

Università degli studi di Pisa
Insegnamento di SCIENZA DELLE COSTRUZIONI II
Corso di Laurea in Ingegneria Aerospaziale
(docente: Prof. Stefano Bennati)
Problemi proposti: anno accademico 2004-2005

Problema proposto n. 4.def – (19 aprile '05). [Riccardo Barsotti] La legge di trasformazione

$$\begin{cases} x_1^* = x_1 + ax_2, \\ x_2^* = x_2 \sqrt{1-a^2}, \\ x_3^* = x_3, \end{cases}$$

dove (x_1, x_2, x_3) e (x_1^*, x_2^*, x_3^*) sono le coordinate iniziali e finali di un generico punto rispetto ad un fissato sistema di riferimento cartesiano ortogonale, sia assegnata in tutto lo spazio.

- a) Determinare i valori di a per i quali questa legge rappresenta una deformazione.
- b) Determinare la matrice gradiente della deformazione $\mathbf{F}$ e calcolare il prodotto $\mathbf{F}^T \mathbf{F}$.
- c) In che cosa si trasforma il quadrato di vertici A(0, 0, 0) B(0, 1, 0) C(1, 1, 0) D(1, 0, 0)?
- d) Fissato un punto interno al quadrato determinare l'allungamento specifico di un elemento lineare lungo una direzione generica. Lungo quali direzioni si raggiungono i valori estremi dell'allungamento specifico?
- e) Calcolare il valore dello scorrimento angolare per una coppia generica di versori.
- f) Determinare le immagini dei versori orientati inizialmente a $\pm \pi/4$.
- g) Calcolare di quanto si allunga una diagonale del quadrato e di quanto si accorcia l'altra.
- h) Che cosa si può dire della trasformazione ottenuta componendo la deformazione assegnata con una rotazione di $-\theta/2$, dove $\theta = \arcsin(a)$?
- i) Studiare la deformazione assegnata nei casi limite $a \rightarrow 1$ e $0 < a \ll 1$.