Università di Pisa

Esame di SCIENZA DELLE COSTRUZIONI *I*

Corso di Laurea in Ingegneria Civile, Ambientale e Edile

(docente: Prof. Ing. Stefano Bennati)

Sintesi della soluzione della prova scritta del 23 aprile 2016

Problema 1. Nella travatura reticolare rappresentata in figura 1, i correnti e i montanti sono *rigidi*, mentre le diagonali sono *estensibili*. Nei nodi *B*, *D* ed *H* agiscono i carichi concentrati d'intensità *P*, con i versi indicati in figura. Inoltre, i correnti sono soggetti a variazioni termiche costanti nello spessore, come indicato.

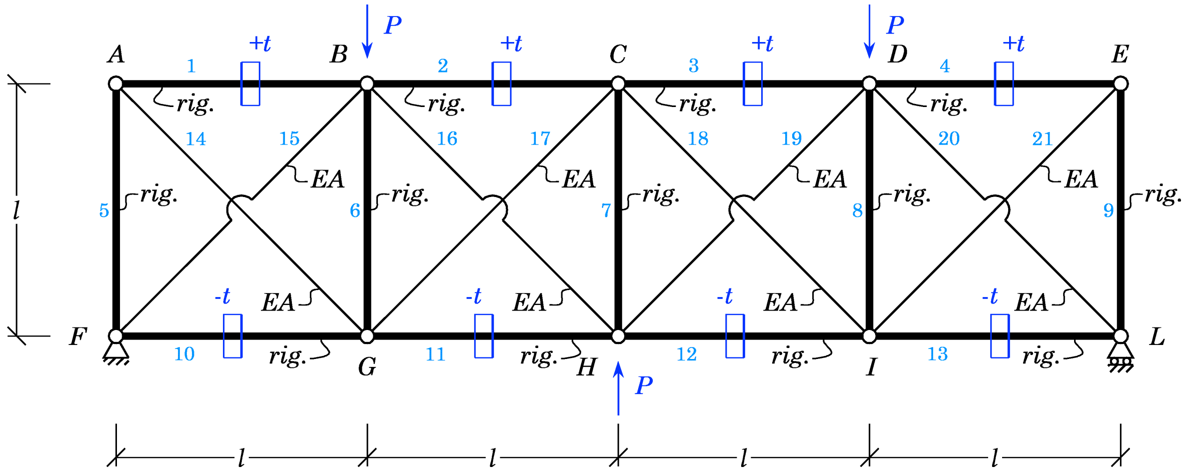

Figura 1

Il sistema è quattro volte staticamente non determinato, tuttavia considerazioni di simmetria consentono di risolverlo mediante il metodo delle forze ricorrendo a due sole incognite iperstatiche. Nella risoluzione mediante il metodo delle forze si sceglie come incognita iperstatica X_1 il valore dello sforzo normale dell'asta *AG* (e dell'asta *EI*) e come incognita iperstatica X_2 il valore dello sforzo normale dell'asta *CG* (e dell'asta *CI*). Il sistema può allora essere decomposto nella somma seguente:

$$\mathbf{F}^{(e)} = \mathbf{F}^{(0)} + X_1\,\mathbf{F}^{(1)} + X_2\,\mathbf{F}^{(2)},$$

con: $w_G - w_A = l\sqrt{2}X_1/k_0$, $w_C - w_G = l\sqrt{2}X_2/k_0$, $w_I - w_C = w_G - w_A$ e $w_E - w_I = w_G - w_A$, avendo assunto gli spostamenti w positivi da *A* a *G* per *AG*, da *G* a *C* per *CG*, da *C* ad *I* per *CI* e da *I* ad *E* per *EI*.

Le equazioni cardinali della statica sono sufficienti per determinare facilmente le reazioni vincolari esterne per il sistema $\mathbf{F}^{(0)}$: $Y_F = Y_L = P/2$ (positive verso l'alto) e $X_F = 0$. Le reazioni vincolari esterne dei sistemi $\mathbf{F}^{(1)}$ e $\mathbf{F}^{(2)}$ sono invece nulle.

Le sollecitazioni di sforzo normale nelle varie aste e nei sistemi $\mathbf{F}^{(0)}$, $\mathbf{F}^{(1)}$ e $\mathbf{F}^{(2)}$ sono raccolte nella tabella seguente.

	$N_1 = N_4$	$N_2 = N_3$	$N_5 = N_9$	$N_6 = N_8$	N_7	$N_{10} = N_{13}$	$N_{11} = N_{12}$	$N_{15} = N_{20}$	$N_{16} = N_{19}$
$\mathbf{F}^{(0)}$	0	0	0	0	0	$\frac{P}{2}$	$\frac{P}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}P$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}P$
$\mathbf{F}^{(1)}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	0	0	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	0	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	0	1	0
$\mathbf{F}^{(2)}$	0	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\sqrt{2}$	0	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	0	1

Il sistema costituito dalle equazioni di elasticità di Müller-Breslau è il seguente:

$$\begin{cases} \eta_1 = \eta_{10} + \eta_{11} X_1 + \eta_{12} X_2 \\ \eta_2 = \eta_{20} + \eta_{21} X_1 + \eta_{22} X_2 \end{cases}, \qquad \text{con} \qquad \eta_1 = -2\sqrt{2} l \frac{X_1}{EA}, \text{ e } \qquad \eta_2 = -2\sqrt{2} l \frac{X_2}{EA},$$

mentre gli altri coefficienti, calcolati attraverso opportune applicazioni del teorema dei lavori virtuali, sono:

$$\eta_{10} = -2\frac{Pl}{EA}; \qquad \eta_{11} = 2\sqrt{2}\frac{l}{EA}; \qquad \eta_{12} = 0;$$

$$\eta_{20} = -2\frac{Pl}{EA}; \qquad \eta_{21} = \eta_{12}; \qquad \eta_{22} = 2\sqrt{2}\frac{l}{EA}.$$

Il valore delle incognite iperstatiche dunque è:

$$X_1 = X_2 = \frac{\sqrt{2}}{4} P.$$

<u>*Problema* 2</u>. Nel sistema rappresentato nella figura 2, le travi *AB, BC, CD* e *AD* sono *rigide*, mentre le altre sono solo *estensibili*. Le travi *AD* e *BC* sono soggette a variazioni termiche costanti nello spessore, come indicato in figura.

Risolvendo il problema con il metodo degli spostamenti, scegliamo come parametro la rotazione θ della trave rigida *AB*.

Gli sforzi N_{AC} e N_{BD} posso essere determinati in funzione degli spostamenti orizzontali (gli unici compatibili con la struttura) dei nodi *B, C* e *D* come:

$$N_{AC} = EA\frac{\theta + \alpha t}{2}; \qquad N_{BD} = -EA\frac{\theta + \alpha t}{2}.$$

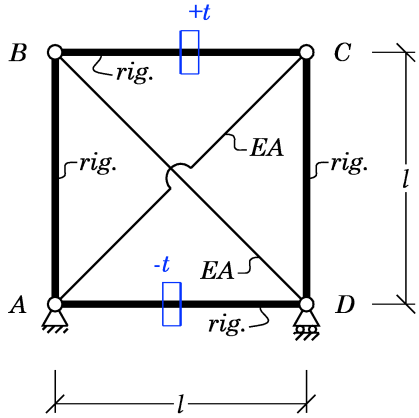

Figura 2

Il valore della rotazione θ può quindi essere determinato, ad esempio, imponendo l'equilibrio in direzione orizzontale della trave *BC*, ottenendo:

$$\theta = -\alpha t.$$

La struttura considerata risulta dunque *non sollecitata*.

29 aprile 2016.