*Università di Pisa*

*Esame di* SCIENZA DELLE COSTRUZIONI *I*
*Corso di Laurea in Ingegneria Civile, Ambientale e Edile*

*Esame di* SCIENZA DELLE COSTRUZIONI *- Parte I*
*Corso di Laurea in Ingegneria Aerospaziale*
*Corso di Laurea in Ingegneria Civile e Ambientale*

*Esame di* SCIENZA & TECNICA DELLE COSTRUZIONI *- Parte I*
*Corso di Laurea in Ingegneria Chimica*

*(docente: Prof. Ing. Stefano Bennati)*

*Sintesi della soluzione della prova scritta del* 6 *febbraio* 2016

*Problema*. Nel sistema di figura la trave $AC$ è *flessibile* ma *inestensibile*, mentre le altre sono *estensibili*. In corrispondenza della sezione $E$ della trave $AC$ agisce una coppia concentrata d'intensità $\bar{M}$ . Inoltre, le travi $BE$ e $CD$ sono soggette alle variazioni termiche indicate, costanti nello spessore delle travi.

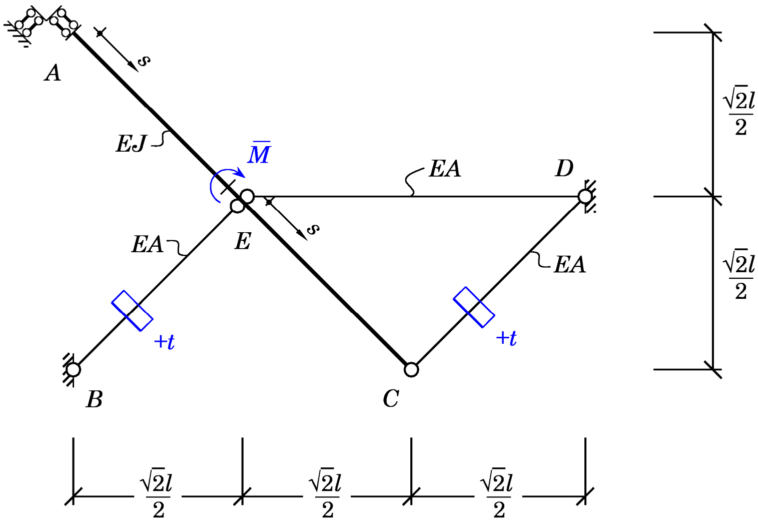


**Figura 1**

1) Il sistema è una volta *staticamente non determinato*. Nella risoluzione mediante il metodo delle forze, si sceglie come incognita iperstatica $X_1$ il valore della coppia esercitata dal vincolo in $A$. Il sistema può allora essere decomposto nella somma seguente (fig. 2):

$\mathbf{F}^{(e)} = \mathbf{F}^{(0)} + X_1\,\mathbf{F}^{(1)}$,

con: $\phi_A = 0$.

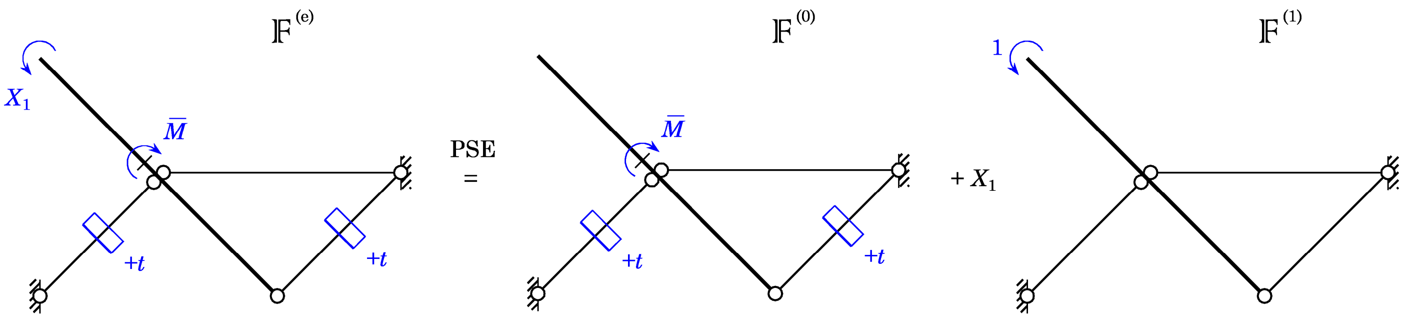


**Figura 2**

Considerazioni di equilibrio consentono di determinare facilmente le reazioni vincolari esterne per i sistemi $\mathbf{F}^{(0)}$ e $\mathbf{F}^{(1)}$. I due sistemi sono rappresentati nelle figure 3 e 4.

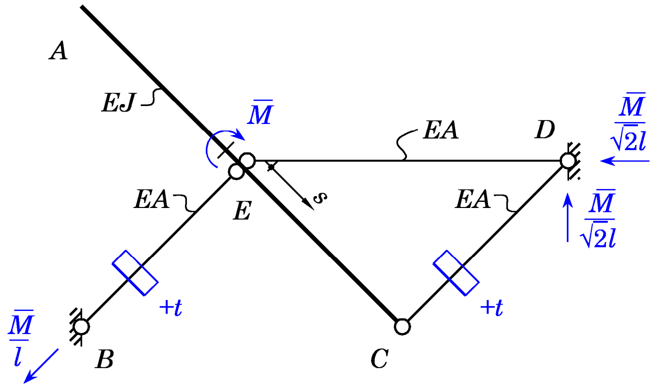


**Figura 3**: Sistema $\mathbf{F}^{(0)}$.

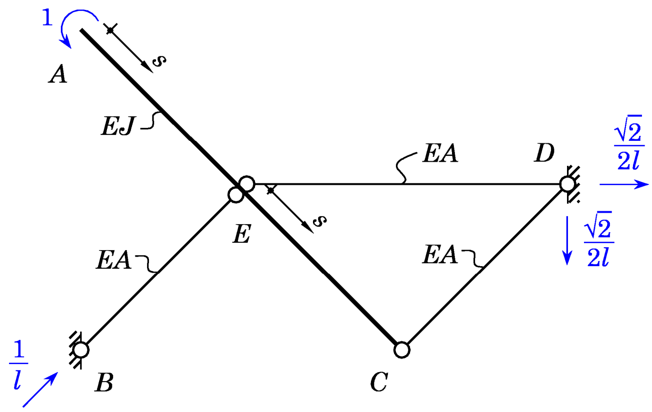


**Figura 4**: Sistema $\mathbf{F}^{(1)}$.

Le CdS nei vari tratti e nei sistemi $\mathbf{F}^{(0)}$ e $\mathbf{F}^{(1)}$ sono raccolte nella tabella seguente, nella quale, $s \in (0,\ l)$ per *AE* ed *EC*, nei versi indicati nelle figure 3 e 4.

| | $N_0$ | $T_0$ | $M_0$ | $N_1$ | $T_1$ | $M_1$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| *AE* | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $-1$ |
| *EC* | 0 | $-\frac{\bar{M}}{l}$ | $\bar{M}\left(1-\frac{s}{l}\right)$ | 0 | $\frac{1}{l}$ | $-1+\frac{s}{l}$ |
| *BE* | $\frac{\bar{M}}{l}$ | 0 | 0 | $-\frac{1}{l}$ | 0 | 0 |
| *CD* | $\frac{\bar{M}}{l}$ | 0 | 0 | $-\frac{1}{l}.$ | 0 | 0 |
| *DE* | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

I diagrammi quotati delle CdS sono rappresentati nella figura 5.

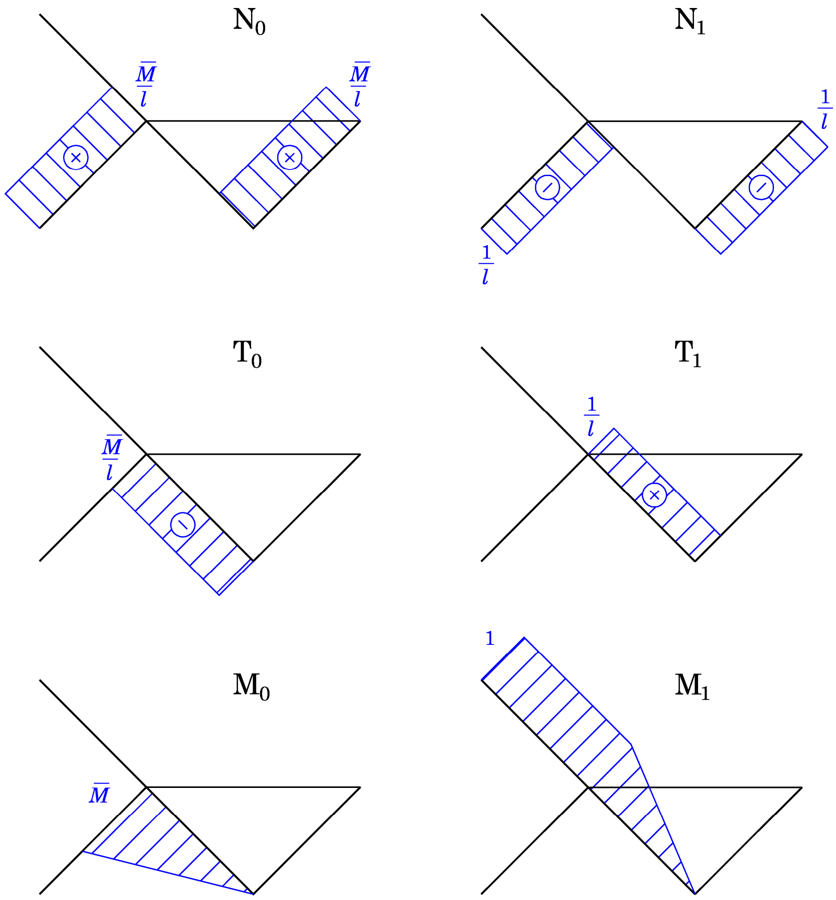

**Figura 5**

I coefficienti di Müller-Breslau sono i seguenti:

$z\eta_1 = 0$; $\qquad \eta_{10} = -\frac{1}{3}\frac{\bar{M}l}{EJ} - 2\frac{\bar{M}}{lEA} - 2\alpha t$; $\qquad \eta_{11} = \frac{4}{3}\frac{l}{EJ} + \frac{2}{lEA}$.

Conseguentemente,

$$X_1 = -\frac{\eta_{10}}{\eta_{11}}; \quad \rightarrow \quad X_1 = \frac{\left(1+\frac{EAl^2}{6EJ}\right)\bar{M} + EA\alpha t\, l}{1+\frac{2}{3}\frac{EAl^2}{EJ}}.$$

2) Considerando infinita la rigidezza flessionale della trave *AC*, il problema può essere risolto agevolmente ricorrendo al metodo degli spostamenti. Quali parametri vengono assunti lo spostamento assiale e quello trasversale (indicati nel seguito, rispettivamente, con $v$ e $w$) della trave *AC* (uguali per qualsiasi sezione della trave), con versi positivi coerenti con il sistema di riferimento locale.

In funzione dei parametri di spostamento, gli sforzi normali nelle aste reticolari hanno i seguenti valori:

$$N_{BE} = -EA\left[\frac{v}{l} + \alpha t\right];\ N_{CD} = EA\left[\frac{v}{l} - \alpha t\right];\quad N_{DE} = EA\frac{v-w}{2l}.$$

Imponendo l'equilibrio in direzione assiale e trasversale della trave *AC* si ottiene facilmente: $v = 0$, $w = 0$.

3) Se la rigidezza flessionale della trave *AC* fosse considerata infinita, il valore della coppia in *A* dedotto al punto 1) è $M_A = \bar{M} + EA\alpha tl$.

Posto $\alpha t = \bar{M}/(3EAl)$, i diagrammi delle espressioni delle caratteristiche della sollecitazione nel sistema effettivo diventano quelli rappresentati in figura 6.

6 febbraio 2016.

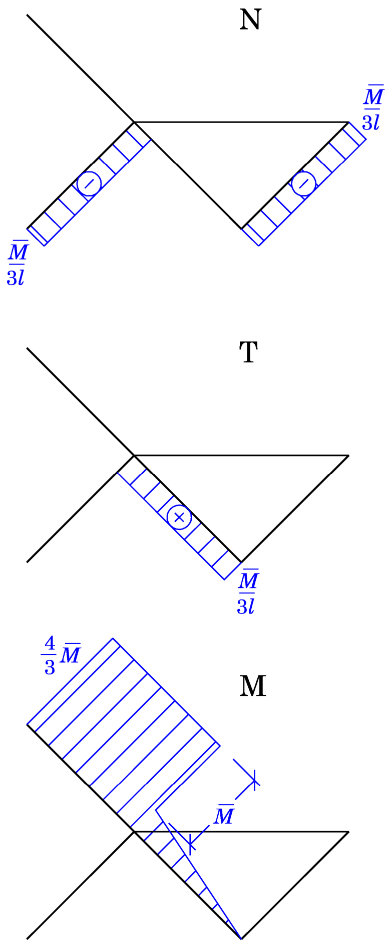


**Figura 6**