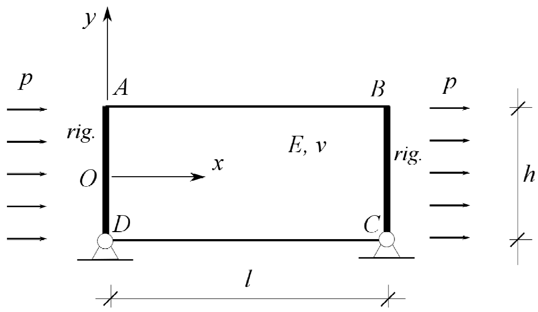
Università di Pisa

Esame di SCIENZA DELLE COSTRUZIONI II
Corso di Laurea in Ingegneria Civile, Edile e Ambientale
(docente: Prof. Adolfo Bacci)

Esame di SCIENZA DELLE COSTRUZIONI - Parte II
Corso di Laurea in Ingegneria Aerospaziale
Corso di Laurea in Ingegneria Civile e Ambientale

(docente: Prof. Ing. Stefano Bennati)

Prova scritta del 30 luglio 2015



Problema 1. Nel problema piano nella tensione mostrato in figura, un elemento elastico rettangolare, di base l, altezza h e di spessore supposto, per semplicità, unitario, è vincolato lungo i lati AD e BC ad aderire perfettamente a due travi rigide. Le travi, a loro volta vincolate a un supporto fisso mediante due cerniere, sono soggette a un carico distribuito d'intensità uniforme uguale a p.

1) Su AB: $\tau_{xy}(x,h/2)=0$, $\sigma_y(x,h/2)=0$; su CD: $\tau_{xy}(x,-h/2)=0$, $\sigma_y(x,-h/2)=0$.
   Su BC: $v(l,y)=0$, $u(l,y)=\theta(y+h/2)$; su AD: $v(0,y)=0$, $u(0,y)=\theta(y+h/2)$; θ = angolo di rotazione delle travi AD e BC, positivo se orario.
2) Imponendo il rispetto delle equazioni indefinite di equilibrio si ottiene $a=4b$; le tensioni così ottenute rispettano le condizioni al contorno sulla porzione non vincolata del bordo.
3) Imponendo l'equilibrio alla rotazione intorno a D di AD,
   $$\frac{ph^2}{2}+\int_{-h/2}^{h/2}-\sigma_x(0,y)\cdot\left(y+\frac{h}{2}\right)dy=0,$$
   si ottiene $b=\dfrac{3pl}{2h^3}$. Lo stesso risultato si ottiene considerando la rotazione intorno a C di BC.
4) Poiché lungo AD e BC $\varepsilon_y=-\dfrac{\nu\sigma_x}{E}\neq 0$, il campo di tensione determinato al punto 3 non può essere quello effettivo.
5) Il campo di tensione determinato al punto 3 sarebbe quello effettivo se il corpo $ABCD$ fosse libero da vincoli; esso perciò può rappresentare una soluzione approssimata del problema assegnato se l/h>>1 e ad una opportuna distanza dalle travi rigide (postulato di SV).
6) $\Phi=\dfrac{1}{2}\left(\sigma_x\varepsilon_x+\sigma_y\varepsilon_y+\tau_{xy}\gamma_{xy}\right)=\dfrac{1}{2E}\left(\sigma_x^2+2(1+\nu)\tau_{xy}^2\right)=\dfrac{9p^2l^2}{Eh^6}\left(2(l-2x)^2y^2+\dfrac{(1+\nu)}{4}\left(4y^2-h^2\right)^2\right)$
7) Per il teorema di Clapeyron, il lavoro svolto dai carichi è pari al doppio dell'energia elastica di deformazione complessiva:
   $$L=2\int_{-h/2}^{h/2}p\theta\left(y+\frac{h}{2}\right)dy=p\theta h^2=2\int\Phi,$$
   da cui
   $$\Rightarrow\theta=\frac{2}{ph^2}\int_0^{4h}\int_{-h/2}^{h/2}\Phi\,dxdy=\frac{256p(23+3\nu)}{5E}.$$

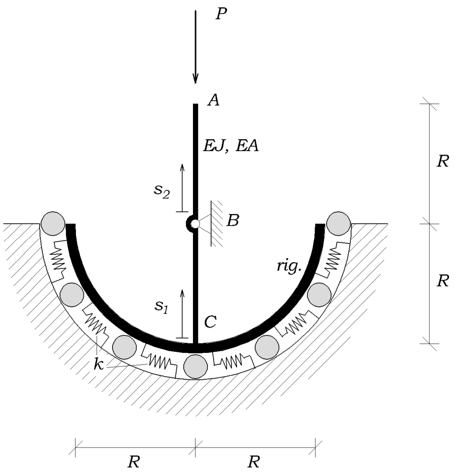
Avvertenze: scrivere su ogni foglio protocollo il proprio nome, cognome e numero di matricola e corso di laurea; alla fine della prova, consegnare tutti i fogli utilizzati.

Studente ______________________________ (matricola: ______________)

Università di Pisa

Esame di SCIENZA DELLE COSTRUZIONI II
Corso di Laurea in Ingegneria Civile, Edile e Ambientale
(docente: Prof. Adolfo Bacci)

Esame di SCIENZA DELLE COSTRUZIONI *- Parte II*
Corso di Laurea in Ingegneria Aerospaziale
Corso di Laurea in Ingegneria Civile e Ambientale



Problema 2.

1) $v_1(0)=-R\theta$, $v'_1(0)=\theta$, $-EJv''_1(0)+\pi k\theta R^3=0$,
$v_1(R)=v_2(0)=0$, $v'_1(R)=v'_2(0)$, $v''_1(R)=v''_2(0)$,
$v''_2(R)=0$, $EJv'''_2(R)+Pv'_2(R)=0$

2) $-PR\theta+\pi k\theta R^3=0$, $\Rightarrow P_{cr}=\pi kR^2$

N.B. Per le modalità di esame (validità della prova, etc.) consultare la pagina web del docente.

Avvertenze: scrivere su ogni foglio protocollo il proprio nome, cognome e numero di matricola e corso di laurea; alla fine della prova, consegnare tutti i fogli utilizzati.

Studente ______________________________ (matricola: ______________)