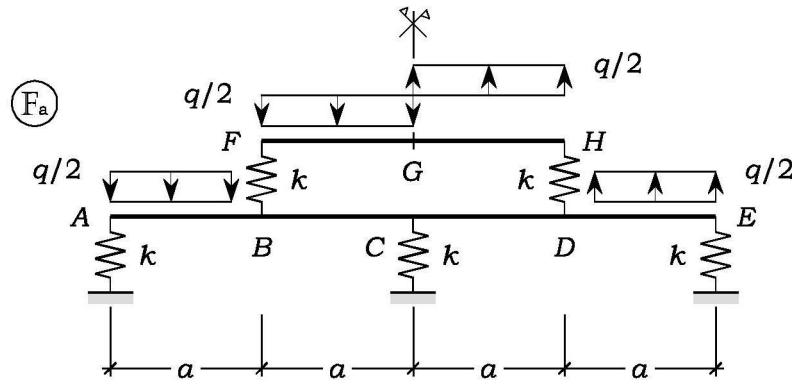
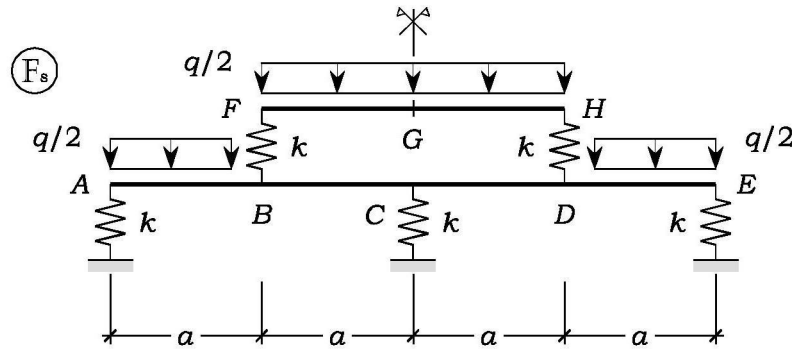
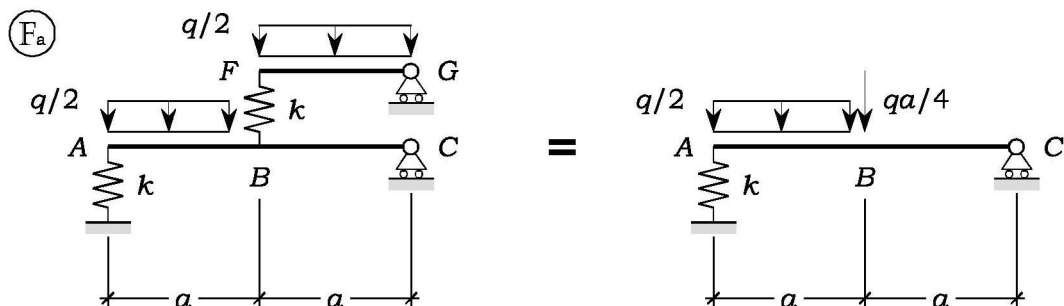
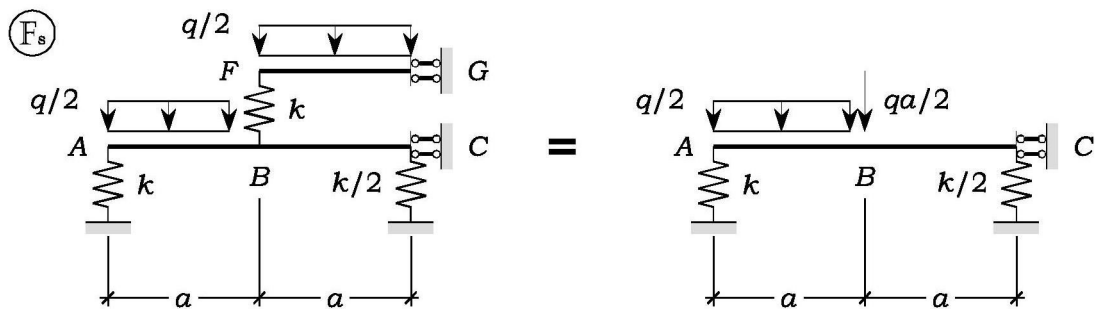


Prova scritta di recupero del 30 maggio 2008 – Soluzione

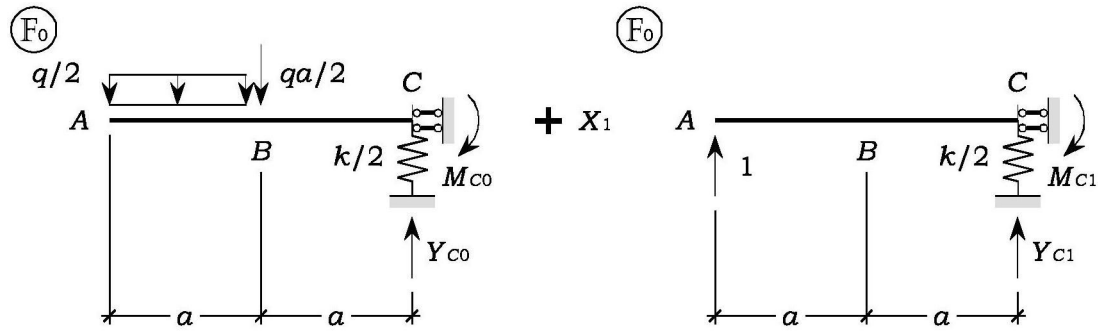
- Il sistema dato si può scomporre nella somma del sistema simmetrico F_s e del sistema antisimmetrico F_a mostrati sotto.



- Introducendo in C e G i vincoli mostrati in figura, quindi, è possibile ricondurre la ricerca della soluzione allo studio della sola metà sinistra; inoltre, si può osservare come, per entrambi i sistemi, il tratto FG sia isostatico e quindi possa essere risolto immediatamente, introducendo in B la reazione trasmessa dalla molla BF all'asta ABC.



- Risolviamo il sistema F_s con il metodo delle forze, assumendo come incognita iperstatica la reazione della molla in A.



Sistema F_0

Reazioni vincolari:

$$Y_{C0} = qa \quad M_{C0} = 5qa^2 / 4$$

Caratteristiche di sollecitazione:

$$\begin{aligned} N_{AB0}(s) &= 0 & T_{AB0}(s) &= -qs/2 & M_{AB0}(s) &= -qs^2/4 \\ N_{BC0}(s) &= 0 & T_{BC0}(s) &= -qa & M_{BC0}(s) &= -qas + 3qa^2/4 \end{aligned}$$

Sistema F_1

Reazioni vincolari:

$$Y_{C1} = -1 \quad M_{C1} = -2a$$

Caratteristiche di sollecitazione:

$$\begin{aligned} N_{AB1}(s) &= 0 & T_{AB1}(s) &= 1 & M_{AB1}(s) &= s \\ N_{BC1}(s) &= 0 & T_{BC1}(s) &= 1 & M_{BC1}(s) &= s \end{aligned}$$

Coefficienti di Müller-Breslau:

$$\eta_1 = -X_1 / k$$

$$\eta_{10} + 1 \frac{qa}{k/2} = \int_0^a s \left(-\frac{qs^2}{4EJ} \right) ds + \int_a^{2a} s \left(\frac{-qas + 3qa^2/4}{4EJ} \right) ds = -\frac{61}{48} \frac{qa^4}{EJ}$$

$$\eta_{11} - \frac{2}{k} = \int_0^{2a} s \left(\frac{s}{EJ} \right) ds = \frac{8}{3} \frac{a^3}{EJ}$$

Incognita iperstatica:

$$X_1 = -\frac{\eta_{10}}{\eta_{11} + \frac{1}{k}} = \frac{\frac{61}{48} \frac{qa^4}{EJ} + 2 \frac{qa}{k}}{\frac{8}{3} \frac{a^3}{EJ} + \frac{3}{k}} = \frac{\frac{61}{16} \frac{ka^3}{EJ} + 6}{8 \frac{ka^3}{EJ} + 9} qa$$

- Nell'ipotesi che sia $k = 2 \frac{EJ}{a^3}$, l'incognita iperstatica risulta $X_1 = \frac{109}{200} qa$.

Taglio e momento flettente nel sistema effettivo:

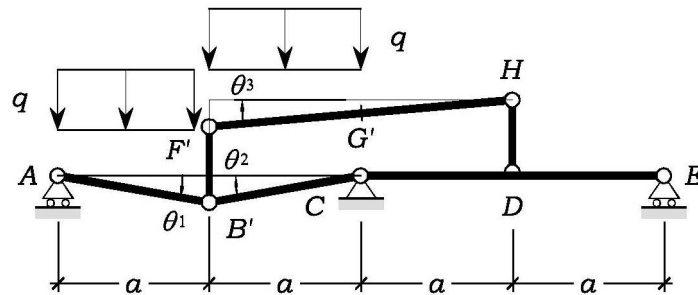
$$T_{AB}(s) = \frac{109a - 100s}{200} q \quad M_{AB}(s) = \frac{109a - 50s}{200} qs$$

$$T_{BC}(s) = -\frac{91}{200} qa \quad M_{BC}(s) = \frac{150a - 91s}{200} qa$$

Diagrammi quotati del momento flettente e del taglio



- Nell'ipotesi di aste rigide, il sistema subisce lo spostamento rigido infinitesimo mostrato sotto



con

$$\theta_1 = -\theta_2 = -2\theta_3 \quad v_B = v_F = -a\theta_1$$

Osserviamo, incidentalmente, che le aste FB e DH possono ruotare di uno stesso angolo: tale moto aggiuntivo non è stato evidenziato e non contribuisce al lavoro virtuale delle forze attive esterne.

- Lavoro virtuale del carico distribuito:

$$L = \frac{5}{4}qa^2\theta_1$$

(Soluzione a cura di Paolo S. Valvo)