Università di Pisa

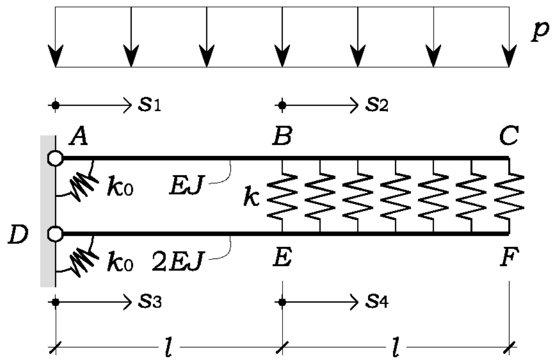
Esame di SCIENZA DELLE COSTRUZIONI I

Corso di Laurea in Ingegneria Aerospaziale

(docente: Prof. Stefano Bennati)

Prova scritta del 19 settembre 2008 – Soluzione

Problema 1. Si introducono ascisse curvilinee sui 4 tratti come indicato nella figura sottostante.



- Equazioni differenziali:

su AB, $EJv_1^{IV}(s_1) = p$; su BC, $EJv_2^{IV}(s_2) = p + k\,[v_4(s_4) - v_2(s_2)]$;

su DE, $2EJv_3^{IV}(s_3) = 0$; su EF, $2EJv_4^{IV}(s_4) = -k\,[v_4(s_4) - v_2(s_2)]$.

- Condizioni al contorno:

in A, $v_1(0) = 0$, $M_1(0) = -EJv_1^{II}(0) = -k_0 v_1^I(0)$;

in B, $v_1(l) = v_2(0)$, $\phi_1(l) = v_1^I(l) = v_2^I(0) = \phi_2(0)$,

$M_1(l) = -EJv_1^{II}(l) = -EJv_2^{II}(0) = M_2(0)$, $T_1(l) = -EJv_1^{III}(l) = -EJv_2^{III}(0) = T_2(0)$;

in C, $M_2(l) = -EJv_2^{II}(l) = 0$, $T_2(l) = -EJv_2^{III}(l) = 0$;

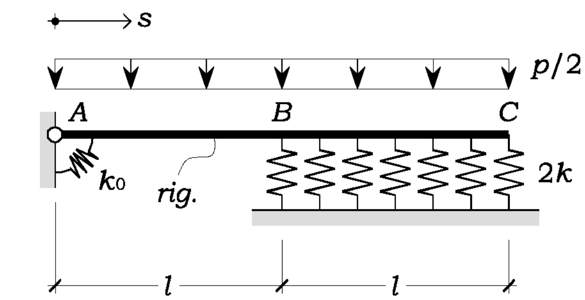
in D, $v_3(0) = 0$, $M_3(0) = -2EJv_3^{II}(0) = -k_0 v_3^I(0)$;

in E, $v_3(l) = v_4(0)$, $\phi_3(l) = v_3^I(l) = v_4^I(0) = \phi_4(0)$,

$M_3(l) = -2EJv_3^{II}(l) = -2EJv_4^{II}(0) = M_4(0)$, $T_3(l) = -2EJv_3^{III}(l) = -2EJv_4^{III}(0) = T_4(0)$;

in F, $M_4(l) = -2EJv_4^{II}(l) = 0$, $T_4(l) = -2EJv_4^{III}(l) = 0$;

Problema 2. Il sistema da studiare è equivalente a quello mostrato nella figura sottostante.



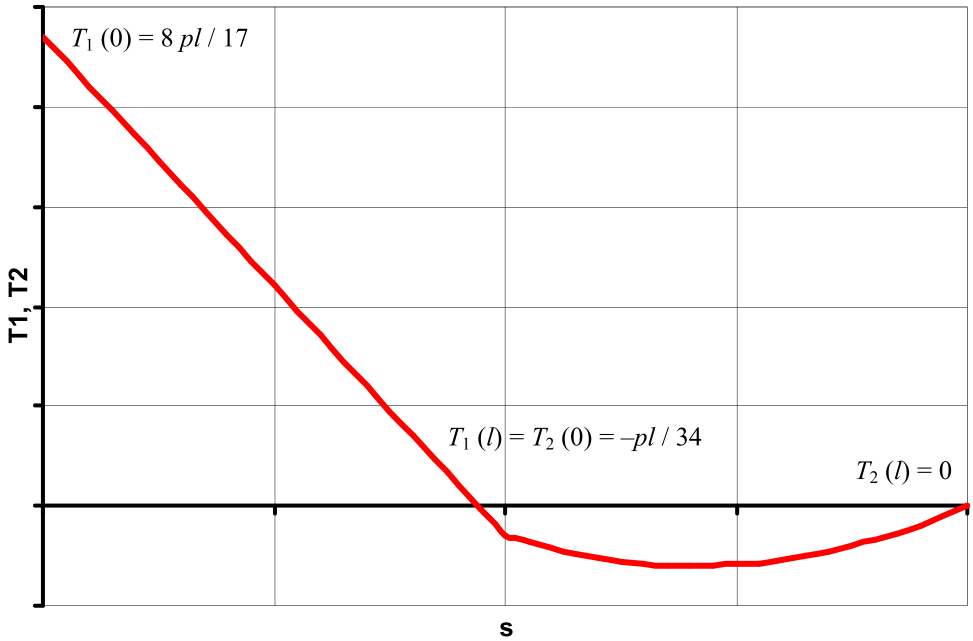
- Imponendo l'equilibrio alla rotazione intorno ad A, si ricava l'angolo di rotazione dell'asta ABC:

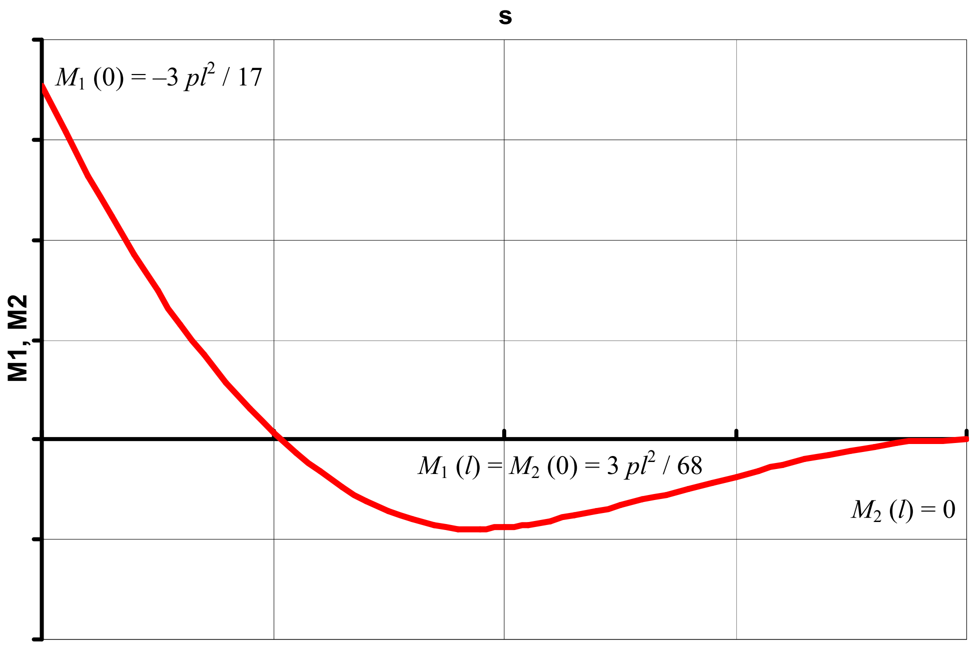
$$\theta = \frac{pl^2}{k_0 + \frac{14}{3}kl^3} = \frac{3}{17}\frac{p}{kl} \quad (k_0 = kl^3);$$

- Caratteristiche di sollecitazione:

su AB, $T_1(s_1) = -\frac{1}{2} p s_1 + \frac{8}{17} pl$, $M_1(s_1) = -\frac{1}{4} p s_1^2 + \frac{8}{17} pl s_1 - \frac{3}{17} pl^2$;

su BC, $T_2(s_2) = \frac{3}{17} \frac{p}{l} s_2^2 - \frac{5}{34} p s_2 - \frac{1}{34} pl$, $M_2(s_2) = \frac{1}{17} \frac{p}{l} s_2^3 - \frac{5}{68} p s_2^2 - \frac{1}{34} pl s_2 + \frac{3}{68} pl^2$.





- Energia immagazzinata nel letto di molle:

$$U_{molle} = \frac{W}{2} - U_{molla\_A} = \frac{1}{2} \frac{42}{289} \frac{p^2 l}{k}.$$

- Nel sistema antisimmetrico il letto di molle risulta scarico. Dall'equilibrio si ottiene:

$$\theta_a = \frac{pl^2}{k_0}.$$

(Soluzione a cura di Paolo S. Valvo)