Università di Pisa

Esame di SCIENZA DELLE COSTRUZIONI II

Corso di Laurea in Ingegneria Civile, Ambientale e Edile

(Docente: Prof. Paolo S. Valvo)

Esame di SCIENZA DELLE COSTRUZIONI – Parte II

Corso di Laurea in Ingegneria Aerospaziale

Corso di Laurea in Ingegneria Civile e Ambientale

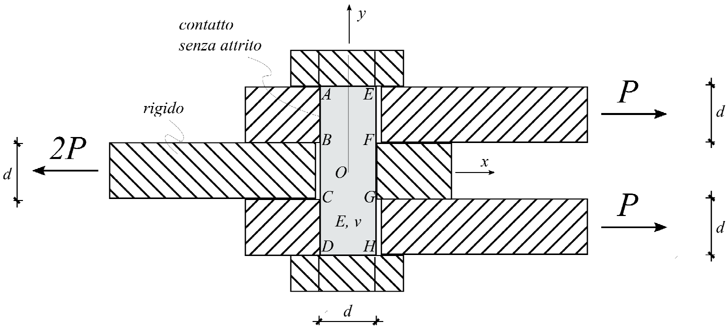
(docente: Prof. Stefano Bennati)

Soluzione della Prova scritta del 16 gennaio 2016

Problema 1.

1) Condizioni al bordo sul perimetro dell'elemento elastico ($p = P/d$):

AE) $u(x, 3d/2) = v(x, 3d/2) = 0$,
DH) $u(x, -3d/2) = v(x, -3d/2) = 0$,
AB) $\sigma_x(-d/2, y) = -p$, $\tau_{xy}(-d/2, y) = 0$,
BC) $\sigma_x(-d/2, y) = \tau_{xy}(-d/2, y) = 0$,
CD) $\sigma_x(-d/2, y) = -p$, $\tau_{xy}(-d/2, y) = 0$,
EF) $\sigma_x(d/2, y) = \tau_{xy}(d/2, y) = 0$,
FG) $\sigma_x(d/2, y) = -2p$, $\tau_{xy}(d/2, y) = 0$,
GH) $\sigma_x(d/2, y) = \tau_{xy}(d/2, y) = 0$.



2) Immaginando di suddividere il corpo elastico in tre regioni (AEBF, BFCG, CGDH), si verifica facilmente che, qualunque sia il valore della costante a, i campi di tensione assegnati verificano le equazioni indefinite di equilibrio in ciascuna delle tre regioni e non presentano discontinuità nel vettore tensione trasmesso attraverso le superfici di separazione, BF e CG, tra le suddette regioni; infine, imponendo il rispetto delle condizioni al bordo sui lati verticali dell'elemento elastico si ottiene facilmente la condizione $a = P/d^4$.

3) La risultante delle azioni interne trasmesse attraverso il segmento BF ha componenti:

$$R_x = \int_{-d/2}^{d/2} \tau_{xy}(x, \frac{d}{2})dx = \frac{3P}{2d^3}\int_{-d/2}^{d/2}(d^2 - 4x^2)dx = P, \qquad R_y = \int_{-d/2}^{d/2} \sigma_y(x, \frac{d}{2})dx = \frac{3P(4y^2 - 3d^2)}{d^4}\int_{-d/2}^{d/2} x dx = 0.$$

4) I campi di tensione definiti al punto 2 non comprendono quello effettivo. Ad esempio, è sufficiente osservare che la variazione di lunghezza del segmento AE dovrebbe essere diversa da zero (ad eccezione del caso banale in cui $a = 0$), ma ciò violerebbe la compatibilità cinematica con il vincolo di adesione imposto tra l'elemento elastico e il sovrastante corpo rigido.

Problema 2.

1) Si può verificare facilmente che nella configurazione fondamentale di equilibrio le travi sono soggette esclusivamente a sforzo normale:

$$N_{AB} = N_{BC} = -\frac{P}{2}, \quad N_{BD} = 0.$$

Equazioni differenziali:

$$EJv_1^{IV} + \frac{P}{2}v_1^{II} = 0, \quad EJv_2^{IV} + \frac{P}{2}v_2^{II} = 0, \quad EJv_3^{IV} = 0;$$

Condizioni al bordo:

$$v_1(0) = 0, \quad v_1^{II}(0) = 0, \quad v_1(L) = v_2(0), \quad v_2^{II}(0) = 0,$$

$$v_2(L) = 0, \quad v_2^{II}(L) = 0, \quad \frac{1}{2}v_1(L) = v_3(0),$$

$$EJv_1^{II}(L) = k_0[v_3^{I}(0) - v_1^{I}(L)], \quad v_1^{II}(L) = v_3^{II}(0),$$

$$v_3(L) = -v_3(0), \quad v_3^{II}(L) = 0,$$

$$EJLv_1^{III}(L) + EJv_1^{II}(L) + \frac{PL}{2}v_1^{I}(L) + \frac{P}{2}v_1(L) + 2k_1Lv_3(L) = 0.$$