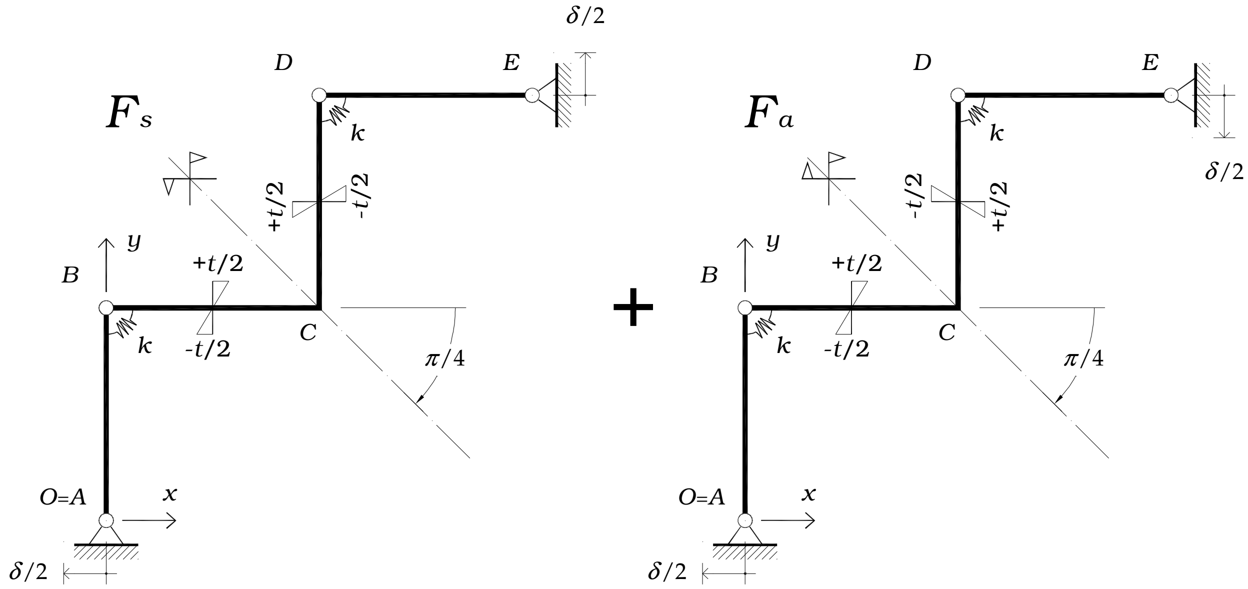
Università di Pisa
Esame di SCIENZA DELLE COSTRUZIONI I
Corso di Laurea in Ingegneria Aerospaziale
(docente: Prof. Stefano Bennati)

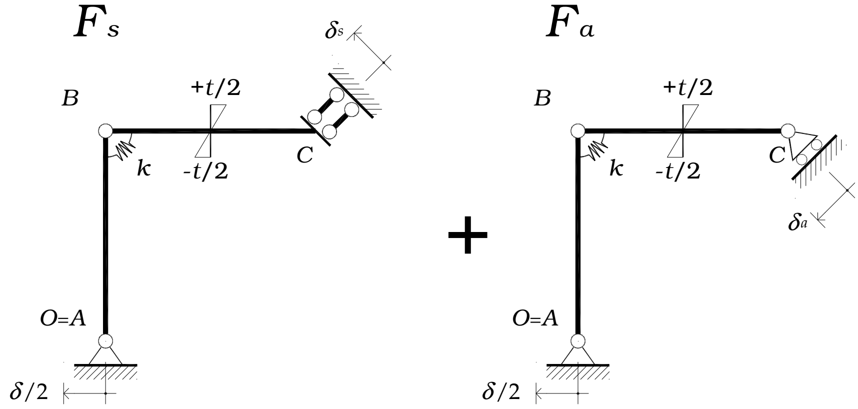
Prova scritta del 20 luglio 2007 – Soluzione

Punto 1

La struttura è simmetrica rispetto all'asse passante per C ed inclinato di $\pi/4$ sull'asse x. La variazione termica ed il cedimento vincolare assegnati non sono simmetrici, ma possono essere scomposti nella somma di una quota simmetrica (sistema F_s) + una quota antisimmetrica (sistema F_a).

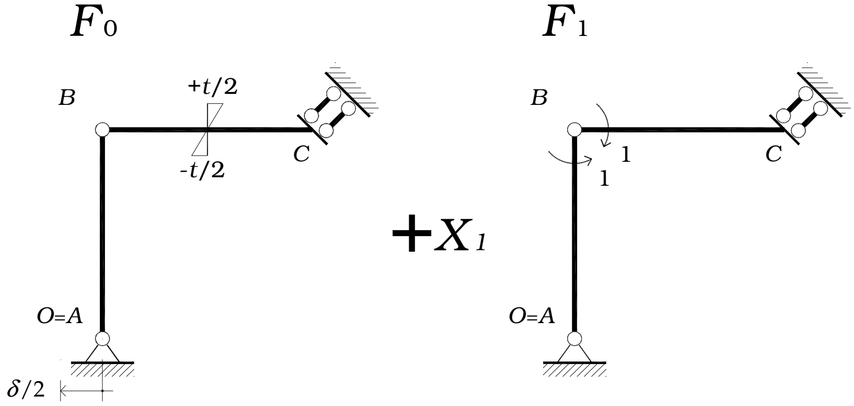


Lo studio dei due sistemi così ottenuti, quindi, può essere ulteriormente ridotto a quello della sola metà sinistra ABC, previa l'introduzione in C dei vincoli mostrati nella figura sottostante.



Punto 2

Il sistema antisimmetrico, F_a, risulta staticamente determinato; invece, il sistema simmetrico, F_s, è una volta iperstatico e sarà risolto con il metodo delle forze.



Sistema F_0:

$$\kappa^0_{AB}(s)=0\,,\qquad \kappa^0_{BC}(s)=-\frac{\alpha t}{h}$$

Sistema F_1:

$$M^1_{AB}(s)=\frac{s}{l}\,,\qquad M^1_{BC}(s)=1-\frac{s}{l}$$

Coefficienti di Müller-Breslau:

$$\eta_1=-\frac{X_1}{k}$$

$$1\cdot\eta_{10}+\frac{1}{l}\frac{\delta}{2}=\int_0^l M^1_{BC}(s)\kappa^0_{BC}(s)ds=\cdots=-\frac{\alpha l t}{2h}\quad\Rightarrow\quad \eta_{10}=-\frac{\delta}{2l}-\frac{\alpha l t}{2h}$$

$$1\cdot\eta_{11}=2\int_0^l\frac{[M^1_{AB}(s)]^2}{EJ}ds=\cdots=\frac{2l}{3EJ}\quad\Rightarrow\quad \eta_{11}=\frac{2l}{3EJ}$$

Incognita iperstatica:

$$\eta_1=\eta_{10}+X_1\eta_{11}\quad\Rightarrow\quad X_1=\frac{\dfrac{\delta}{2l}+\dfrac{\alpha l t}{2h}}{\dfrac{2l}{3EJ}+\dfrac{1}{k}}$$

Punto 3

Lo spostamento del punto C nel sistema originale è la somma (vettoriale) dei contributi dei sistemi F_s e F_a (vedi fig. precedente). Applicando il metodo del "carico esploratore" si trovano:

$$1\cdot\delta_s-\frac{1}{\sqrt{2}}\frac{\delta}{2}=\int_0^l\frac{l-s}{\sqrt{2}}\frac{X_1}{EJ}\frac{s}{l}ds+\int_0^l\frac{-s}{\sqrt{2}}[-\frac{\alpha t}{h}+\frac{X_1}{EJ}(1-\frac{s}{l})]ds\quad\Rightarrow\quad \delta_s=\frac{\sqrt{2}}{4}(\delta+\frac{l^2}{h}\alpha t)$$

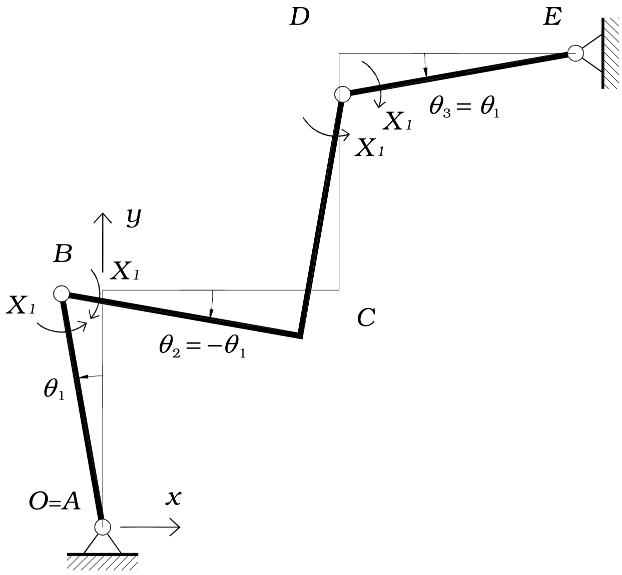
$$1\cdot\delta_a-\frac{1}{\sqrt{2}}\frac{\delta}{2}=\int_0^l\frac{s-l}{\sqrt{2}}(-\frac{\alpha t}{h})ds\quad\Rightarrow\quad \delta_a=\frac{\sqrt{2}}{4}(\delta+\frac{l^2}{h}\alpha t)$$

Punto 4

Dalle equazioni della cinematica:

$$\mathbf{u}_B=-l\theta_1\mathbf{i}\,,\qquad \mathbf{u}_D=\mathbf{u}_B+\theta_2\,\mathbf{k}\times(\mathbf{x}_D-\mathbf{x}_B)=-l(\theta_1+\theta_2)\mathbf{i}+l\theta_2\mathbf{j}\quad \text{ed anche}\quad \mathbf{u}_D=-l\theta_3\mathbf{j}\,,$$

da cui segue: $\theta_2=-\theta_1$ e $\theta_3=\theta_1$.



Punto 5 (facoltativo):

Poiché il sistema è in equilibrio, il lavoro virtuale è $\delta L=0$.

* * *