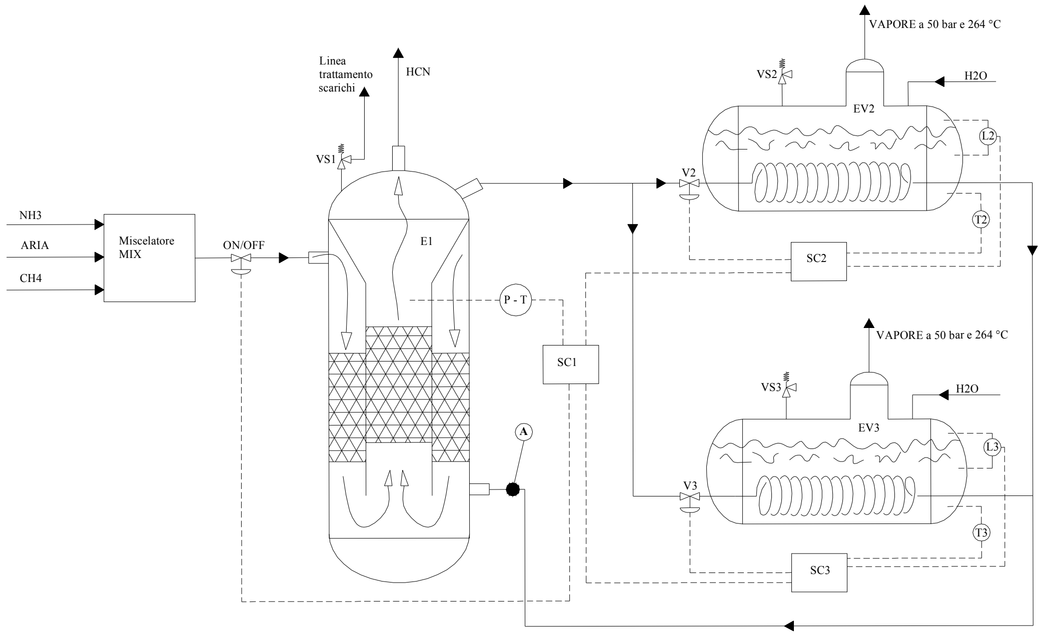
Esercizio 1.



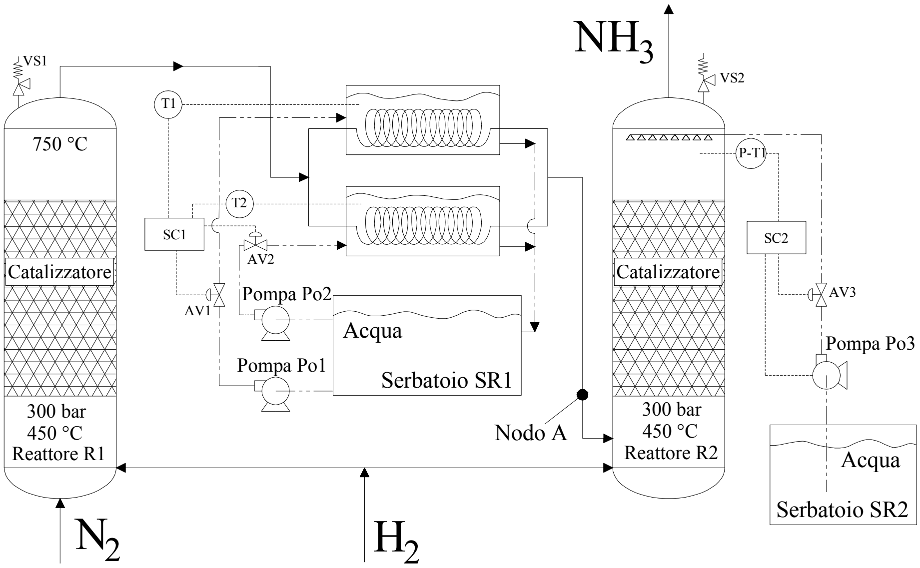
Si consideri l'impianto di produzione di acido cianidrico (HCN) a partire da una miscela gassosa di ammoniaca, aria e metano dato in figura. La miscela gassosa viene alimentata al reattore catalitico E1 in una camicia esterna che la miscela gassosa percorre verso il basso raggiungendo la temperatura di reazione di 1100 °C e compiendo un primo stadio di reazione. La conversione dei reagenti si completa nella parte interna del reattore che viene percorsa verso l'alto con produzione di calore. Il raffreddamento del reattore è effettuato prelevando parte della miscela gassosa dall'alto di E1 e inviandola ai due evaporatori EV2 ed EV3 che a regime lavorano in parallelo. In caso di guasto di uno dei due, l'altro è comunque sufficiente a garantire la continuità del processo.

La miscela gassosa è avviata alle valvole V2 e V3, scambia calore all'interno dei due evaporatori e viene reimmessa in E1 dal basso. Ognuno dei due evaporatori possiede un controllo di livello e di temperatura del refrigerante (acqua) controllati da due sistemi di controllo indipendenti SC2 e SC3. Il controllo SC1 gestisce i due sistemi prima indicati tenendo conto anche della pressione e della temperatura del cuore del reattore mediante T-P. In caso di aumento non voluto di temperatura e /o pressione nel reattore, aumenta la portata di gas agli evaporatori agendo su V2 e V3 e, se questo non fosse sufficiente, chiude l'alimentazione al reattore ON/OFF.

Considerando il sistema costituito dai sistemi di controllo, dalle termocoppie, dagli indicatori di livello e dalle valvole automatiche, calcolare l'inaffidabilità del sistema a t_1 = 1 anno e a t_2 = 3 mesi ed il MTBF sapendo che i ratei di guasto sono:

- Per le termocoppie T2 e T3: $\lambda_T = 3 \cdot 10^{-3}$ [y^{-1}];
- Per i sistemi di controllo: $\lambda_{SC} = 10^{-3}$ [y^{-1}];
- Per le valvole automatiche: $\lambda_V = 4 \cdot 10^{-3}$ [y^{-1}];
- Per gli indicatori di livello: $\lambda_L = 7 \cdot 10^{-3}$ [y^{-1}];
- Per il sistema P-T di E1: $\lambda_{PT} = 2 \cdot 10^{-3}$ [y^{-1}];

Esercizio 2.



Si consideri l'impianto di produzione di ammoniaca in figura. La reazione tra azoto e idrogeno avviene in due stadi nei due reattori catalitici (R1 e R2) con raffreddamento intermedio. La reazione è esotermica e il gas in uscita dal reattore R1 viene raffreddato mediante due scambiatori che lavorano in parallelo regolati dal sistema di controllo SC1 che, a sua volta, elabora i dati dei sensori T1 e T2. SC1 regola le valvole automatiche AV1 e AV2 in modo da garantire che la temperatura di uscita dell'acqua degli scambiatori sia costante ad un valore prefissato. In caso di malfunzionamento di una delle due linee di raffreddamento, essendo parallele è sufficiente il funzionamento di una per garantire il corretto funzionamento dell'impianto di raffreddamento.
Sui due reattori sono inoltre presenti due valvole di sicurezza (VS1 e VS2). Nel secondo reattore (R2) è installato un sistema di sicurezza ausiliario che, in caso di necessità nebulizza acqua all'interno del reattore raffreddandolo. Il sistema in questione è comandato dal sistema di controllo SC2 che rileva pressione e temperatura mediante P-T1 e, se necessario, attiva Po3 e regola AV3 interrompendo il processo.

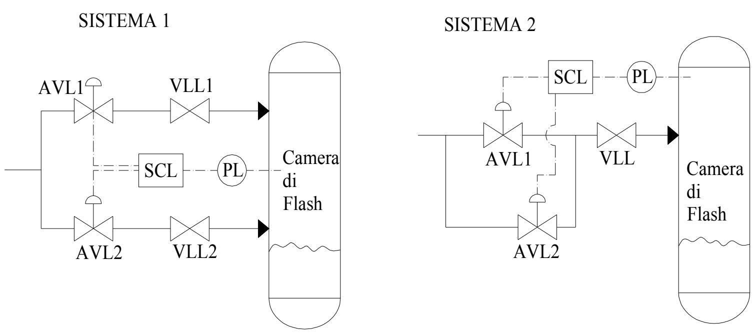
Sapendo che ogni 10 mesi vengono effettuati dei test simultaneamente su tutti i componenti e che detti test durano 3 giorni, si calcoli l'indisponibilità (tempo morto relativo) del sistema a guasti non rivelati formato da: T1, T2, SC1, AV1, AV2, Po1, Po2. Calcolare poi l'affidabilità del suddetto sistema a t = 1 anno ed il MTBF sapendo che i ratei di guasto sono:

Per le termocoppie: $\lambda_T = 3 \cdot 10^{-3}$ [y^{-1}] Per il sistema di controllo: $\lambda_{SC} = 10^{-3}$ [y^{-1}]

Per le valvole automatiche: $\lambda_V = 4 \cdot 10^{-3}$ [y^{-1}] Per le pompe: $\lambda_{Po} = 7 \cdot 10^{-3}$ [y^{-1}]

Esercizio 3.

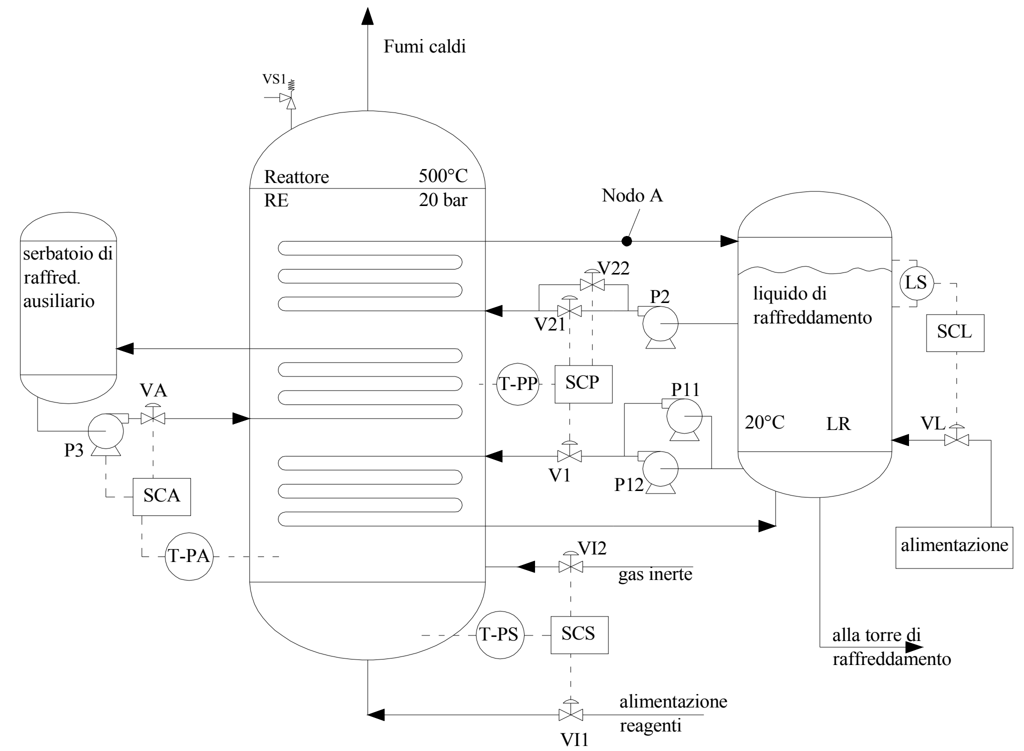
Indicare quale dei due sistemi riportati sotto garantisce una maggiore affidabilità e quale un migliore MTBF sapendo che le linee lavorano in parallelo e che i ratei di guasto sono:



Per il misuratore di pressione: $\lambda_{PL} = 3 \cdot 10^{-3}$ [y^{-1}]	Per le valvola automatiche: $\lambda_{VA} = 4 \cdot 10^{-3}$ [y^{-1}]
Per il sistema di controllo: $\lambda_{SCL} = 10^{-3}$ [y^{-1}]	Per le valvole di laminazione: $\lambda_{VL} = 7 \cdot 10^{-3}$ [y^{-1}]

Sapreste indicare un sistema ancora più affidabile?

Esercizio 4.

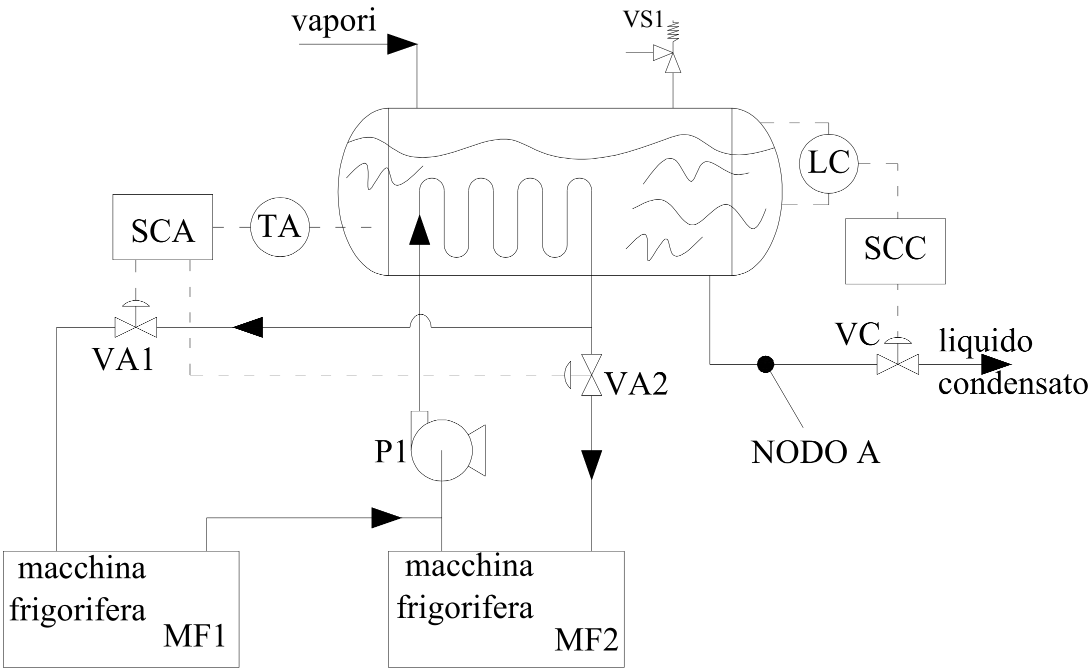


Sia dato l'impianto in figura nel quale una miscela di reagenti viene alimentata al reattore RE in cui avviene una reazione con forte produzione di calore e conseguente aumento di pressione. Un sistema di raffreddamento attinge ad un liquido contenuto in un serbatoio LR mantenuto a 20° C e alimenta due serpentini che lavorano in parallelo per raffreddare l'interno del reattore. L'alimentazione dei serpentini è regolata da un sistema di controllo (SCP) che regola la portata delle valvole V1, V21 e V22 in funzione dei parametri di temperatura e pressione letti dal sistema di misura T-PP. Il serbatoio LR è mantenuto ad un livello costante mediante il sistema di regolazione SCL che legge il livello mediante LS e agisce sulla valvola VL.
Nel caso il sistema di raffreddamento non riuscisse a ridurre la temperatura del reattore, è disponibile un sistema ausiliario che attinge ad un serbatoio separato e si attiva quando il sistema di controllo SCA rileva che i parametri di temperatura e pressione misurati dal sensore T-PA risultano alterati rispetto ai valori di set. Altri due sistemi di sicurezza sono rappresentati dalla valvola di sicurezza VS1 e dal sistema di inertizzazione. Quest'ultimo misura temperatura e pressione tramite il sensore T-PS e invia il segnale al sistema di controllo SCS che, in caso di pericolo, chiude l'alimentazione tramite VI1 e alimenta gas inerte aprendo VI2.

Considerando il sistema costituito dal sistema di raffreddamento di esercizio (SCP, T-PP, P11, P12, V1, P2, V21, V22), calcolare l'affidabilità e l'inaffidabilità del sistema a t = 1 anno ed il MTBF sapendo che i ratei di guasto sono:

sistema di controllo	$\lambda_{SCP} = 6 \cdot 10^{-3}$ [y^{-1}]	sistema di misura	$\lambda_{TP} = 5 \cdot 10^{-3}$ [y^{-1}]
valvole automatiche	$\lambda_{VA} = 8 \cdot 10^{-3}$ [y^{-1}]	pompe	$\lambda_{PO} = 9 \cdot 10^{-3}$ [y^{-1}]

Esercizio 5.

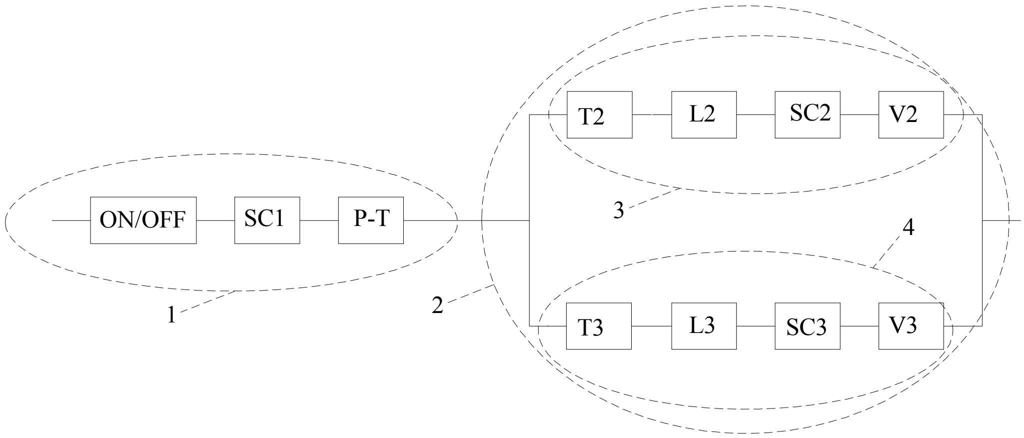


Sia dato l'impianto in figura nel quale i vapori di un combustibile vengono portati in fase liquida mediante raffreddamento sotto pressione. Il condensatore viene alimentato dall'alto e scarica il condensato con portata regolata da un sistema di controllo (SCC) che rileva il livello all'interno del condensatore mediante il misuratore LC e lo mantiene costante mediante la valvola automatica VC. Il raffreddamento è garantito mediante due macchine frigorifere che lavorano in parallelo tramite la pompa P1 ed il sistema di controllo SCA che rileva la temperatura del condensato mediante il misuratore TA e che regola di conseguenza la quantità di liquido refrigerante che si divide tra le due macchine frigorifere. Nel caso una delle due macchine andasse soggetta ad un guasto, la seconda macchina frigorifera sarebbe sufficiente a garantire il raffreddamento del condensatore. Una valvola di sicurezza VS1 è posta sul condensatore cosicché, al raggiungimento di una pressione troppo elevata, il vapore viene sfogato all'esterno per abbassare tale pressione.

1. Considerando il sistema costituito dal sistema di raffreddamento di esercizio, calcolare l'affidabilità e l'inaffidabilità del sistema a t = 1 anno e il MTBF sapendo che i ratei di guasto sono quelli indicati sotto. Calcolare poi l'indisponibilità per il sistema di raffreddamento (sistema a guasti non rilevati) sapendo che ogni 6 mesi vengono effettuati dei test simultaneamente su tutti i componenti e che detti test durano 2 giorni.
2. Indicare quali modifiche all'impianto possono portare a migliorarne l'affidabilità.

sistema di controllo	$\lambda_{SCA} = 6 \cdot 10^{-3}$ [y^{-1}]	sistema di misura	$\lambda_{TA} = 5 \cdot 10^{-3}$ [y^{-1}]
valvole automatiche	$\lambda_{VA} = 8 \cdot 10^{-3}$ [y^{-1}]	pompa	$\lambda_{P} = 9 \cdot 10^{-3}$ [y^{-1}]
macchine frigorifere	$\lambda_{MF} = 8.7 \cdot 10^{-3}$ [y^{-1}]		

ESERCIZIO 1



Dati:

- T2-T3 ------> $\lambda_T = 0.003$ [Y^{-1}]
- P-T ------->$\lambda_P = 0.002$ [Y^{-1}]
- SC1-SC2-SC3 -------> $\lambda_{SC} = 0.001$ [Y^{-1}]
- V2-V3-ON/OFF -------> $\lambda_V = 0.004$ [Y^{-1}]
- L2-L3 ------> $\lambda_L = 0.007$ [Y^{-1}]

Calcolare l'inaffidabilità del sistema ad 1 anno e a 3 mesi (=0,25 [Y^{-1}]) .
Calcolare l'MTBF.

Indichiamo con R_s l'affidabilità del sistema in serie costituito dai sistemi 1, 2 e 3.
Si ha che l'affidabilità dell'intero sistema è data da:

$$R_{tot} = R_1 R_2$$

dove:

$$R_1 = R_{ON/OFF} R_{SC1} R_{PT} = e^{-(\lambda_V + \lambda_{SC} + \lambda_{PT})t} = e^{-\beta t}$$

$$\begin{aligned}
R_2 &= 1 - Q_2 = 1 - Q_3 Q_4 = \\
&= 1 - [1 - (R_{T2} R_{L2} R_{SC2} R_{V2})][1 - (R_{T3} R_{L3} R_{SC3} R_{V3})] = \\
&= 1 - [1 - (R_T R_L R_{SC} R_V)]^2 = 1 - [1 - 2 R_T R_L R_{SC} R_V + (R_T R_L R_{SC} R_V)^2] = \\
&= 2 e^{-(\lambda_T + \lambda_L + \lambda_{SC} + \lambda_V)t} - e^{-2(\lambda_T + \lambda_L + \lambda_{SC} + \lambda_V)t} = 2 e^{-\alpha t} - e^{-2\alpha t}
\end{aligned}$$

e quindi

$$R_{tot} = R_1 R_2 = \left[e^{-\beta t}\right]\left[2 e^{-\alpha t} - e^{-2\alpha t}\right] = \left[2 e^{-(\alpha+\beta)t} - e^{-(2\alpha+\beta)t}\right]$$

Passiamo ai calcoli numerici calcolando l'affidabilità del sistema ad 1 anno e a 3 mesi.

$$\begin{aligned}
\alpha &= \lambda_T + \lambda_L + \lambda_{SC} + \lambda_V = (3+7+1+4)\cdot 10^{-3} Y^{-1} = (15)\cdot 10^{-3} Y^{-1} \\
\beta &= \lambda_V + \lambda_{SC} + \lambda_{PT} = (4+1+2)\cdot 10^{-3} Y^{-1} = (7)\cdot 10^{-3} Y^{-1}
\end{aligned}$$

e quindi

$$R_{tot}(t)=2e^{-(0.022\,Y^{-1})t}-e^{-(0.037\,Y^{-1})t}$$

e quindi in definitiva:

$$R_{tot}(1\,Y)=2e^{-0.022}-e^{-0.037}=1{,}95648-0{,}96368=0{,}9928$$

$$R_{tot}(0{,}25\,Y)=2e^{-0.0055}-e^{-0.00925}=1{,}98903-0{,}990793=0{,}998237$$

infine

$$Q_{tot}=1-R_{tot}(1\,Y)=1-0{,}9928=0{,}0072$$

$$Q_{tot}=1-R_{tot}(0{,}25\,Y)=1-0{,}998237=0{,}001763$$

Riguardo l'MTBF invece si trova:

$$MTBF=\int_0^{\infty}\left[2e^{-(\alpha+\beta)t}-e^{-(2\alpha+\beta)t}\right]dt=$$

$$=\left[-\frac{2}{\alpha+\beta}e^{-(\alpha+\beta)t}+\frac{1}{2\alpha+\beta}e^{-(2\alpha+\beta)t}\right]_0^{\infty}=\left[\frac{2}{(22)\cdot 10^{-3}\,Y^{-1}}-\frac{1}{(37)\cdot 10^{-3}\,Y^{-1}}\right]=$$

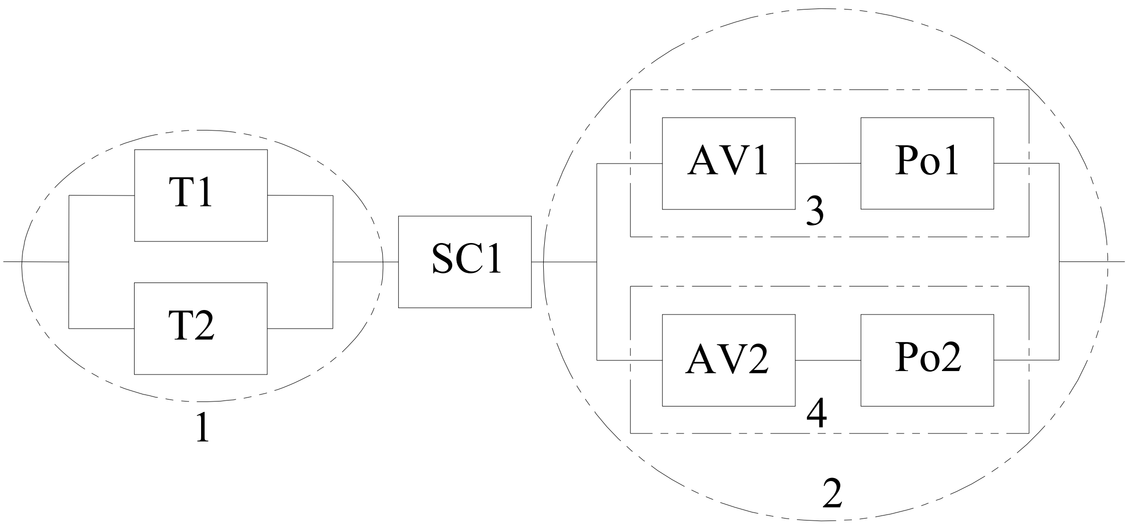
$$=\left[\frac{2}{22}-\frac{1}{37}\right]10^3\,Y=\left[\frac{1}{11}-\frac{1}{37}\right]10^3\,Y=$$

$$=(0.0909091-0.027027)\,10^3\,Y=118\,Y$$

ESERCIZIO 2

Sapendo che ogni 10 mesi vengono effettuati dei test simultaneamente su tutti i componenti e che detti test durano 3 giorni, si calcoli l'indisponibilità (tempo morto relativo) del sistema a guasti non rivelati formato da: T1, T2, P-T1, SC1, AV1, AV2, Po1, Po2. Calcolare poi l'affidabilità del suddetto sistema a t = 1 anno ed il MTBF sapendo che i ratei di guasto sono:

- Per le termocoppie: $\lambda_T = 3 \cdot 10^{-3}$ [y^{-1}];
- Per il sistema di controllo: $\lambda_{SC} = 10^{-3}$ [y^{-1}];
- Per le valvole automatiche: $\lambda_V = 4 \cdot 10^{-3}$ [y^{-1}];
- Per le pompe: $\lambda_{Po} = 7 \cdot 10^{-3}$ [y^{-1}];



L'indisponibilità è data dalla formula

$$I = \frac{1}{\tau}\int_0^{\tau} Q(t)\,dt + \frac{\tau_t}{\tau}$$

Calcolo dapprima l'affidabilità

$$R_{tot} = R_1 \cdot R_{SC1} \cdot R_2$$

$$R_1 = 1 - Q_{T1} \cdot Q_{T2} = 1 - (1 - R_{T1})(1 - R_{T2}) = 1 - (1 - e^{-\lambda_{T1} t})(1 - e^{-\lambda_{T2} t}) =$$
$$= 1 - (1 - e^{-\lambda_{T2} t} - e^{-\lambda_{T1} t} + e^{-(\lambda_{T1} + \lambda_{T2}) t}) = e^{-\lambda_{T2} t} + e^{-\lambda_{T1} t} - e^{-(\lambda_{T1} + \lambda_{T2}) t}$$

$$R_2 = 1 - Q_3 \cdot Q_4 = 1 - (1 - R_{AV1} R_{Po1})(1 - R_{AV2} R_{Po2}) =$$
$$1 - (1 - R_{AV2} R_{Po2} - R_{AV1} R_{Po1} + R_{AV1} R_{AV2} R_{Po1} R_{Po2}) = R_{AV2} R_{Po2} + R_{AV1} R_{Po1} - R_{AV1} R_{AV2} R_{Po1} R_{Po2} =$$
$$e^{-(\lambda_V + \lambda_{Po}) t} + e^{-(\lambda_V + \lambda_{Po}) t} - e^{-2(\lambda_V + \lambda_{Po}) t} = 2\, e^{-(\lambda_V + \lambda_{Po}) t} - e^{-2(\lambda_V + \lambda_{Po}) t}$$

Quindi si trova che

$$R_{tot} = R_1 \cdot R_{SC1} \cdot R_2 = \left[e^{-\lambda_{T1} t} + e^{-\lambda_{T2} t} - e^{-(\lambda_{T1} + \lambda_{T2}) t}\right] \cdot e^{-\lambda_{SC} t} \cdot \left[2\, e^{-(\lambda_V + \lambda_{Po}) t} - e^{-2(\lambda_V + \lambda_{Po}) t}\right] =$$

$$=\left[2e^{-\lambda_T t}-e^{-2\lambda_T t}\right]\cdot e^{-\lambda_{SC} t}\cdot\left[2e^{-(\lambda_V+\lambda_{Po})t}-e^{-2(\lambda_V+\lambda_{Po})t}\right]=$$

$$=4e^{-(\lambda_T+\lambda_V+\lambda_{Po}+\lambda_{SC})t}-2e^{-(2\lambda_T+\lambda_V+\lambda_{Po}+\lambda_{SC})t}-2e^{-(\lambda_T+2\lambda_V+2\lambda_{Po}+\lambda_{SC})t}+e^{-(2\lambda_T+2\lambda_V+2\lambda_{Po}+\lambda_{SC})t}=$$

$$=4e^{-\alpha t}-2e^{-\beta t}-2e^{-\gamma t}+e^{-\delta t}$$

dove

$$\begin{array}{lllllll}
\alpha & = & \lambda_T+\lambda_V+\lambda_{Po}+\lambda_{SC} & = & (3+4+7+1)\cdot 10^{-3} & = & 15\cdot 10^{-3}\\
\beta & = & 2\lambda_T+\lambda_V+\lambda_{Po}+\lambda_{SC} & = & (6+4+7+1)\cdot 10^{-3} & = & 18\cdot 10^{-3}\\
\gamma & = & \lambda_T+2\lambda_V+2\lambda_{Po}+\lambda_{SC} & = & (3+8+14+1)\cdot 10^{-3} & = & 26\cdot 10^{-3}\\
\delta & = & 2\lambda_T+2\lambda_V+2\lambda_{Po}+\lambda_{SC} & = & (6+8+14+1)\cdot 10^{-3} & = & 29\cdot 10^{-3}
\end{array}$$

Quindi

$$R_{tot}(1\,y)=4e^{-\alpha t}-2e^{-\beta t}-2e^{-\gamma t}+e^{-\delta t}=2e^{-15\cdot 10^{-3}}-2e^{-18\cdot 10^{-3}}-2e^{-26\cdot 10^{-3}}+e^{-29\cdot 10^{-3}}=$$

$$=4\cdot 0.9851119-2\cdot 0.9821610-2\cdot 0.9743351+0.9714165=0.9988719$$

L'indisponibilità è data da

$$I=\frac{1}{\tau}\int_0^\tau Q(t)dt+\frac{\tau_t}{\tau}=\frac{1}{\tau}\int_0^\tau (1-R(t))dt+\frac{\tau_t}{\tau}$$

sviluppo l'integrale (unità di misura delll'integrale = y)

$$I_0=\int_0^\tau (1-R(t))\,dt=\int_0^\tau (1-4e^{-\alpha t}+2e^{-\beta t}+2e^{-\gamma t}-e^{-\delta t})\,dt=$$

$$=\left[t-\frac{4}{-\alpha}e^{-\alpha t}+\frac{2}{-\beta}e^{-\beta t}+\frac{2}{-\gamma}e^{-\gamma t}-\frac{1}{-\delta}e^{-\delta t}\right]_0^\tau=$$

$$=\left[\tau+\frac{4}{\alpha}e^{-\alpha\tau}-\frac{2}{\beta}e^{-\beta\tau}-\frac{2}{\gamma}e^{-\gamma\tau}+\frac{1}{\delta}e^{-\delta\tau}\right]-\left[\frac{4}{\alpha}-\frac{2}{\beta}-\frac{2}{\gamma}+\frac{1}{\delta}\right]$$

Ricordando che l'intervallo tra due test successivi è 10 mesi, pertanto

$$\tau=10\,mesi=10/12\,y=5/6\,y=0.833\,y$$

$$I_0=0.83333+\frac{4}{15\cdot 10^{-3}}e^{-(15\cdot 10^{-3}\cdot 0.8333)}-\frac{2}{18\cdot 10^{-3}}e^{-(18\cdot 10^{-3}\cdot 0.8333)}-\frac{2}{26\cdot 10^{-3}}e^{-(26\cdot 10^{-3}\cdot 0.8333)}-$$

$$+\frac{1}{29\cdot 10^{-3}}e^{-(29\cdot 10^{-3}\cdot 0.8333)}-\left[\frac{4}{15}-\frac{2}{18}-\frac{2}{26}+\frac{1}{29}\right]\cdot 10^3=$$

$$=0.83333+(0.26667\cdot 0.9875778\cdot 10^3)-(0.11111\cdot 0.985112\cdot 10^3)-$$
$$-(0.0769)(0.97857\cdot 10^3)+(0.03448)(0.976123\cdot 10^3)-0.11311524\cdot 10^3=$$

$$=0.83333+263.35408-109.45688-75.27434+33.65941-113.11524=$$

$$=0.000372324\simeq 0.000372\,y$$

Pertanto

$$I=\frac{1}{\tau}\int_0^{\tau}(1-R(t))\,dt+\frac{\tau_t}{\tau}=\frac{1}{0.83333\,y}(0.000372\,y)+\frac{\frac{3}{365}\,y}{0.83333\,y}=$$

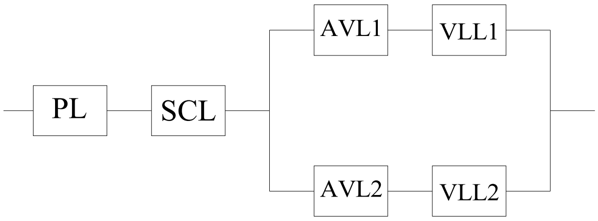
$$=4.464\cdot 10^{-4}+9.863\cdot 10^{-3}=0.0103098\simeq 0.01$$

Facilmente si trova l'MTBF che in pratica è già stato calcolato sopra:

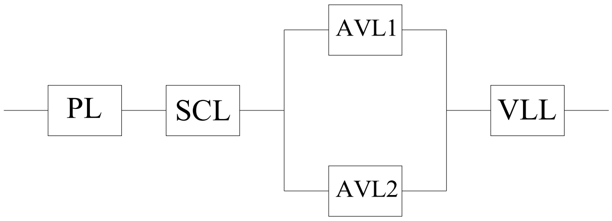
$$MTBF=\int_0^{\infty} R(t)\,dt=\int_0^{\infty}(4e^{-\alpha t}-2e^{-\beta t}-2e^{-\gamma t}+e^{-\delta t})\,dt=$$

$$=\left[\frac{4}{-\alpha}e^{-\alpha t}-\frac{2}{-\beta}e^{-\beta t}-\frac{2}{-\gamma}e^{-\gamma t}+\frac{1}{-\delta}e^{-\delta t}\right]_0^{\infty}=\left[\frac{4}{\alpha}-\frac{2}{\beta}-\frac{2}{\gamma}+\frac{1}{\delta}\right]=113.115\,y$$

ESERCIZIO 3



SISTEMA 1



SISTEMA 2

Per il misuratore di pressione: $\lambda_{PL} = 3 \cdot 10^{-3}$ [y^{-1}]	Per le valvola automatiche: $\lambda_{VA} = 4 \cdot 10^{-3}$ [y^{-1}]
Per il sistema di controllo: $\lambda_{SCL} = 10^{-3}$ [y^{-1}]	Per le valvole di laminazione: $\lambda_{VL} = 7 \cdot 10^{-3}$ [y^{-1}]

SISTEMA 1
Si valuta l'affidabilità ad 1 anno per fare un raffronto

$$R_{tot}=R_{serie}R_{parallelo}=(R_{PL}R_{SCL})(1-Q_{parallelo})=(R_{PL}R_{SCL})(1-Q_{parallelo})=(R_{PL}R_{SCL})(1-Q_{parall1}Q_{Parall2})=$$

$$=R_{PL}R_{SCL}[1-(1-R_{VA}R_{VL})(1-R_{VA}R_{VL})]=R_{PL}R_{SCL}[1-(1-2R_{VA}R_{VL}+R_{VA}^2R_{VL}^2)]=$$
$$=R_{PL}R_{SCL}(2R_{VA}R_{VL}-R_{VA}^2R_{VL}^2)$$

$$R_{tot}=R_{PL}R_{SCL}(2\mathrm{R}_{VA}R_{VL}-R_{VA}^2R_{VL}^2)=e^{-(\lambda_{PL}+\lambda_{SCL})t}\left[2e^{-(\lambda_{VA}+\lambda_{VL})t}-e^{-2(\lambda_{VA}+\lambda_{VL})t}\right]=$$

$$=2e^{-(\lambda_{VA}+\lambda_{VL}+\lambda_{PL}+\lambda_{SCL})t}-e^{-[2(\lambda_{VA}+\lambda_{VL})+\lambda_{PL}+\lambda_{SCL}]t}$$

Ovvero

$$(\lambda_{VA}+\lambda_{VL}+\lambda_{PL}+\lambda_{SCL}) = (4+7+3+1)\cdot10^{-3} = 15\cdot10^{-3}[Y^{-1}]$$
$$[2(\lambda_{VA}+\lambda_{VL})+\lambda_{PL}+\lambda_{SCL}] = [2\cdot(4+7)+3+1]\cdot10^{-3} = 26\cdot10^{-3}[Y^{-1}]$$

Quindi

$R_{tot}(t)=2e^{-(15\cdot10^{-3})t}-e^{-(26\cdot10^{-3})t}$ e per t = 1 Y

$$R_{tot}(t)=2e^{-(15\cdot10^{-3})}-e^{-(26\cdot10^{-3})}=$$

$$=2\cdot0.9851119-0.97433509=1.97022388-0.97433509=0.99588879$$

L'MTBF invece risulta:

$$MTBF=\int_0^\infty R(t)\,dt=\int_0^\infty\left(2e^{-(\lambda_{VA}+\lambda_{VL}+\lambda_{PL}+\lambda_{SCL})t}-e^{-[2(\lambda_{VA}+\lambda_{VL})+\lambda_{PL}+\lambda_{SCL}]t}\right)dt=$$

$$=\left[\frac{2e^{-(\lambda_{VA}+\lambda_{VL}+\lambda_{PL}+\lambda_{SCL})t}}{-(\lambda_{VA}+\lambda_{VL}+\lambda_{PL}+\lambda_{SCL})}-\frac{e^{-[2(\lambda_{VA}+\lambda_{VL})+\lambda_{PL}+\lambda_{SCL}]t}}{-[2(\lambda_{VA}+\lambda_{VL})+\lambda_{PL}+\lambda_{SCL}]}\right]_0^\infty=\left[\frac{2}{(15)}-\frac{1}{(26)}\right]10^3=$$
$$=[0.133333-0.038461]10^3=94.87\,Y$$

SISTEMA 2

Si valuta l'affidabilità ad 1 anno per fare un raffronto

$$R_{tot}=R_{serie}\,R_{parallelo}=(R_{PL}\,R_{SCL}\,R_{VL})(1-Q_{par})=(R_{PL}\,R_{SCL}\,R_{VL})(1-Q_{par})=(R_{PL}\,R_{SCL})(1-Q_{par})=$$

$$=R_{PL}\,R_{SCL}\,R_{VL}[1-(1-R_{VA})(1-R_{VA})]=R_{PL}\,R_{SCL}\,R_{VL}[1-(1-2\,R_{VA}+R_{VA}^2)]=$$
$$=R_{PL}\,R_{SCL}\,R_{VL}(2\,R_{VA}-R_{VA}^2)$$

$$R_{tot}=R_{PL}\,R_{SCL}\,R_{VL}(2\,R_{VA}-R_{VA}^2)=e^{-(\lambda_{PL}+\lambda_{SCL}+\lambda_{VL})t}\left[2\,e^{-(\lambda_{VA})t}-e^{-2(\lambda_{VA})t}\right]=$$

$$=2\,e^{-(\lambda_{VA}+\lambda_{VL}+\lambda_{PL}+\lambda_{SCL})t}-e^{-[2(\lambda_{VA})+\lambda_{VL}+\lambda_{PL}+\lambda_{SCL}]t}$$

Ovvero

$$\begin{array}{ccccc}(\lambda_{VA}+\lambda_{VL}+\lambda_{PL}+\lambda_{SCL}) & = & (4+7+3+1)\cdot 10^{-3} & = & 15\cdot 10^{-3}[Y^{-1}]\\ [2(\lambda_{VA})+\lambda_{VL}+\lambda_{PL}+\lambda_{SCL}] & = & [2\cdot(4)+7+3+1]\cdot 10^{-3} & = & 19\cdot 10^{-3}[Y^{-1}]\end{array}$$

Quindi

$$R_{tot}(t)=2\,e^{-(15\cdot 10^{-3})t}-e^{-(19\cdot 10^{-3})t}$$ e per t = 1 Y

$$R_{tot}(t)=2\,e^{-(15\cdot 10^{-3})}-e^{-(19\cdot 10^{-3})}=$$

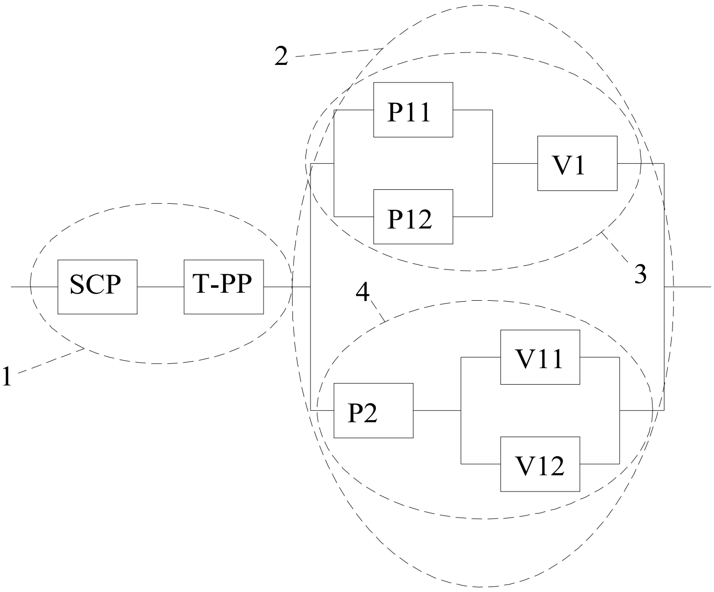
$$=2\cdot 0.9851119-0.98117936=1.97022388-0.98117936=0.9890445$$

L'MTBF invece risulta:

$$MTBF=\int_0^{\infty}R(t)\,dt=\int_0^{\infty}(2\,e^{-(\lambda_{VA}+\lambda_{VL}+\lambda_{PL}+\lambda_{SCL})t}-e^{-[2(\lambda_{VA})+\lambda_{VL}+\lambda_{PL}+\lambda_{SCL}]t})\,dt=$$

$$=\left[\frac{2\,e^{-(\lambda_{VA}+\lambda_{VL}+\lambda_{PL}+\lambda_{SCL})t}}{-(\lambda_{VA}+\lambda_{VL}+\lambda_{PL}+\lambda_{SCL})}-\frac{e^{-[2(\lambda_{VA})+\lambda_{VL}+\lambda_{PL}+\lambda_{SCL}]t}}{-[2(\lambda_{VA})+\lambda_{VL}+\lambda_{PL}+\lambda_{SCL}]}\right]_0^{\infty}=\left[\frac{2}{(15)}-\frac{1}{(19)}\right]10^3=$$
$$=[0.133333-0.0526316]10^3=80.70\,Y$$

ESERCIZIO 4
Soluzione MTBF



Dati:
Considerando il sistema costituito dal sistema di raffreddamento di esercizio, calcolare l'affidabilità e l'inaffidabilità del sistema a t = 1 anno ed il MTBF sapendo che i ratei di guasto sono:

sist. di controllo: $\lambda_{SCP} = 6\cdot10^{-3}$ [y^{-1}];
valvole automatica: $\lambda_{VA} = 8\cdot10^{-3}$ [y^{-1}];
sistema di misura: $\lambda_{TP} = 5\cdot10^{-3}$ [y^{-1}];
pompe: $\lambda_{PO} = 9\cdot10^{-2}$ [y^{-1}];

Indichiamo con R_{tot} l'affidabilità del sistema in serie.
Si ha che l'affidabilità dell'intero sistema è data da:

$$R_{tot}=R_1 R_2=R_1(1-Q_2)=R_1(1-Q_3 Q_4)$$

Calcoliamo quindi R_3 ed R_4

$$R_3=R_{V1}R_{parP}=R_{V1}(1-Q_{P11}Q_{P12})=R_{V1}[1-(1-R_{P11})(1-R_{P12})]=R_{VA}[1-(1-R_{PO})^2]=$$

$$=e^{(-\lambda_{VA})t}\cdot\left[1-(1+e^{(-2\lambda_{PO})t}-2e^{(-\lambda_{PO})t})\right]=e^{(-\lambda_{VA})t}\cdot\left[-e^{(-2\lambda_{PO})t}+2e^{(-\lambda_{PO})t}\right]=2e^{-(\lambda_{VA}+\lambda_{PO})t}-e^{-(\lambda_{VA}+2\lambda_{PO})t}$$

e poi analogamente

$$R_4=R_{P2}R_{parV}=R_{P2}(1-Q_{V11}Q_{V12})=R_{P2}[1-(1-R_{V11})(1-R_{V12})]=R_{PO}[1-(1-R_{VA})^2]=$$

$$=e^{(-\lambda_{PO})t}\cdot\left[1-(1+e^{(-2\lambda_{VA})t}-2e^{(-\lambda_{VA})t})\right]=e^{(-\lambda_{PO})t}\cdot\left[-e^{(-2\lambda_{VA})t}+2e^{(-\lambda_{VA})t}\right]=2e^{-(\lambda_{PO}+\lambda_{VA})t}-e^{-(\lambda_{PO}+2\lambda_{VO})t}$$

quindi si trova

$$R_2=(1-Q_3Q_4)=1-\left[1-2e^{-(\lambda_{VA}+\lambda_{PO})t}+e^{-(\lambda_{VA}+2\lambda_{PO})t}\right]\left[1-2e^{-(\lambda_{PO}+\lambda_{VA})t}+e^{-(\lambda_{PO}+2\lambda_{VA})t}\right]=$$

$$=1-1+2e^{-(\lambda_{PO}+\lambda_{VA})t}-e^{-(\lambda_{PO}+2\lambda_{VA})t}+2e^{-(\lambda_{PO}+\lambda_{VA})t}-4e^{-2(\lambda_{PO}+\lambda_{VA})t}+2e^{-(2\lambda_{PO}+3\lambda_{VA})t}-e^{-(2\lambda_{PO}+\lambda_{VA})t}+$$

$$+2e^{-(3\lambda_{PO}+2\lambda_{VA})t}-e^{-3(\lambda_{PO}+\lambda_{VA})t}=$$

$$=4e^{-(\lambda_{PO}+\lambda_{VA})t}-e^{-(\lambda_{PO}+2\lambda_{VA})t}-e^{-(2\lambda_{PO}+\lambda_{VA})t}-4e^{-2(\lambda_{PO}+\lambda_{VA})t}+2e^{-(2\lambda_{PO}+3\lambda_{VA})t}+2e^{-(3\lambda_{PO}+2\lambda_{VA})t}-e^{-3(\lambda_{PO}+\lambda_{VA})t}=$$

$$=\left[4e^{-\alpha t}-e^{-\beta t}-e^{-\gamma t}-4e^{-2\alpha t}+2e^{-\delta t}+2e^{-\theta t}-e^{-3\alpha t}\right]$$

quindi

$$R_{tot}=R_1\,R_2=\left[e^{-(\lambda_{SCP}+\lambda_{TP})t}\right]\left[\left[4\,e^{-\alpha t}-e^{-\beta t}-e^{-\gamma t}-4\,e^{-2\alpha t}+2\,e^{-\delta t}+2\,e^{-\theta t}-e^{-3\alpha t}\right]\right]$$

$$R_{tot}=4\,e^{-(\lambda_{SCP}+\lambda_{TP}+\alpha)t}-e^{-(\lambda_{SCP}+\lambda_{TP}+\beta)t}-e^{-(\lambda_{SCP}+\lambda_{TP}+\gamma)t}-4\,e^{-(\lambda_{SCP}+\lambda_{TP}+2\alpha)t}+2\,e^{-(\lambda_{SCP}+\lambda_{TP}+\delta)t}+$$

$$+2\,e^{-(\lambda_{SCP}+\lambda_{TP}+\theta)t}-e^{-(\lambda_{SCP}+\lambda_{TP}+3\alpha)t}$$

Passiamo ai calcoli numerici calcolando l'affidabilità del sistema a 1 anno.

$$\alpha=\lambda_{PO}+\lambda_{VA}=(8+9)\cdot 10^{-3}\,Y^{-1}=17\cdot 10^{-3}\,Y^{-1}$$
$$\beta=\lambda_{PO}+2\,\lambda_{VA}=(8+2\cdot 9)\cdot 10^{-3}\,Y^{-1}=26\cdot 10^{-3}\,Y^{-1}$$
$$\gamma=2\,\lambda_{PO}+\lambda_{VA}=(2\cdot 8+9)\cdot 10^{-3}\,Y^{-1}=25\cdot 10^{-3}\,Y^{-1}$$
$$\delta=2\,\lambda_{PO}+3\,\lambda_{VA}=(2\cdot 8+3\cdot 9)\cdot 10^{-3}\,Y^{-1}=43\cdot 10^{-3}\,Y^{-1}$$
$$\theta=3\,\lambda_{PO}+2\,\lambda_{VA}=(3\cdot 8+2\cdot 9)\cdot 10^{-3}\,Y^{-1}=42\cdot 10^{-3}\,Y^{-1}$$

da cui

$$\alpha+\lambda_{SCP}+\lambda_{TP}=(17+6+5)\cdot 10^{-3}\,Y^{-1}=28\cdot 10^{-3}\,Y^{-1}$$
$$\beta+\lambda_{SCP}+\lambda_{TP}=(26+6+5)\cdot 10^{-3}\,Y^{-1}=37\cdot 10^{-3}\,Y^{-1}$$
$$\gamma+\lambda_{SCP}+\lambda_{TP}=(25+6+5)\cdot 10^{-3}\,Y^{-1}=36\cdot 10^{-3}\,Y^{-1}$$
$$2\,\alpha+\lambda_{SCP}+\lambda_{TP}=(2\cdot 17+6+5)\cdot 10^{-3}\,Y^{-1}=45\cdot 10^{-3}\,Y^{-1}$$
$$\delta+\lambda_{SCP}+\lambda_{TP}=(43+6+5)\cdot 10^{-3}\,Y^{-1}=54\cdot 10^{-3}\,Y^{-1}$$
$$\theta+\lambda_{SCP}+\lambda_{TP}=(42+6+5)\cdot 10^{-3}\,Y^{-1}=53\cdot 10^{-3}\,Y^{-1}$$
$$3\alpha+\lambda_{SCP}+\lambda_{TP}=(3\cdot 17+6+5)\cdot 10^{-3}\,Y^{-1}=62\cdot 10^{-3}\,Y^{-1}$$

quindi

$$R_{tot}=4\,e^{-(28\cdot 10^{-3})}-e^{-(37\cdot 10^{-3})}-e^{-(36\cdot 10^{-3})}-4\,e^{-(45\cdot 10^{-3})}+2\,e^{-(54\cdot 10^{-3})}+2\,e^{-(53\cdot 10^{-3})}-e^{-(62\cdot 10^{-3})}=$$

$$=3.88955347-0.96367613-0.96464029-3.8239899+1.8948642+1.89676-0.939882887=$$

$$=0.988988463$$

e infine

$$Q_{tot}=1-R_{tot}=1-0.988988463=0.011011537$$

Riguardo l'MTBF invece si trova:

$$MTBF=\int_0^{\infty}\left[4\,e^{-(\lambda_{SCP}+\lambda_{TP}+\alpha)t}-e^{-(\lambda_{SCP}+\lambda_{TP}+\beta)t}-e^{-(\lambda_{SCP}+\lambda_{TP}+\gamma)t}-4\,e^{-(\lambda_{SCP}+\lambda_{TP}+2\alpha)t}+2\,e^{-(\lambda_{SCP}+\lambda_{TP}+\delta)t}\right]dt+$$

$$+\int_0^{\infty}\left[2\,e^{-(\lambda_{SCP}+\lambda_{TP}+\theta)t}-e^{-(\lambda_{SCP}+\lambda_{TP}+3\alpha)t}\right]dt=$$

$$=\left[\frac{4e^{-(\lambda_{SCP}+\lambda_{TP}+\alpha)t}}{-(\lambda_{SCP}+\lambda_{TP}+\alpha)}-\frac{e^{-(\lambda_{SCP}+\lambda_{TP}+\beta)t}}{-(\lambda_{SCP}+\lambda_{TP}+\beta)}-\frac{e^{-(\lambda_{SCP}+\lambda_{TP}+\gamma)t}}{-(\lambda_{SCP}+\lambda_{TP}+\gamma)}-\frac{4e^{-(\lambda_{SCP}+\lambda_{TP}+2\alpha)t}}{-(\lambda_{SCP}+\lambda_{TP}+2\alpha)}\right]_0^{\infty}+$$

$$+\left[\frac{2e^{-(\lambda_{SCP}+\lambda_{TP}+\delta)t}}{-(\lambda_{SCP}+\lambda_{TP}+\delta)}+\frac{2e^{-(\lambda_{SCP}+\lambda_{TP}+\theta)t}}{-(\lambda_{SCP}+\lambda_{TP}+\theta)}-\frac{e^{-(\lambda_{SCP}+\lambda_{TP}+2\alpha)t}}{-(\lambda_{SCP}+\lambda_{TP}+3\alpha)}\right]_0^{\infty}=$$

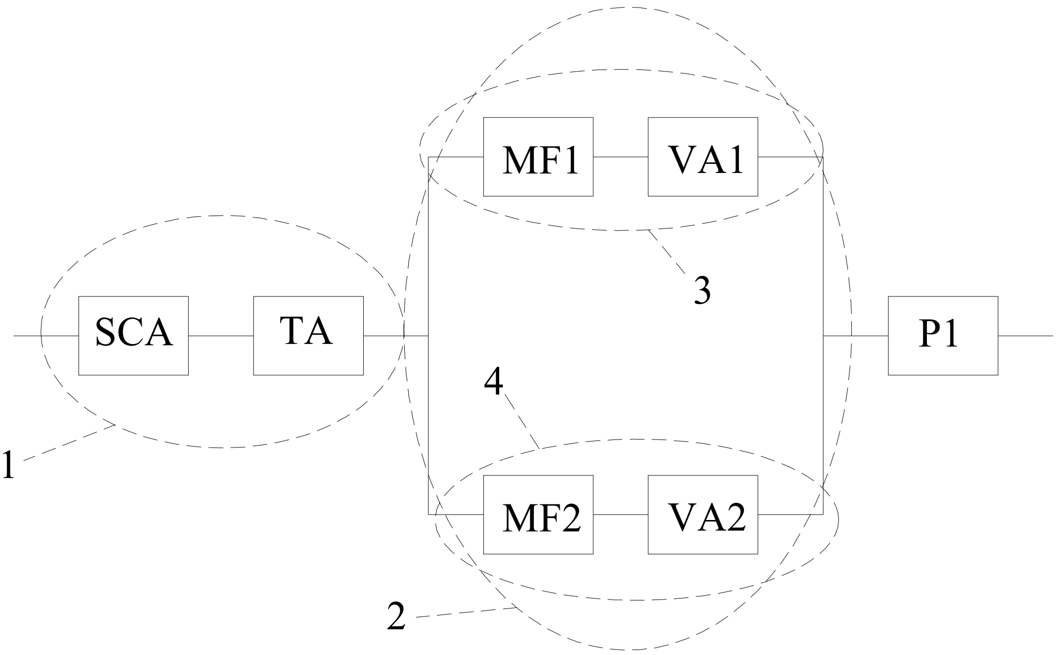
$$=\left[\frac{4}{(\lambda_{SCP}+\lambda_{TP}+\alpha)}-\frac{1}{(\lambda_{SCP}+\lambda_{TP}+\beta)}-\frac{1}{(\lambda_{SCP}+\lambda_{TP}+\gamma)}-\frac{4}{(\lambda_{SCP}+\lambda_{TP}+2\alpha)}\right]+$$

$$+\left[\frac{2}{(\lambda_{SCP}+\lambda_{TP}+\delta)}+\frac{2}{(\lambda_{SCP}+\lambda_{TP}+\theta)}-\frac{1}{(\lambda_{SCP}+\lambda_{TP}+3\alpha)}\right]=$$

$$=\left[\frac{4}{28}-\frac{1}{37}-\frac{1}{36}-\frac{4}{45}+\frac{2}{54}+\frac{2}{53}-\frac{1}{62}\right]\cdot 10^3\,Y=57.8\,Y$$

ESERCIZIO 5

Soluzione MTBF



Considerando il sistema costituito dal sistema di raffreddamento di esercizio, calcolare l'affidabilità e l'inaffidabilità del sistema a t = 1 anno ed il MTBF sapendo che i ratei di guasto sono quelli indicati sotto. Inoltre indicare quali modifiche all'impianto possono portare a migliorare l'affidabilità:

sistema di controllo	$\lambda_{SCA} = 6 \cdot 10^{-3}$ [y^{-1}]	sistema di misura	$\lambda_{TA} = 5 \cdot 10^{-3}$ [y^{-1}]
valvole automatiche	$\lambda_{VA} = 8 \cdot 10^{-3}$ [y^{-1}]	pompa	$\lambda_{P} = 9 \cdot 10^{-3}$ [y^{-1}]
macchine frigorifere	$\lambda_{MF} = 8.7 \cdot 10^{-3}$ [y^{-1}]		

Indichiamo con R_{tot} l'affidabilità del sistema in serie.
Si ha che l'affidabilità dell'intero sistema è data da:

$$R_{tot} = R_1 R_2 R_P = R_1 (1 - Q_2) R_P = R_1 (1 - Q_3 Q_4) R_P$$

Calcoliamo quindi Q_3 ed Q_4

$$Q_2 = Q_3 Q_4 = (1 - R_3)(1 - R_4) = 1 - R_3 - R_4 + R_3 R_4$$

da cui essendo $R_3 = R_4$

$$R_{tot} = R_1 R_2 R_P = R_1 (1 - Q_2) R_P = R_1 (1 - 1 + 2 R_3 - R_3^2) R_P = R_1 (2 R_3 - R_3^2) R_P =$$

$$= e^{-(\lambda_{SCA} + \lambda_{TA}) t} \cdot (2 e^{-(\lambda_{MF} + \lambda_{VA}) t} - e^{-2 (\lambda_{MF} + \lambda_{VA}) t}) e^{-(\lambda_P) t}$$

$$R_{tot} = e^{-(\lambda_{SCA} + \lambda_{TA} + \lambda_P) t} \cdot (2 e^{-(\lambda_{MF} + \lambda_{VA}) t} - e^{-2 (\lambda_{MF} + \lambda_{VA}) t}) = 2 e^{-(\lambda_{SCA} + \lambda_{TA} + \lambda_P + \lambda_{MF} + \lambda_{VA}) t} - e^{-(\lambda_{SCA} + \lambda_{TA} + \lambda_P + 2\lambda_{MF} + 2\lambda_{VA}) t} =$$

$$= 2 e^{-(\alpha) t} - e^{-(\beta) t}$$

Passiamo ai calcoli numerici calcolando l'affidabilità del sistema a 1 anno.

$$\alpha = \lambda_{SCA} + \lambda_{TA} + \lambda_P + \lambda_{MF} + \lambda_{VA} = (6+5+9+8.7+8)\cdot 10^{-3}\,Y^{-1} = 36.7\cdot 10^{-3}\,Y^{-1}$$
$$\beta = \lambda_{SCA} + \lambda_{TA} + \lambda_P + 2\,\lambda_{MF} + 2\lambda_{VA} = (6+5+9+2\cdot 8.7+2\cdot 8)\cdot 10^{-3}\,Y^{-1} = 53.4\cdot 10^{-3}\,Y^{-1}$$

da cui

$$R_{tot}(1\,Y) = \left[2\,e^{-\alpha t} - e^{-\beta t}\right] = \left[2\,e^{-36.7\cdot 10^{-3}} - e^{(53.4)\cdot 10^{-3}}\right] = \left[2\cdot 0.963965281 - 0.948000736\right] =$$

$$= 1.927930563 - 0.948000736 = 0.9799298$$

e infine

$$Q_{tot} = 1 - R_{tot} = 1 - 0{,}9799298 = 0.0200701$$

Riguardo l'MTBF invece si trova:

$$MTBF = \int_0^\infty R(t)\,dt = \int_0^\infty \left[2\,e^{-\alpha t} - e^{-\beta t}\right] dt = \left[\frac{2}{-\alpha}e^{-\alpha t} - \frac{1}{-\beta}e^{-\beta t}\right]_0^\infty = \left[\frac{2}{\alpha} - \frac{1}{\beta}\right] = \left[\frac{2}{36.7} - \frac{1}{54.3}\right]\cdot 10^3\,Y =$$

$$= \left[0.0544959 - 0.018416206\right]\cdot 10^3\,Y = \left[0.036079706\right]\cdot 10^3\,Y = 36.0797\,Y \approx 36\,Y$$

Calcolare poi l'indisponibilità (tempo morto relativo) per il sistema di raffreddamento (sistema a guasti non rilevati) sapendo che ogni 6 mesi vengono effettuati dei test simultaneamente su tutti i componenti e che detti test durano 2 giorni.

$$I = \frac{1}{\tau}\int_0^\tau Q(t)\,dt + \frac{\tau_t}{\tau} = \frac{1}{\tau}\int_0^\tau (1 - R(t))\,dt + \frac{\tau_t}{\tau} = \frac{1}{\tau}\int_0^\tau \left[1 - 2\,e^{-\alpha t} + e^{-\beta t}\right] dt + \frac{\tau_t}{\tau} =$$

$$= \frac{1}{\tau}\left[t - \frac{2}{-\alpha}e^{-\alpha t} + \frac{1}{-\beta}e^{-\beta t}\right]_0^\tau + \frac{\tau_t}{\tau} = \frac{1}{\tau}\left[\tau + \frac{2}{\alpha}e^{-\alpha\tau} - \frac{1}{\beta}e^{-\beta\tau}\right] - \frac{1}{\tau}\left[\frac{2}{\alpha} - \frac{1}{\beta}\right] + \frac{\tau_t}{\tau} =$$

$$= \frac{1}{0.5\,Y}\left[0.5\,Y + \frac{2\,e^{-(36.7\cdot 10^{-3}\cdot 0.5)}}{36.7\cdot 10^{-3}\,Y^{-1}} - \frac{e^{-(54.3\cdot 10^{-3}\cdot 0.5)}}{54.3\cdot 10^{-3}\,Y^{-1}}\right] - \frac{1}{0.5\,Y}\left[\frac{2}{36.7} - \frac{1}{54.3}\right]\cdot 10^3\,Y + \frac{\tau_t}{\tau} =$$

$$= 2\left[0.5 + 54.4959\cdot(0.981817336) - 18.416206\cdot(0.97321524)\right] -$$

$$-2\left[0.0544959 - 0.018416206\right]\cdot 10^3 + \frac{\left(\frac{2}{365}\right)}{0.5} =$$

$$= 2\left[0.5 + 53.505019 - 17.922932\right] - 2\left[36.07\right] + 0.109589 =$$

$$= 2\left[36.082087\right] - 2\left[36.07\right] + 0.109589 = 0.133763 \approx 0.134$$