*Università di Pisa*

*Esame di SCIENZA DELLE COSTRUZIONI*

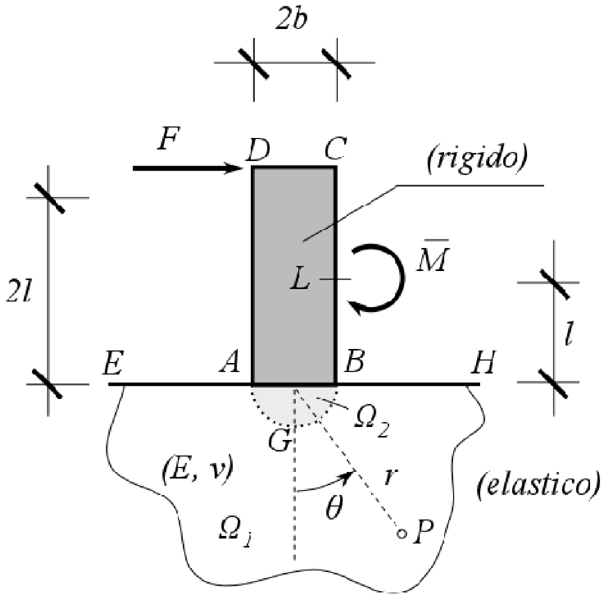
*Corso di Laurea in Ingegneria Civile e Ambientale*

*Esame di SCIENZA DELLE COSTRUZIONI*

*Corso di Laurea in Ingegneria Aerospaziale*

*(docente: Prof. Ing. Stefano Bennati)*

*Soluzione della prova scritta del 21 febbraio 2014 – Parte II*




1) È immediato verificare che le tensioni

$$\sigma_r = -\frac{a}{r^2}\sin 2\theta, \qquad \sigma_\theta = 0, \qquad \tau_{r\theta} = \frac{a}{r^2}\cos^2\theta \qquad (1)\ (1)$$

dove *a* è una costante, soddisfano le equazioni indefinite di equilibrio,

$$\frac{\partial\sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial\tau_{r\theta}}{\partial\theta} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0,$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial\sigma_\theta}{\partial\theta} + \frac{\partial\tau_{r\theta}}{\partial r} + \frac{2\tau_{r\theta}}{r} = 0,$$

oltre a quelle ai limiti sulla superficie libera, coincidente con la semiretta *AE* e con la semiretta *BH*, nei punti delle quali è

$$\sigma_\theta = 0, \ \tau_{r\theta} = 0 \qquad (\theta = \pm\pi/2, \ r > b).$$

2) E′ (fin troppo…) facile dimostrare che le forze di contatto che la parte $\Omega_1$ esercita sul semi-disco $\Omega_2$ coincidono, per definizione, con la componente radiale e quella tangenziale delle componenti di tensione in coordinate polari:

$$\sigma_r = -\frac{a}{b^2}\sin 2\theta, \qquad \tau_{r\theta} = \frac{a}{b^2}\cos^2\theta \cdot$$

3) E′ facile provare, con due semplici integrazioni, che le due componenti de lla risultante delle forze di contatto che la parte $\Omega_1$ esercita sul sistema costituito dal semi-disco e dal blocco rigido è nulla per qualsiasi valore di *a*. Dunque, l'equilibrio è possibile soltanto a condizione che $F = 0$. In tal caso, l'equazione di equilibrio alla rotazione attorno all'origine del sistema di riferimento fornisce: $a = 2\bar{M}/\pi$.

4) In accordo con il campo di sforzo (1), che ha una singolarità nell'origine del sistema di riferimento, le forze di contatto esercitate dal semipiano elastico sul corpo rigido lungo la linea di contatto *AB* sono nulle per $r \neq 0$, mentre non sono definite in $r = 0$, dove divergono.

5) Il campo di sforzo assegnato è staticamente ammissibile ed è accompagnato da deformazioni cinematicamente compatibili. Tuttavia, è caratterizzato da tensioni (e da deformazioni) che tendono all'infinito quando il raggio $r \to 0$. Conseguentemente, l'ipotesi di piccole deformazioni è certamente violata nell'intorno dell'origine (in evidente contrasto con la regolarità della soluzione effettiva) e si può ragionevolmente concludere che il campo di sforzo (1) non può coincidere con la soluzione effettiva. Per escluder in via definitiva che il campo di sforzo (1) coincida con quello effettivo dovremmo tuttavia determinare il campo di spostamento che corrisponde al campo di sforzo assegnato e verificare che sul lato AB non può prevedere spostamenti tali da non violino l'ipotesi di rigidezza del blocco sovrastante e l'antisimmetria del problema di equilibrio.

Nota. Lo studente può ritirare la consegna della propria prova scritta entro il giorno di lunedì 24 febbraio. E′ sufficiente che invii una mail all'indirizzo dell'Ing. Riccardo Barsotti.