Università di Pisa

Esame di SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

Corso di Laurea in Ingegneria Civile e Ambientale

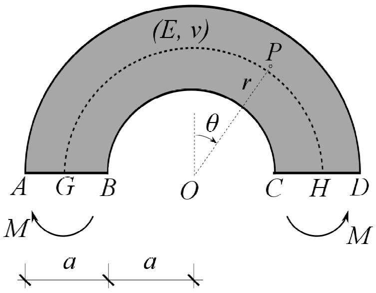
Esame di SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

Corso di Laurea in Ingegneria Aerospaziale

(docente: Prof. Ing. Stefano Bennati)

Soluzione della prova scritta del 26 luglio 2014 – Parte II

Problema 1



$$\sigma_r = C\left(\frac{4a^2\ln 2}{r^2} + 4\ln\frac{r}{2a} + \ln\frac{a}{r}\right), \qquad \tau_{r\theta} = 0,$$

$$\sigma_\theta = C\left(-\frac{4a^2\ln 2}{r^2} + 4\ln\frac{r}{2a} + \ln\frac{a}{r} + 3\right),$$

1) È immediato verificare che, per $a < r < 2a$, il campo di sforzo verifica le equazioni differenziali di equilibrio, $\frac{\partial\sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial\tau_{r\theta}}{\partial\theta} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = -b_r = 0$ e $\frac{1}{r}\frac{\partial\sigma_\theta}{\partial\theta} + \frac{\partial\tau_{r\theta}}{\partial r} + \frac{2\tau_{r\theta}}{r} = -b_\theta = 0$. Inoltre, essendo $\sigma_r = 0$ e $\tau_{r\theta} = 0$ sulle due semicirconferenze *AD* e *BC* le rispettive forze di superficie sono nulle.

1) Forze di superficie distribuite sul lato *CD*: $R_\theta = \int_a^{2a} \sigma_\theta\, dr$, $R_r = \int_a^{2a} \tau_{r\theta}\, dr = 0$,

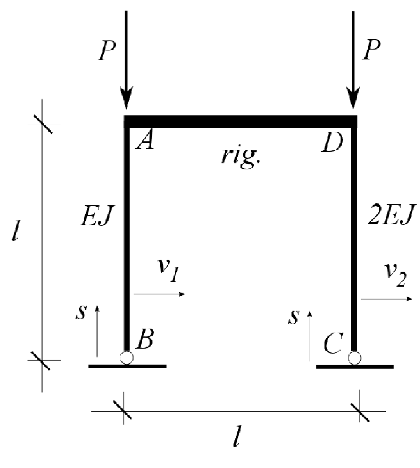
$$M_H = \int_a^{2a} -\sigma_\theta\left[r - \frac{3a}{2}\right] dr.$$

2) Sì, il campo di sforzo assegnato può dirsi staticamente ammissibile a condizione che …

3) $\Delta_{AD} = \frac{2\pi a C(3 - 2\ln 2)}{E} \approx 10\frac{aC}{E}$, $\Delta_{BC} = \frac{\pi a C(3 - 8\ln 2)}{E} \approx -8\frac{aC}{E}$,

$$\Delta_{GH} = \frac{3\pi a C}{2E}\left(-\frac{(7+25\nu)\ln 2}{9} + 3(1-\nu)\ln 3 - 4(1-\nu)\ln 4 + 3\right).$$

Problema 2



1) Equazioni differenziali: $EJv_1'''' + Pv_2'' = 0$, $2EJv_2'''' + Pv_2'' = 0$;

condizioni al bordo: $v_1(0) = 0$, $v_1''(0) = 0$, $v_1'(l) = 0$, $v_2(0) = 0$, $v_2''(0) = 0$, $v_2'(l) = 0$, $v_1(l) = v_2(l)$, $v_1'''(l) + 2v_2'''(l) = 0$.

2) Carico critico: $P_{cr} \geq \frac{\pi^2 EJ}{2l^2}$.

Avvertenze: scrivere su ogni foglio protocollo il proprio nome, cognome e numero di matricola e corso di laurea; alla fine della prova, consegnare tutti i fogli utilizzati.

Studente ______________________________ (matricola: ________________)