

Università di Pisa
Insegnamento di SCIENZA DELLE COSTRUZIONI II
Corso di Laurea in Ingegneria Aerospaziale
(docente: Prof. Ing. Stefano Bennati)
Soluzione della prova scritta del 14 febbraio 2006

Problema 1

Forze di volume:

$$\mathbf{b} = \frac{2A}{(x^2 + y^2)^2} \begin{pmatrix} x \sin(x + y) + y \cos(x + y) \\ x \cos(x + y) - y \sin(x + y) \\ 0 \end{pmatrix} + \frac{A}{x^2 + y^2} \begin{pmatrix} \sin(x + y) - \cos(x + y) \\ \sin(x + y) + \cos(x + y) \\ 0 \end{pmatrix}$$

Forze di superficie:

$$\mathbf{t}^T = (0, 0, -\sigma_{zz}) \text{ su } z = 0, \quad \mathbf{t}^T = (0, 0, \sigma_{zz}) \text{ su } z = h,$$

$$\mathbf{t} = \frac{A}{r_2^3} \begin{pmatrix} x \sin(x + y) + y \cos(x + y) \\ x \cos(x + y) - y \sin(x + y) \\ 0 \end{pmatrix} \text{ su } x^2 + y^2 = r_2^2,$$

$$\mathbf{t} = -\frac{A}{r_1^3} \begin{pmatrix} x \sin(x + y) + y \cos(x + y) \\ x \cos(x + y) - y \sin(x + y) \\ 0 \end{pmatrix} \text{ su } x^2 + y^2 = r_1^2.$$

Risultante delle forze interne:

$$R_x = Ah\sqrt{2} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right), \quad R_y = R_x, \quad R_z = 0.$$

Tensioni principali:

$$\sigma_1 = \frac{A}{(x^2 + y^2)}, \quad \sigma_2 = -\frac{A}{(x^2 + y^2)}, \quad \sigma_3 = \frac{A}{(x^2 + y^2)} \sin(x - y)$$

Problema 2

Condizioni al contorno:

$$\begin{aligned} v_1(0) &= 0, & v_1''(0) &= 0, \\ v_1''(l) &= v_2''(0), & v_2''(0) &= 0, \\ v_2(l) &= 0, & v_2'(l) &= v_1(l)/l, \\ v_1'(l) &= v_2'(0), & -EJv_2'''(l) &= -Pv_1(l)/l. \end{aligned}$$

Carico critico nel caso limite:

$$P_c = \frac{12EJ}{l^2}$$