Università di Pisa

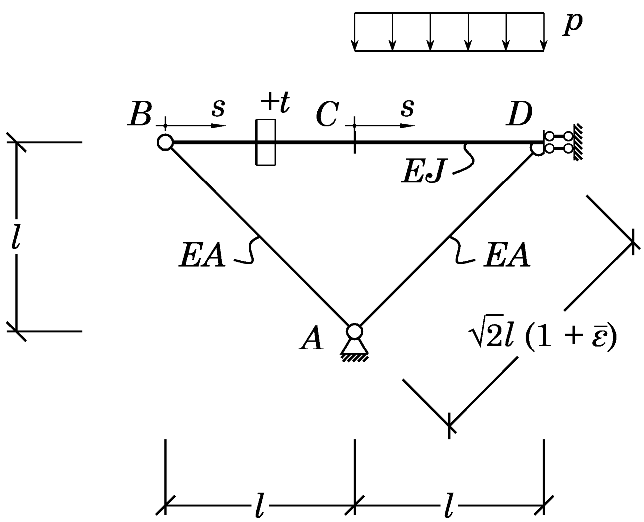
Esame di SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

Corso di Laurea in Ingegneria Aerospaziale

Corso di Laurea in Ingegneria Civile e Ambientale

(docente: Prof. Ing. Stefano Bennati)

<u>Sintesi della soluzione della prova scritta del 21 febbraio 2014 – Parte I</u>



<u>Problema</u>. Nel sistema di figura la trave *BDF* è *flessibile* ed *inestensibile*, mentre le aste *AB*, *AD*, *GD* e *GF* sono soltanto *estensibili*. Sulla trave *BDF* agisce una sollecitazione termica, costante nello spessore della trave. Inoltre, sul tratto *CDE* agisce un carico distribuito trasversale costante, di intensità *p* per unità di lunghezza. Infine, le aste *AD* e *DG* presentano il difetto di lunghezza indicato in figura.

1) Le equazioni differenziali e le condizioni al bordo per i tratti *BC* (tratto 1) e *CD* (tratto 2) che consentono di risolvere il problema mediante il metodo della linea elastica sono le seguenti:

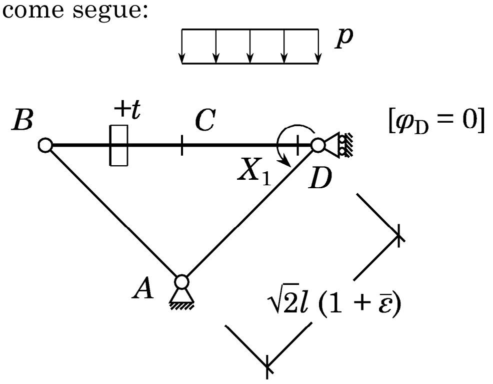
$EJv_1^{\mathrm{IV}} = 0$; $EJv_2^{\mathrm{IV}} = p$;

1. $-EJv_1^{\mathrm{II}}(0) = 0$; 2. $-EJv_1^{\mathrm{III}}(0) + \frac{\sqrt{2}}{2}\underbrace{EA\left[2\alpha t - \frac{v_1(0)}{2l}\right]}_{N_{AB}} = 0$;

3. $v_1(l) = v_2(0)$; 4. $v_1^{\mathrm{I}}(l) = v_2^{\mathrm{I}}(0)$; 5. $-EJv_1^{\mathrm{II}}(l) = -EJv_2^{\mathrm{II}}(0)$; 6. $-EJv_1^{\mathrm{III}}(l) = -EJv_2^{\mathrm{III}}(0)$;

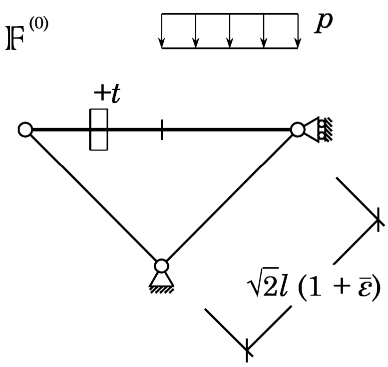
7. $v_2^{\mathrm{I}}(l) = 0$; 8. $-EJv_2^{\mathrm{III}}(l) + \frac{\sqrt{2}}{2}\underbrace{EA\left[\bar{\varepsilon} + \frac{v_2(l)}{2l}\right]}_{-N_{AD}} = 0$.

2) Avendo scelto il valore della coppia esercitata dal doppio pendolo in *D* come incognita iperstatica X_1 e facendo ricorso al metodo delle forze, per il principio di sovrapposizione degli effetti, il sistema effettivo può essere decomposto come segue:



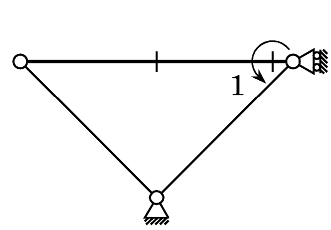
PSE
=

$\mathbb{F}^{(0)}$

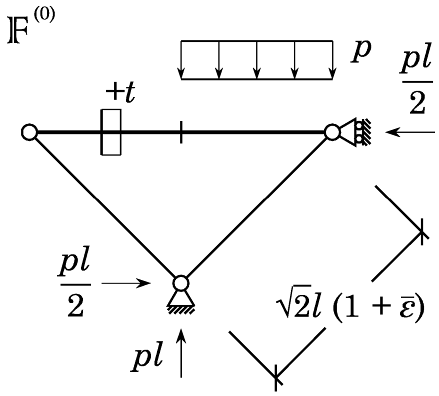


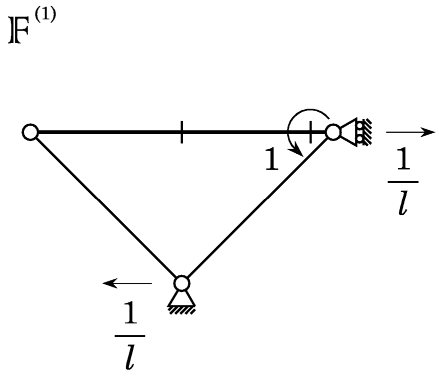
$+ X_1$

$\mathbb{F}^{(1)}$



Facili considerazioni di equilibrio permettono di calcolare le reazioni esercitate dai vincoli, indicate per i sottosistemi $\mathbf{F}^{(0)}$ e $\mathbf{F}^{(1)}$ nelle figure seguenti.





Le CdS nei vari tratti e nei due sistemi sono raccolte nella tabella seguente, con $s \in (0,\ l)$.

	N_0	T_0	M_0	N_1	T_1	M_1
AB	$-\frac{\sqrt{2}}{4}pl$	0	0	$-\frac{\sqrt{2}}{2l}$	0	0
AD	$-\frac{3\sqrt{2}}{4}pl$	0	0	$\frac{\sqrt{2}}{2l}$	0	0
BC	$\frac{pl}{4}$	$\frac{pl}{4}$	$\frac{pls}{4}$	$\frac{1}{2l}$	$\frac{1}{2l}$	$\frac{s}{2l}$
CD	$\frac{pl}{4}$	$\frac{pl}{4}-ps$	$\frac{pl^2}{4}+\frac{pls}{4}-\frac{ps^2}{2}$	$\frac{1}{2l}$	$\frac{1}{2l}$	$\frac{1}{2}+\frac{s}{2l}$

I diagrammi quotati delle CdS sono riportati nella figura riportata nella pagina seguente.

Fcaili calcoli consentono di calcolare i coefficienti di Müller-Breslau,

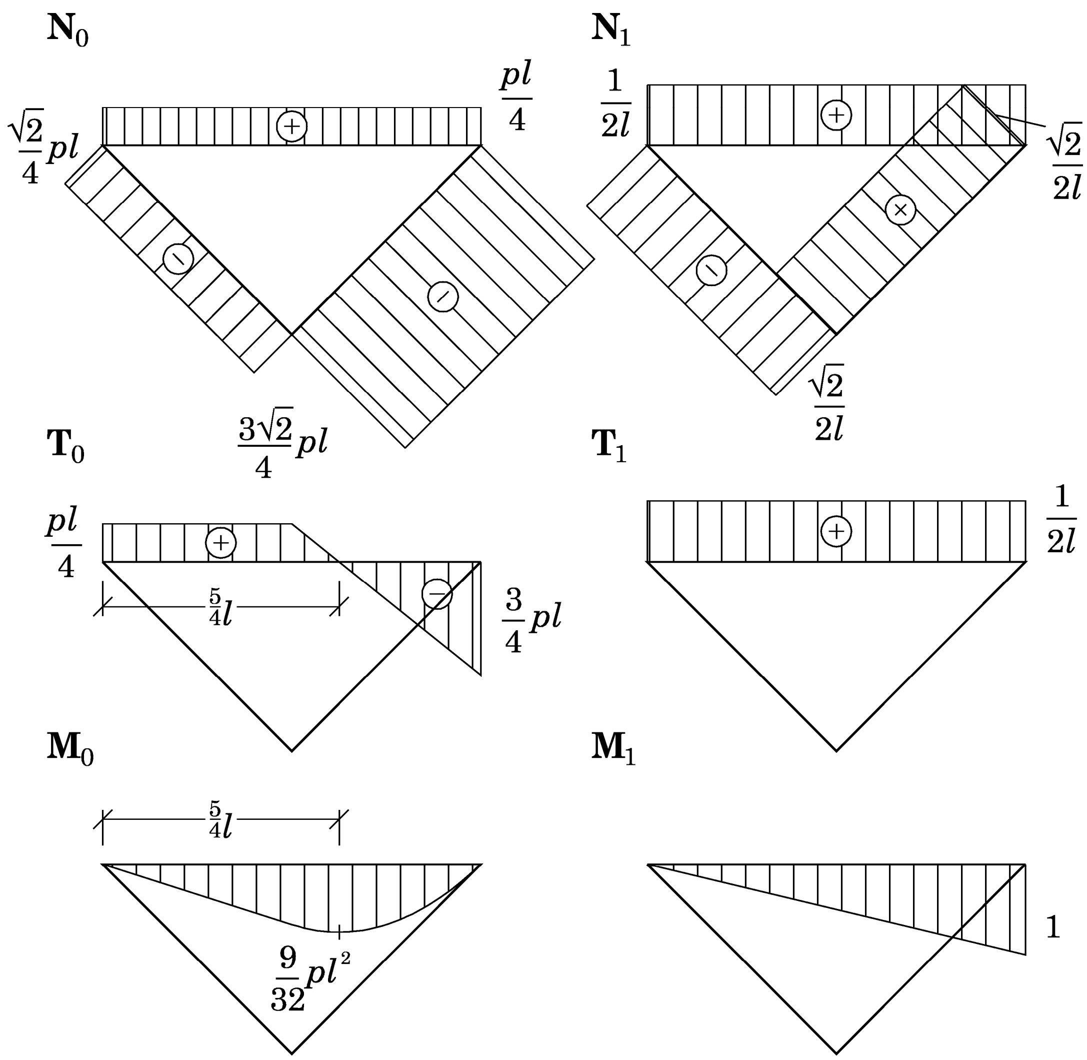
$\eta_1 = 0$; $\quad \eta_{10} = \frac{3}{16}\frac{pl^3}{EJ} - \frac{\sqrt{2}}{2}\frac{pl}{EA} + \bar{\varepsilon} + \alpha t$; $\quad \eta_{11} = \frac{2}{3}\frac{l}{EJ} + \frac{\sqrt{2}}{lEA}$.

Conseguentemente,

$$X_1 = -\left(\frac{3}{16}\frac{pl^3}{EJ} - \frac{\sqrt{2}}{2}\frac{pl}{EA} + \bar{\varepsilon} + \alpha t\right)\Bigg/\left(\frac{2}{3}\frac{l}{EJ} + \frac{\sqrt{2}}{lEA}\right)$$

3) Infine, lo spostamento verticale del nodo *D* (*positivo se avviene verso il basso!*) può essere calcolato in termini dell'allungamento dell'asta *AD*, dovuto sia al difetto geometrico che allo sforzo assiale presente nell'asta stessa.

$$v_D = -2l\left(\bar{\varepsilon} + \frac{N_{AD}^{(0)} + X_1 N_{AD}^{(1)}}{EA}\right).$$



21 febbraio 2014