Università di Pisa
Insegnamento di SCIENZA DELLE COSTRUZIONI II
Corso di Laurea in Ingegneria Aerospaziale
(docente: Prof. Ing. Stefano Bennati)
Soluzione della prova scritta del 1 febbraio 2007

Problema 1

- (a) Equazioni differenziali ($P = 2pl$):
  $EJv_1^{''''} + Pv_1^{''} = 0$ (tratto AB); $EJv_2^{''''} + Pv_2^{''} = 0$ (tratto BC).
  Condizioni al contorno:

$$\text{in A} \begin{cases} v_1(0) = 0 \\ EJv_1^{''}(0) - k_0 v_1^{'}(0) = 0 \end{cases}$$

$$\text{in B} \begin{cases} v_1(l) - v_2(0) = 0 \\ v_1^{''}(l) - v_2^{''}(0) = 0 \\ EJv_1^{''}(l) - k_0(v_2^{'}(0) - v_1^{'}(l)) = 0 \\ -EJ(v_1^{'''}(l) - v_2^{'''}(0)) + P(v_2^{'}(0) - v_1^{'}(l)) = 0 \end{cases}$$

$$\text{in C} \begin{cases} EJv_2^{''}(l) + 2k_0 k_1 l^2 v_2^{'}(l)/(k_0 + 2k_1 l^2) = 0 \\ EJ(v_2^{'''}(l) + Pv_2^{'}(l) = 0 \end{cases}$$

- (b) Caso limite di travi rigide ($\beta = k_1 l^2/k_0$): $P_{cr} = k_0 \left[\frac{3+8\beta-\sqrt{16\beta^2+16\beta+5}}{2(1+2\beta)}\right]$.

- (c) Caso limite di molle rigide: $\sin(2\lambda l) = 0$, da cui $P_{cr} = \pi^2 EJ/(2l)^2$.

Problema 2

- (a) Tensioni normali e tangenziali (asse y diretto lungo AC):

$$\sigma_z = \frac{P}{2at}\left(\frac{1}{2} - \frac{3y}{a\sqrt{2}}\right), \quad \tau = \frac{3P(a^2 - 2y^2)\sqrt{2}}{8a^3 t}.$$

- (b) Tensione ideale:

$$\sigma_{id} = \frac{P}{2at}\sqrt{\left(\frac{1}{2} - \frac{3y}{a\sqrt{2}}\right)^2 + \frac{27(a^2 - 2y^2)^2}{8a^4}}.$$

  In A, $\sigma_{id} = P/at$; in B, $\sigma_{id} = (P/at)\sqrt{29/32}$; in C, $\sigma_{id} = P/2at$ e in F, $\sigma_{id} = (P/at)\sqrt{443/512}$.

  Il valore di P che determina la prima plasticizzazione è $P = \sigma_0 at$ ($\sigma_0 =$ tensione limite del materiale).