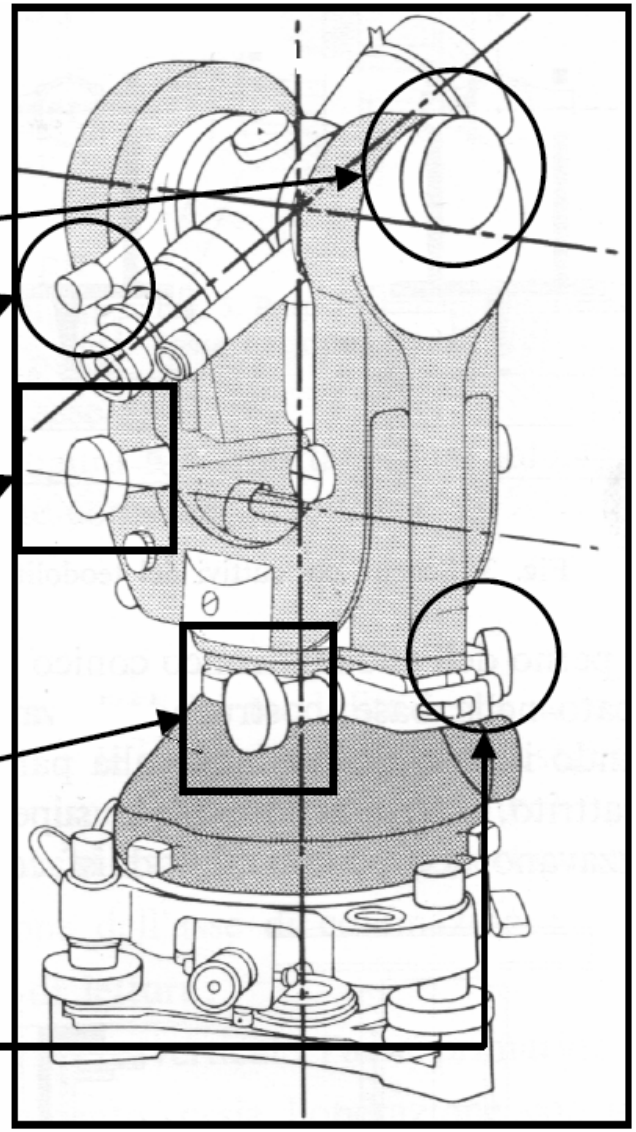
Asse secondario
(asse di rotazione del cannocchiale)

Asse primario
(asse di rotazione dell'alidada)

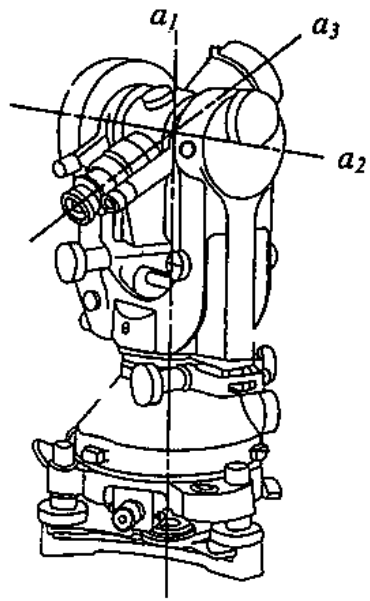


CONTROLLI DEL TEODOLITE

- Vite micrometrica (micrometro)
- Blocco degli spostamenti verticali
- Vite dei piccoli spostamenti verticali
- Vite dei piccoli spostamenti orizzontali
- Blocco degli spostamenti orizzontali



Condizioni di rettifica del teodolite



Nel teodolite si distinguono gli assi:

- principale o di rotazione dell'alidada (a_1)
- secondario o di rotazione del cannocchiale (a_2)
- terziario o di collimazione del cannocchiale (a_3)

Le tre parti costituenti il teodolite, basamento, alidada e cannocchiale, devono essere assemblate in modo che siano rispettate le **condizioni di rettifica**:

- i tre assi fondamentali devono avere come unico punto d'intersezione il centro strumentale
- l'asse a_2 deve essere perpendicolare all'asse a_1
- l'asse a_3 deve essere perpendicolare all'asse a_2

Se lo strumento è rettificato, posto l'asse a_1 verticale si ha che:
- il cerchio azimutale giace in un piano orizzontale
- il cerchio zenitale giace in un piano verticale
- l'asse a_2 è orizzontale
- l'asse a_3 descrive piani verticali passanti per il centro strumentale

Lettura ai cerchi negli strumenti ottico-meccanici

Il cerchio orizzontale è solidale al basamento mentre gli indici di lettura sono solidali all'alidada.

Il cerchio verticale è solidale al cannocchiale e i relativi indici sono interni all'alidada.

I cerchi sono di vetro ottico, hanno un raggio che varia da 4 a 8cm e la graduazione è incisa o riprodotta fotograficamente (spessore tratti 1/10 o 1/100μm).

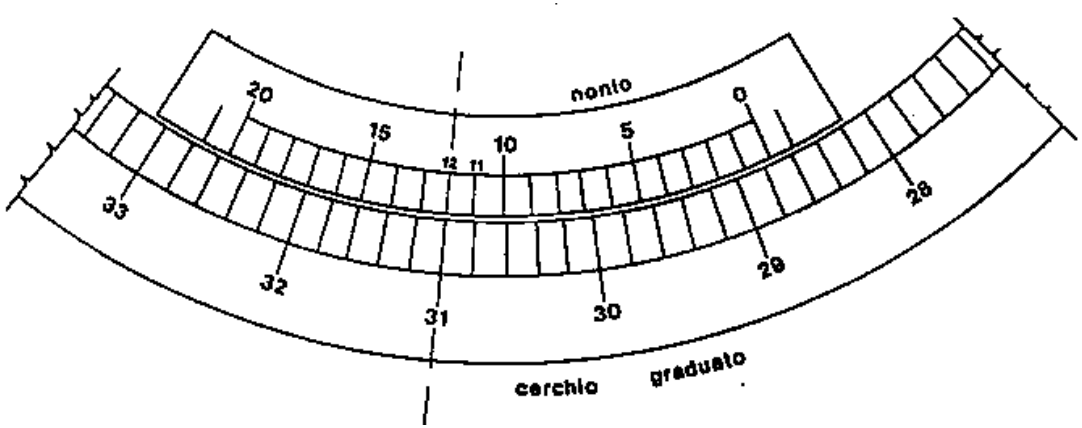
L'osservazione ai cerchi si esegue con microscopi composti, il cui percorso all'interno del teodolite è molto complesso.

Nelle letture, si leggono direttamente i gradi e le frazioni di grado incise sul cerchio e si valutano le frazioni di intervallo secondo due modalità:

- mediante conteggio o stima (strumenti a stima)
- mediante misura della frazione (strumenti micrometrici)

Lettura a stima

Il più antico sistema è il **NONIO**, oramai non più utilizzato negli strumenti ottico meccanici.

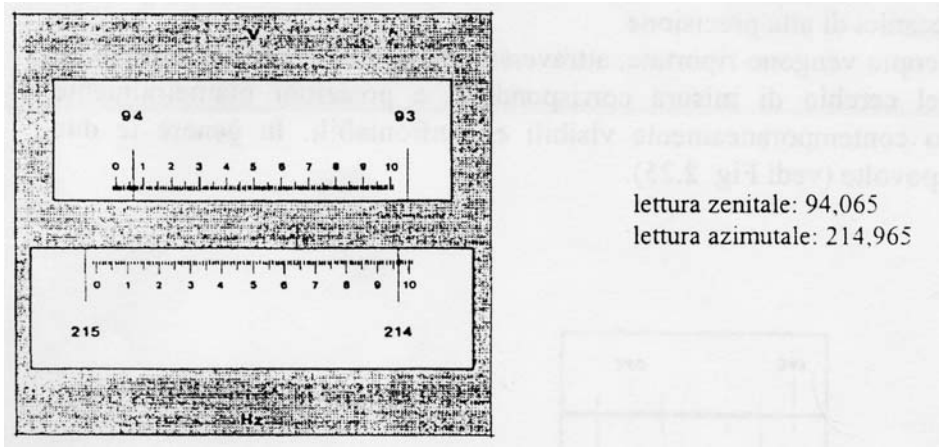


lettura = $28^{gon},72$

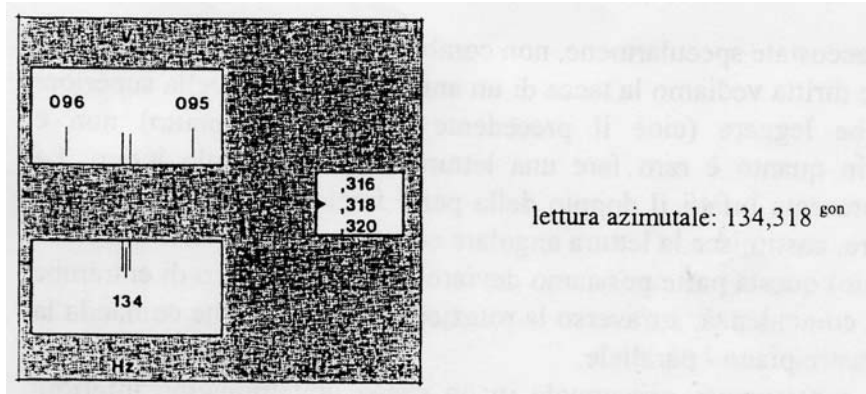
L'indice di lettura è la tacca che individua lo zero della graduazione del nonio; si leggono direttamente le parti intere sul cerchio graduato e la porzione residua sarà pari al numero di parti del nonio che portano alla coincidenza di un tratto della scala del nonio con uno della graduazione del cerchio.

Lettura a stima

Si può aumentare la precisione di lettura mediante **MICROSCOPI A STIMA** o **MICROSCOPI A SCALA**. Si possono così raggiungere approssimazioni dell'orine di 0.01gon e 0.001gon rispettivamente.



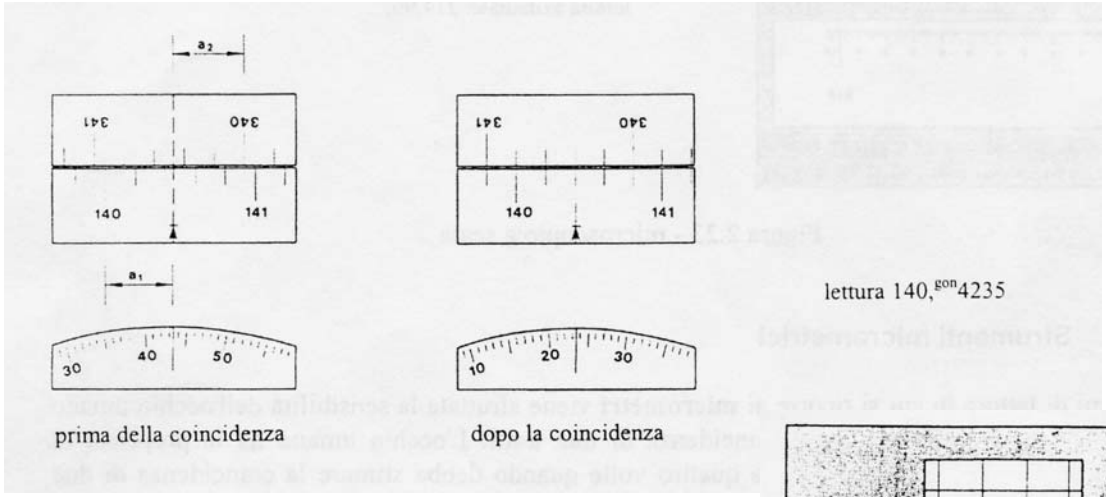
lettura zenitale: 94,065
lettura azimutale: 214,965



lettura azimutale: 134,318 gon

Lettura con strumenti micrometrici

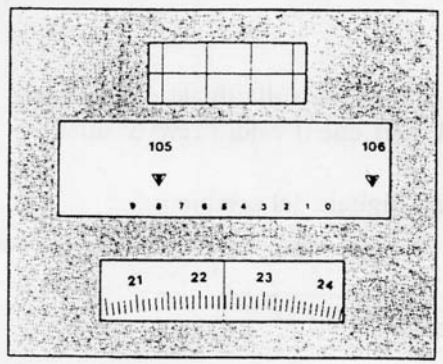
Nei sistemi a lettura micrometrica si sfrutta la sensibilità dell'occhio umano nel realizzare un puntamento o la coincidenza di due tratti. Si sfruttano inoltre le proprietà ottiche di una lamina piano parallela, posizionata lungo il cammino ottico di lettura dei cerchi che, mediante la sua rotazione, sposta l'immagine del cerchio fino ad ottenere una coincidenza o una bisezione.



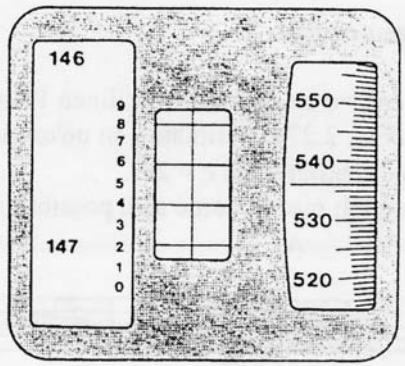
prima della coincidenza

dopo la coincidenza

lettura 140,^{gon}4235



lettura 105,^{gon}8224

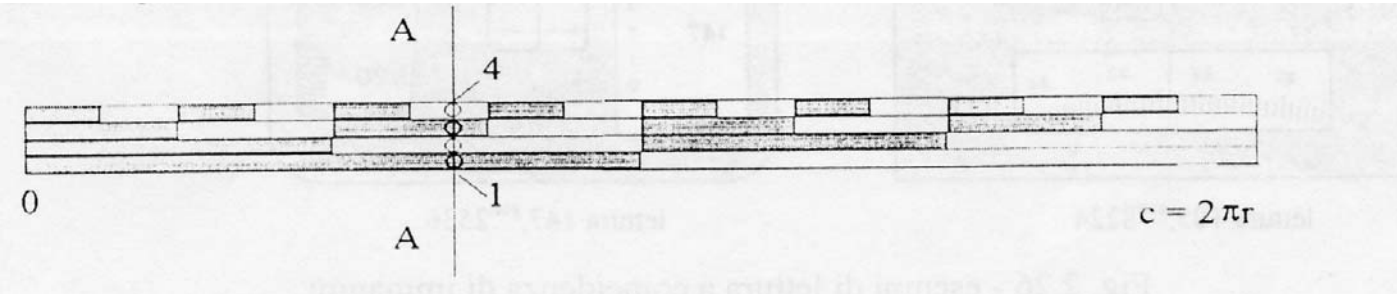


lettura 147,^{gon}2536

Lettura con strumenti elettronici

Misura assoluta → utilizzo di cerchi codificati che permettono di conoscere automaticamente la posizione assoluta dell'indice di lettura all'interno del goniometro.

Misura incrementale → lettura ai cerchi graduati tramite la misura di una posizione angolare relativa rispetto ad una precedente.



Errori nella misura degli angoli azimutali

Se il teodolite fosse perfettamente rettificato, la misura dell'angolo azimutale consisterebbe nella esecuzione di due letture sul cerchio orizzontale ai punti avanti ed indietro.
Questo procedimento è adottato solo in caso di bassa precisione richiesta.
In generale sono presenti tre **errori residui di rettifica**:

- v → **errore di verticalità** (angolo che l'asse a_1 forma con la verticale)
- i → **errore di inclinazione** (angolo che l'asse a_2 forma con la normale ad a_1)
- c → **errore di collimazione** (angolo che l'asse a_3 forma con il piano normale all'asse a_2)

L'alidada ed il cannocchiale dei teodoliti sono costruiti in modo che la collimazione ad un punto sia eseguibile in due posizioni diverse dello strumento, una con il cerchio zenitale a sinistra dell'osservatore (**CS**) ed una con il cerchio a destra (**CD**).
Questa capacità dello strumento permette di eliminare l'influenza di alcuni errori tramite procedure di **letture coniugate**.

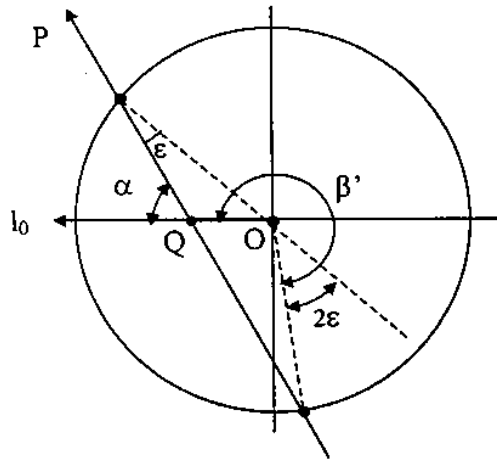
Errori nella misura degli angoli azimutali

L'errore di inclinazione e di collimazione assumono valore uguale e segno opposto nelle letture ai cerchi opposti CS e CD.
Le letture corrette ai cerchi orizzontale e verticale si possono dunque ricavare dalle relazioni:

$$\alpha = \frac{\alpha_{\text{c.s.}} + \alpha_{\text{c.d.}} \pm 200^g}{2} \qquad Z = \frac{Z_{\text{c.s.}} - Z_{c.d.} + 400^g}{2}$$

L'errore di verticalità non può essere eliminato ma, rifacendo più volte la messa in stazione, si può supporre che esso cambi sempre in modulo e verso. Questo errore si può quindi considerare accidentale.

Si ha poi un **errore di eccentricità** dovuto al fatto che l'asse a_1 non passa per il centro geometrico O del cerchio azimutale ma in un punto Q di eccentricità e.



Errori nella misura degli angoli azimutali

Anche nel caso dell'errore di eccentricità la lettura ai due cerchi coniugati può eliminarne l'influenza.

REGOLA DI BESSEL

In un teodolite è possibile eliminare, nelle misure angolari azimutali, l'influenza degli errori residui di collimazione, inclinazione, eccentricità dell'alidada e del cannocchiale, facendo per ogni punto collimato la media delle due letture agli indici diametralmente opposti, col cannocchiale cioè in posizione prima CS e poi in posizione CD.

Esistono ancora gli **errori del tracciamento della graduazione del cerchio**.
La suddivisione della graduazione del cerchio, pur essendo molto precisa, può non essere uniforme. Questo errore è di tipo sistematco ma si cerca di renderlo accidentale ripetendo le osservazioni angolari su porzioni differenti di cerchio.
Il valore più corretto sarà la media della serie di misure angolari eseguite.

Errori nella misura degli angoli azimutali

Gli strumenti più utilizzati per eseguire letture su porzioni diverse di cerchio sono:

Teodoliti ripetitori

Hanno la possibilità di bloccare rigidamente il cerchio alla base o alternativamente all'alidada

Teodoliti reiteratori

dispongono di una vite che serve per far scorrere a frizione il goniometro sopra il basamento, ruotandolo attorno all'asse principale

Il metodo della reiterazione è più utilizzato perchè più preciso della ripetizione, anche se richiede più operazioni: infatti, a parità di misure eseguite, la reiterazione richiede 2n collimazioni e 2n letture, mentre la ripetizione prevede solo 2n collimazioni e 2+n letture.