

L'affidabilità

Definizione per unità di processo.

L'affidabilità esprime numericamente la probabilità di corretto funzionamento di un apparato per un certo periodo di tempo in determinate condizioni ambientali per il quale è stato progettato.

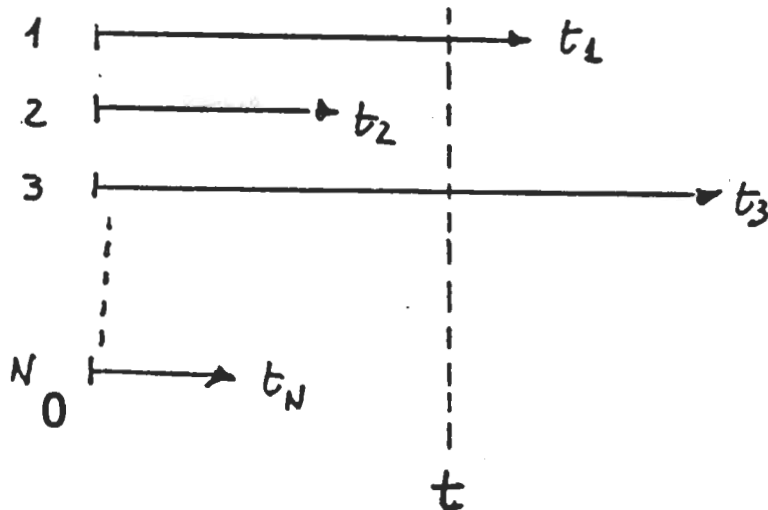
A =evento

$$P(A) = \frac{n}{N}$$

$$P(A) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{n}{N}$$

Derivazione della funzione di affidabilità.

N_0 OGGETTI IN FUNZIONE



$$R(t) = \frac{N_s}{N_0} = \frac{N_s}{N_g + N_s}$$

$$Q(t) = \frac{N_g}{N_0} = \frac{N_g}{N_g + N_s}$$

$$R + Q = 1$$

$$R(t) = \frac{N_s}{N_g + N_s} = \frac{N_0 - N_g}{N_0} = 1 - \frac{N_g}{N_0}$$

$$\frac{dR}{dt} = \frac{d\left(1 - \frac{N_g}{N_0}\right)}{dt} = -\frac{1}{N_0} \frac{dN_g}{dt}$$

$$\frac{dN_g}{dt} = -N_0 \frac{dR}{dt} = -\frac{dN_s}{dt}$$

La probabilità di guasto istantanea di un componente

$$\lambda = \frac{1}{N_s} \frac{dN_g}{dt} = - \frac{N_0 dR}{N_s dt} = - \frac{1}{R} \frac{dR}{dt}$$

$$\lambda(t) = - \frac{1}{R(t)} \frac{dR(t)}{dt}$$

$$\lambda dt = - \frac{dR}{R}$$

$$\int_0^t \lambda dt = - \int_1^R \frac{dR}{R} = \ln R$$

$$t=0 \quad R=1$$

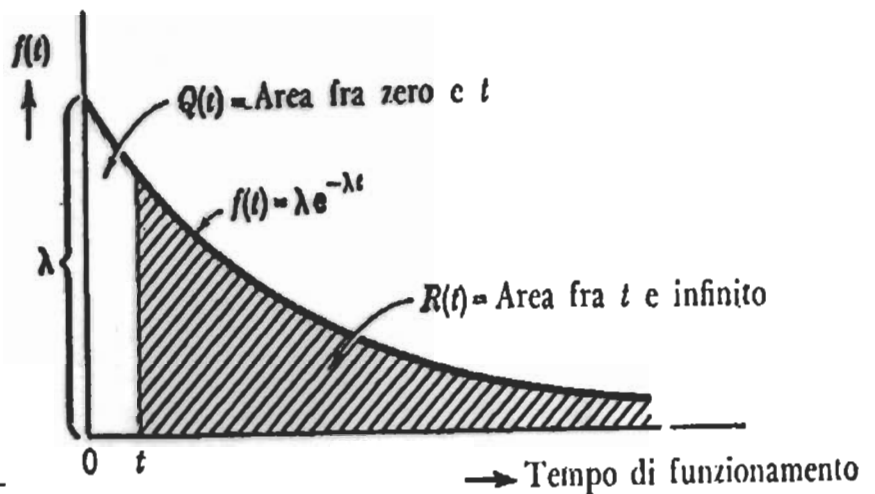
$$R(t) = \exp \left[- \int_c^t \lambda dt \right]$$

Funzione densità di guasto o DISTRIBUZIONE

$$\frac{dR}{dt} = - \frac{1}{N_0} \frac{dN_g}{dt}$$

$$f(t) = \frac{1}{N_0} \frac{dN_g}{dt} = - \frac{dR}{dt}$$

$$\lambda = - \frac{1}{R(t)} \frac{dR}{dt} = \frac{f(t)}{R(t)}$$

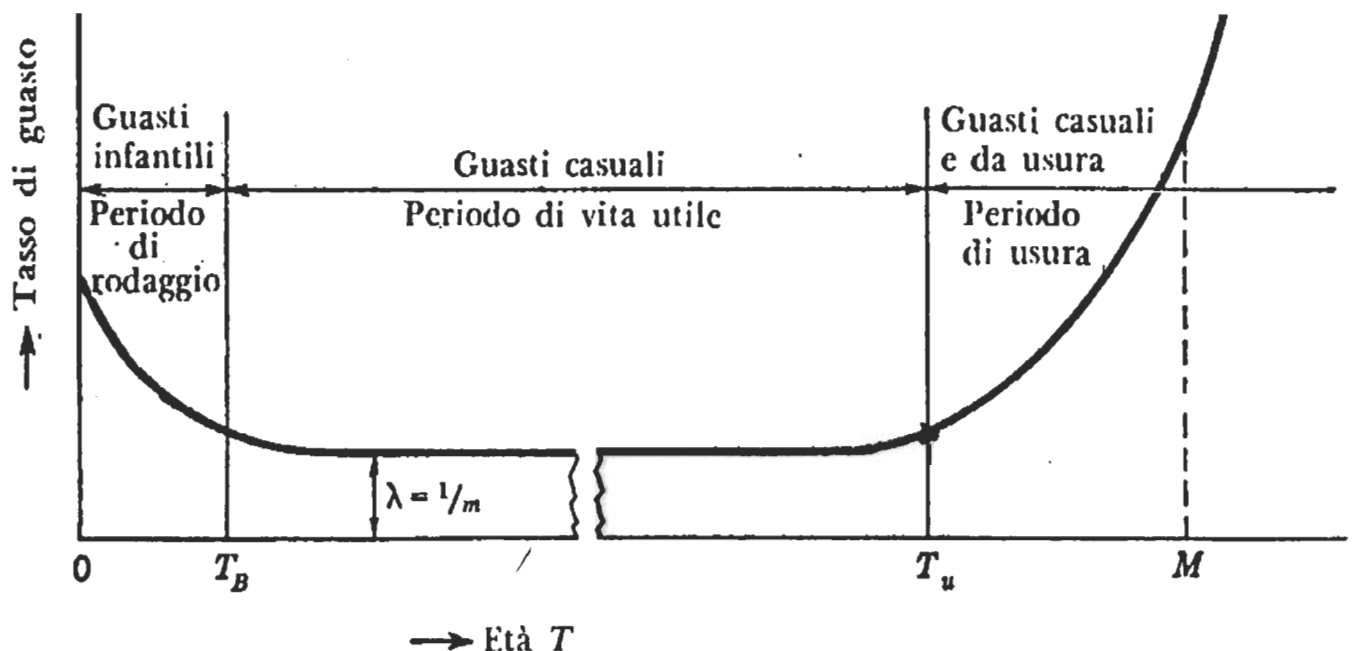
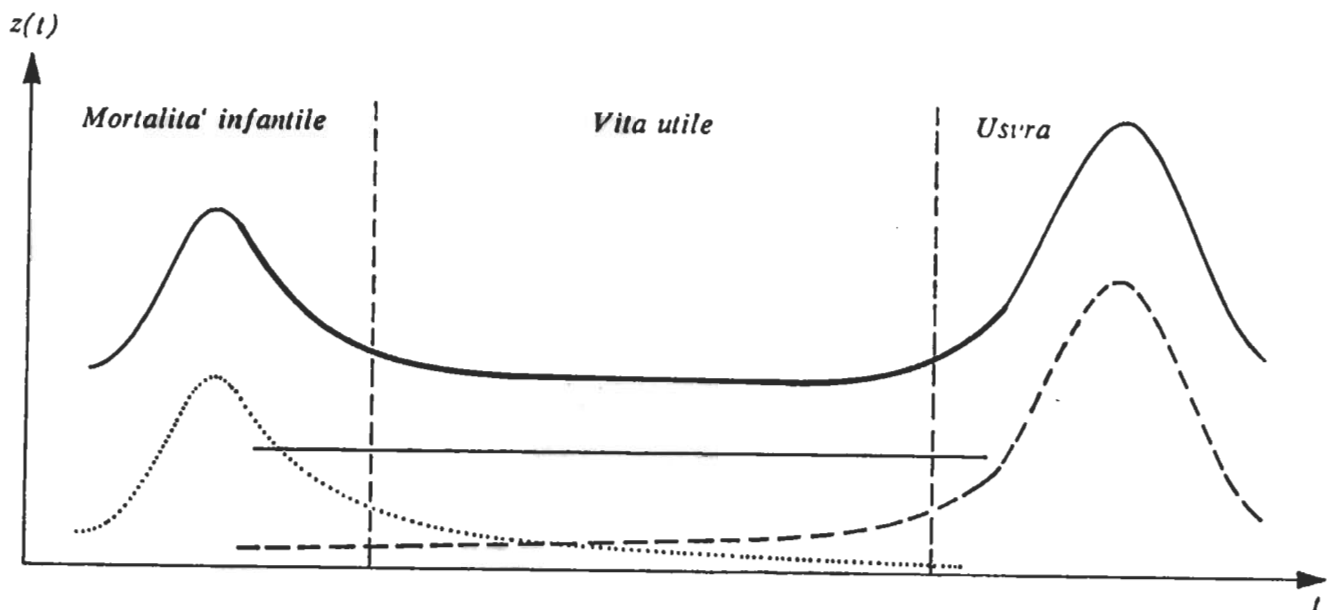


$$A = \int_0^{\infty} f(t) dt = 1$$

$$A = \int_0^t f(t) dt + \int_t^{\infty} f(t) dt = Q(t) + R(t) = 1$$

$$m = \int_0^{\infty} R(t) dt$$

Classificazione dei guasti di un apparato e sua vita utile.



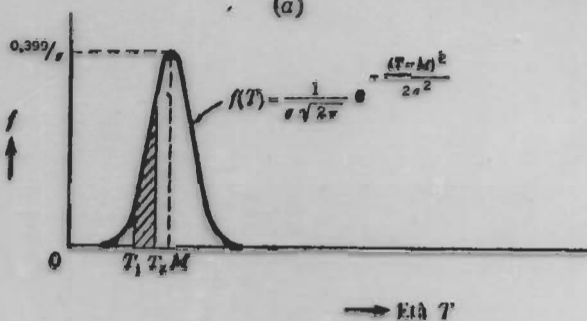
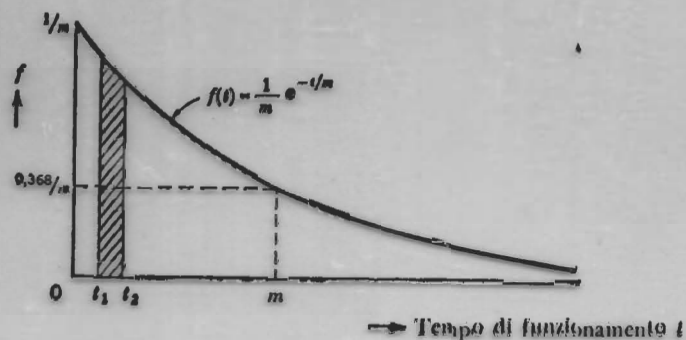
MTBF= Mean Time Between Failure

MTTF = Mean Time To Failure

Nel caso esponenziale con $\lambda = \text{cost}$

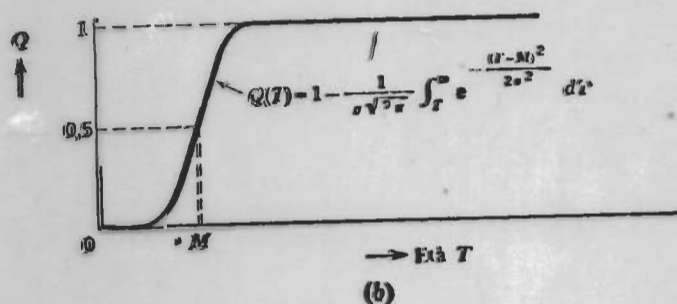
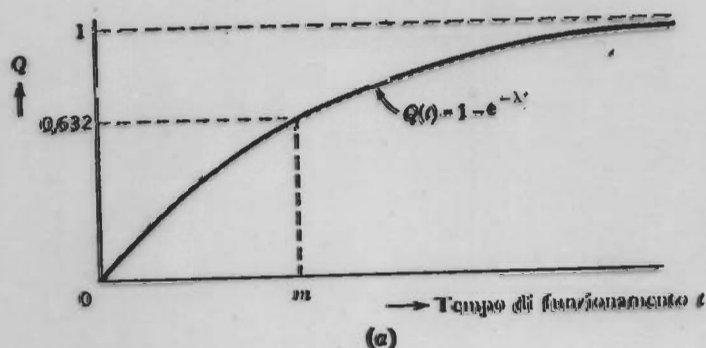
$$MTBF = MTTF = \int_0^{\infty} R(t) dt = \int_0^{\infty} e^{-\lambda t} dt = \frac{1}{\lambda}$$

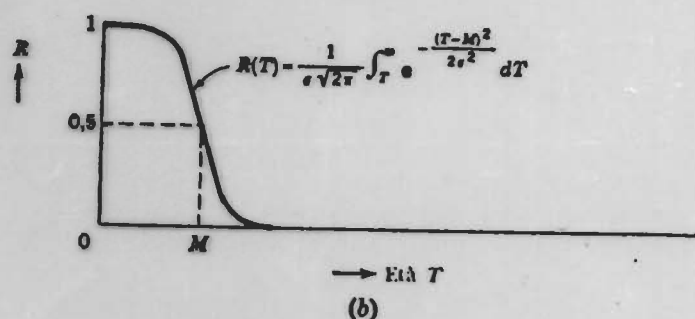
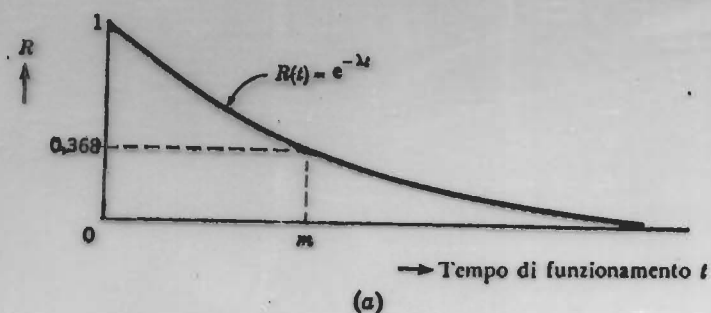
Usura e Affidabilità



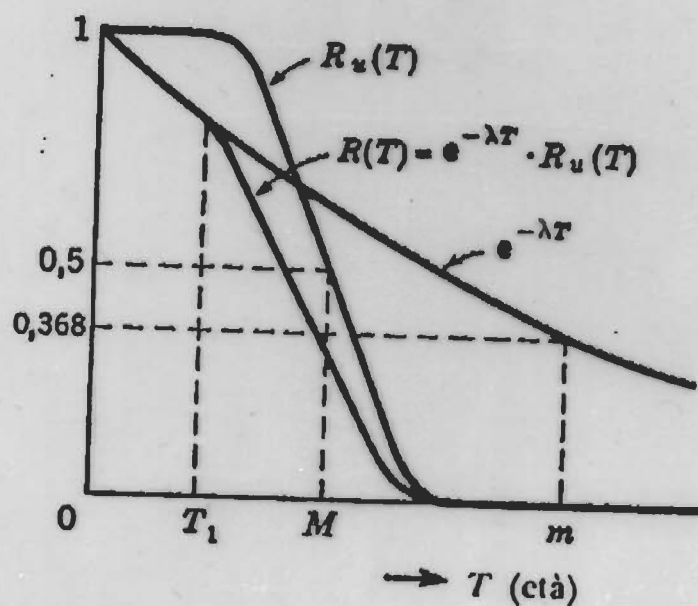
Probabilità cumulativa di guasto

$$Q(t) = \int_0^t f(t) dt$$





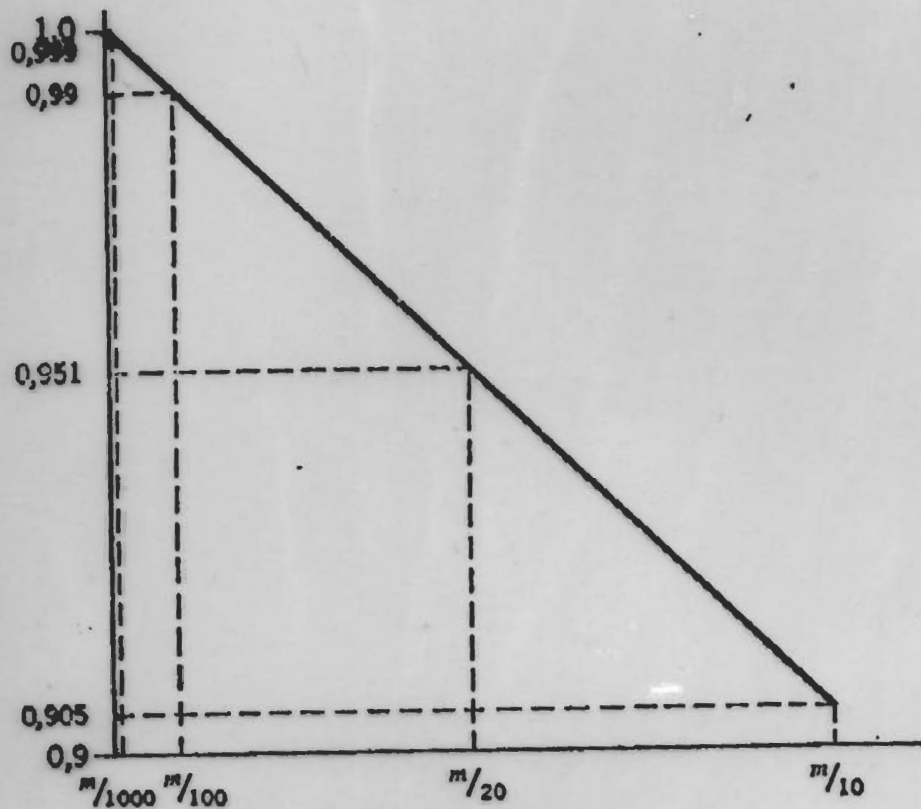
Combinazione di guasti per usura e casuali



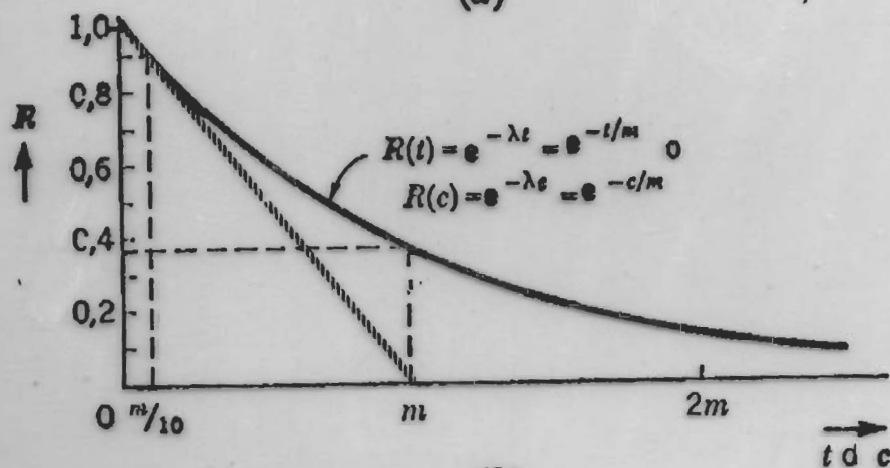
Legge esponenziale

$$R(t) = \exp[-\lambda t]$$

$$\lambda = \frac{1}{m}$$



(a)



(b)

Distribuzione di POISSON

$$e^{-x} \bullet e^{+x} = 1$$

sviluppando in serie e^{+x}

$$e^{+x} = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \dots$$

$$e^{-x} \bullet e^{+x} = e^{-x} \bullet \left(1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \dots\right) = 1$$

se $x = \lambda t$ numero medio di guasti in t

la probabilità che non si verifichi

nessun guasto AFFIDABILITA'

$$R = e^{-\lambda t}$$

la probabilità che si verifichi 1 guasto

$$Q_1 = (\lambda t) e^{-\lambda t}$$

la probabilità che si verifichi 2 guasti

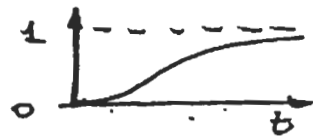
$$Q_2 = \frac{(\lambda t)^2}{2!} e^{-\lambda t}$$

La somma delle Q_i $Q = \sum Q_i$

é l'INAFFIDABILITA'

Distribuzione cumulativa di probabilità

$$cdf = F(t) = \text{Prob}\{Z \leq t\}$$

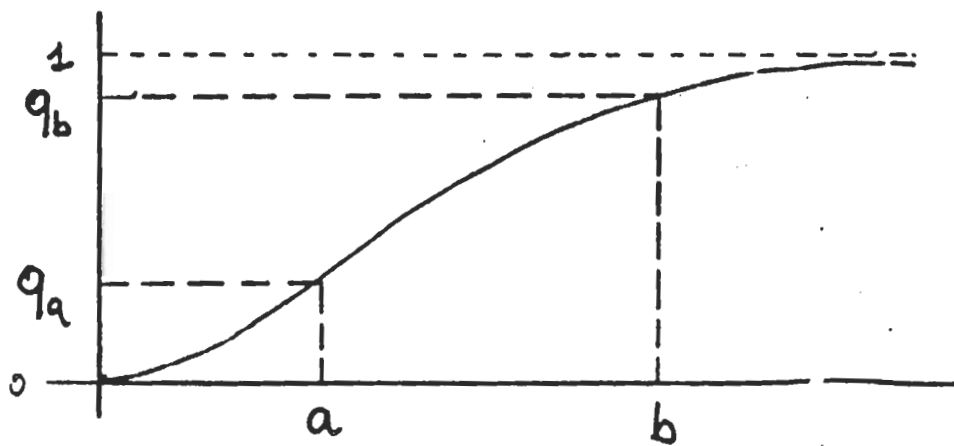


Distribuzione di sopravvivenza (affidabilità)

$$R(t) = \text{Prob}\{Z > t\} = 1 - F(t)$$

Data una variabile aleatoria Z

$$F_Z(t) = \text{Prob}\{Z \leq t\}$$



Se Z è una v.a. positiva:

$$F_Z(0) = 0$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} F_Z(t) = 1$$

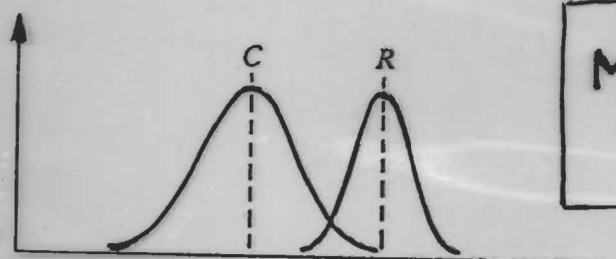
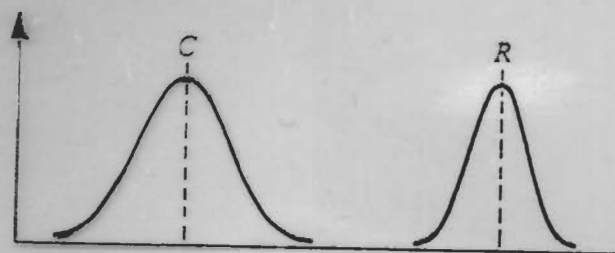
$F_Z(t)$ non decrescente

$$F_Z(a) = q_a \Rightarrow \text{Prob}\{Z \leq a\} = q_a$$

$$F_Z(b) - F_Z(a) = q_b - q_a \Rightarrow \text{Prob}\{a < Z \leq b\} = q_b - q_a$$

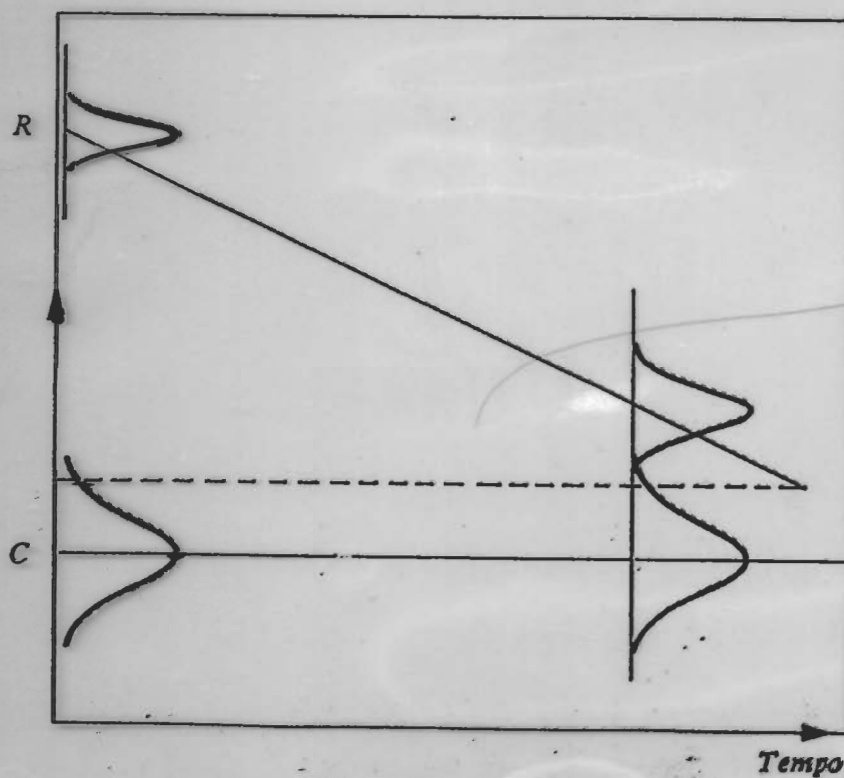
Se $q_b = 0.9 \Rightarrow b$ è il 90° percentile

CARICO e RESISTENZA



$$MS = \frac{m_C - m_R}{\sqrt{(s_C^2 + s_R^2)}}$$

Interazione fra carico e resistenza



Degradazione della resistenza

Calcolo probabilità

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

$$P(A|B) = P(A|\bar{B}) \text{ e } P(B|A) = P(B|\bar{A})$$

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A) = P(B) \cdot P(A|B)$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$