Formule utili

(Versione del 12 dicembre 2015)

Integrale 1 (dimostrazione non richiesta)

$$\int_{-1}^{1} \frac{1-x^2}{(1-\beta x)^5} dx = \frac{4}{3}\gamma^6$$

Integrale 2 (dimostrazione non richiesta)

$$\int_{-1}^{1} \frac{1}{(1-\beta x)^3} dx = 2\gamma^4$$

Integrale 3 (dimostrazione non richiesta)

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin^2 x}{x^2} dx = \pi$$

Identita' vettoriale (dimostrazione non richiesta)

$$\left(\hat{n} \bullet \vec{R}\right) \wedge \vec{V} = \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial t}\left[\vec{R}\left(\hat{n} \bullet \vec{R}\right)\right] + \frac{1}{2}\left(\vec{R} \wedge \vec{V}\right) \wedge \hat{n}$$

Relazione cinematica (dimostrazione non richiesta)

$$\frac{\partial}{\partial t'}\left[\frac{\hat{n} \wedge \left(\hat{n} \wedge \vec{\beta}\right)}{1-\vec{\beta} \bullet \hat{n}}\right] = \frac{\hat{n} \wedge \left[\left(\hat{n}-\vec{\beta}\right) \wedge \dot{\vec{\beta}}\right]}{\left(1-\vec{\beta} \bullet \hat{n}\right)^2}$$

Campo elettrico generato da carica puntiforme

$$\vec{E} = \left[\frac{q}{R^2}\frac{\hat{n}-\vec{\beta}}{\gamma^2\left(1-\hat{n}\cdot\vec{\beta}\right)^3} + \frac{q}{Rc}\frac{\hat{n} \wedge \left[\left(\hat{n}-\vec{\beta}\right) \wedge \dot{\vec{\beta}}\right]}{\left(1-\hat{n}\cdot\vec{\beta}\right)^3}\right]_{t=t'-R/c}$$

Nota: e' necessario saper ricavare i potenziali ritardati, da cui poi discende questa espressione.

4-accelerazione in funzione delle grandezze tridimensionali

$$a^{\nu} = \left(\gamma^4 \left(\vec{a} \bullet \vec{\beta} \right), \quad \gamma^2 \vec{a} + \gamma^4 \vec{\beta} \left(\vec{a} \bullet \vec{\beta} \right) \right)$$

Nota: la dimostrazione di questa formula e' oggetto del programma

Potenziale vettore sviluppato nei primi termini di multipolo (non relativistico)

$$\vec{A} = \frac{1}{R_o c} \dot{\vec{p}}_e + \frac{1}{R_o c^2} \ddot{\vec{D}}_e + \frac{1}{R_o c} \dot{\vec{p}}_m \wedge \hat{n}$$

Nota: la dimostrazione di questa formula e' oggetto del programma

Distribuzione angolare della radiazione in un acceleratore circolare (dimostrazione non richiesta)

$$\frac{dP}{d\Omega} = \frac{q^2 |\vec{a}|^2}{16\pi^2 c^3} \frac{1}{(1-\beta\cos\vartheta)^3} \left[1 - \frac{\sin^2\vartheta \cos^2\phi}{\gamma^2 (1-\beta\cos\vartheta)^2} \right]$$

Sezione d'urto Rutherford (MKSA)

$$\left.\frac{d\sigma}{d\Omega}\right|_{Mott} = \left(\frac{zZe^2}{4\pi\varepsilon_o} \right)^2 \left(\frac{1}{4T} \right)^2 \frac{1}{\sin^4 \vartheta/2}$$

Nota: la dimostrazione di questa formula e' oggetto del programma

Sezione d'urto Mott (dimostrazione non richiesta)

$$\left.\frac{d\sigma}{d\Omega}\right|_{Mott} = \left.\frac{d\sigma}{d\Omega}\right|_{Ruth} \left(1 - \beta^2 \sin^2 \vartheta/2 \right)$$ in cui $$T \rightarrow \frac{pV}{2}$$

Relazione fra parametro d'impatto e angolo di scattering Rutherford (MKSA)

$$b = \frac{zZe^2}{4\pi\varepsilon_o} \frac{1}{2T} \cot \vartheta/2$$

Distribuzione del numero di fotoni Cherenkov (dimostrazione non richiesta)

$$\frac{d^2 N_\gamma}{dE_\gamma dx} = z^2 \frac{\alpha}{\hbar c} \sin^2 \vartheta_C$$

Numero di fotoni Cherenkov emessi (deriva dalla precedente)

$$N_\gamma = z^2 \frac{\alpha}{\hbar c} L \int_{E_1}^{E_2} \left[1 - \frac{1}{\beta^2 \varepsilon_r(E)}\right] P_{\det}(E)\, dE$$

Energia persa (formula approssimata) per collisioni da parte di una particella carica nella materia

$$\frac{dE_{coll}}{\rho dx} \approx z^2 4\pi \frac{Z N_A}{A} m_e c^2 r_e^2 \ln \frac{2 m_e c^2 \beta^2 \gamma^2}{I}$$

Nota: la dimostrazione di questa formula e' oggetto del programma

Angolo quadratico medio di multiplo scattering (espressioni approssimate).
Nota: la dimostrazione di queste formule sono oggetto del programma

$$<\theta_{ms}^2> \approx x\rho \frac{N_A}{A} 2\pi \left(\frac{2zZ m_e c^2 r}{PV}\right)^2 \ln \frac{1.4 a_0 Z^{-1/3}}{\frac{1}{2} r_e A^{1/3}} \quad \text{e} \quad \sqrt{<\theta_{ms}^2>} \approx z \frac{13.6 MeV/c}{P\beta c} \sqrt{\frac{x}{X_0}}.$$

Energia per unita' di frequenza irraggiata da una carica accelerata in funzione dell'angolo di emissione. Base di partenza per il calcolo della radiazione Cherenkov e della radiazione di frenamento.

$$\frac{dI_\omega}{d\Omega} = \frac{q^2}{4\pi^2 c} \left| \int \frac{\hat{n} \wedge \left[\left(\hat{n} - \vec{\beta}\right) \wedge \dot{\vec{\beta}}\right]}{\left(1 - \hat{n} \cdot \vec{\beta}\right)^2} e^{i\omega\left(t' - \frac{\vec{r}' \cdot \hat{n}}{c}\right)} dt' \right|^2$$

Nota: la dimostrazione di questa formula e' oggetto del programma