Università di Pisa

Esame di SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

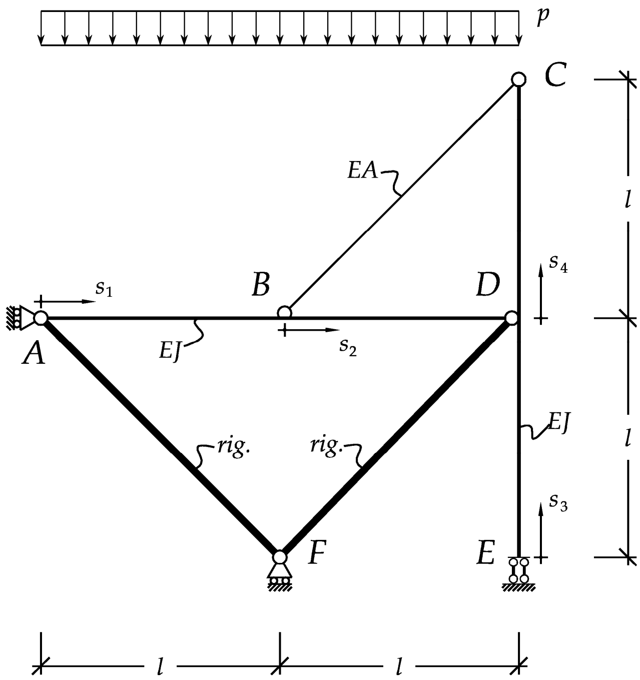
Corso di Laurea in Ingegneria Aerospaziale

Corso di Laurea in Ingegneria Civile e Ambientale

(docente: Prof. Ing. Stefano Bennati)

Sintesi della soluzione della prova scritta straordinaria del 5 novembre 2013 – Parte I

Problema. Nel sistema di figura le travi *ABD* e *CDE* sono *flessibili* ed *inestensibili*, le travi *AF* e *DF* sono *rigide* e la trave *BC estensibile*. Sulla trave *ABD* agisce un carico distribuito trasversale costante, di intensità *p* per unità di lunghezza.



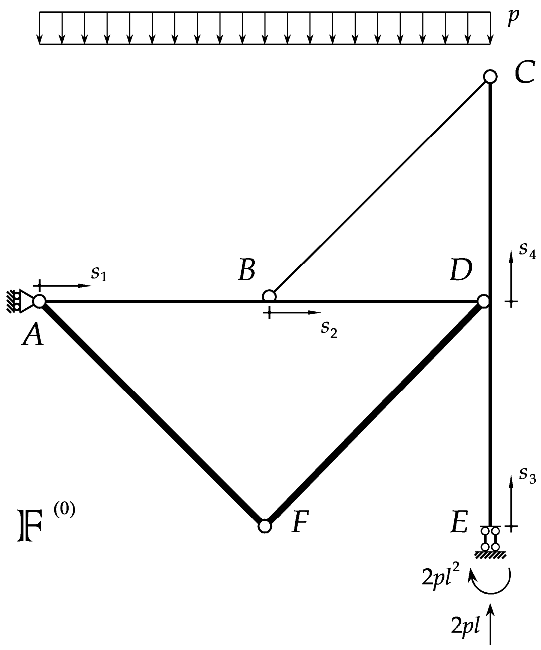
1) Le equazioni differenziali e le condizioni al bordo per i tratti *AB*, *BD*, *CD* e *DE* che consentono di risolvere il problema mediante il metodo della linea elastica sono le seguenti:

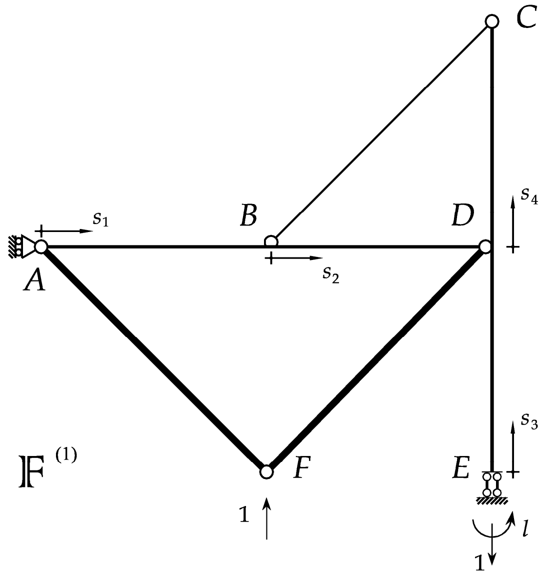
$EJv_1^{IV}(s_1)=p$; $EJv_2^{IV}(s_2)=p$; $EJv_3^{IV}(s_3)=0$; $EJv_4^{IV}(s_4)=0$;

1. $-EJv_1^{II}(0)=0$;
2. $v_1(0)=0$;
3. $v_1(l)=v_2(0)$;
4. $v_1^{I}(l)=v_2^{I}(0)$;
5. $-EJv_1^{II}(l)=-EJv_2^{II}(0)$;
6. $v_2(l)=0$;
7. $-EJv_2^{II}(l)=0$;
8. $v_3^{I}(0)=0$;
9. $-EJv_3^{III}(0)=0$;
10. $v_3(l)=v_4(0)$;
11. $v_3^{I}(l)=v_4^{I}(0)$;
12. $v_3(l)=0$;
13. $-EJv_3^{II}(l)=-EJv_4^{II}(0)$;
14. $-EJv_4^{II}(l)=0$;
15. $EJv_4^{III}(l)=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\dfrac{EA}{2l}\left[v_1(l)+v_4(l)\right]$;
16. $EJv_1^{III}(l)-EJv_2^{III}(0)=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\underbrace{\dfrac{EA}{2l}\left[v_1(l)+v_4(l)\right]}_{N_{BC}}$.

2) Avendo scelto il valore della reazione esercitata dall'appoggio in F come incognita iperstatica X_1 e facendo ricorso al metodo delle forze, il sistema effettivo può essere decomposto nella somma seguente,

$\mathbf{F}^{(e)} = \mathbf{F}^{(0)} + X_1\,\mathbf{F}^{(1)}$; dove i due sottosistemi $\mathbf{F}^{(0)}$ ed $\mathbf{F}^{(1)}$ sono quelli rappresentati in basso:





Le caratteristiche della sollecitazione nei vari tratti e nei due sistemi sono raccolte nella tabella seguente (nella quale s_1, s_2, s_3 e $s_4 \in [0, l]$).

	N_0	T_0	M_0	N_1	T_1	M_1
AB	0	$-ps_1$	$-\frac{p}{2}s_1^2$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{s_1}{2}$
AF	0	0	0	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	0	0
BC	$2\sqrt{2}pl$	0	0	$-\sqrt{2}$	0	0
BD	$-2pl$	$p(l-s_2)$	$-\frac{p}{2}(l-s_2)^2$	$\frac{3}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{l-s_2}{2}$
CD	$-2pl$	$-2pl$	$2pl(l-s_4)$	1	1	$-l+s_4$
DE	$-2pl$	0	$2pl^2$	1	0	$-l$
DF	0	0	0	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	0	0

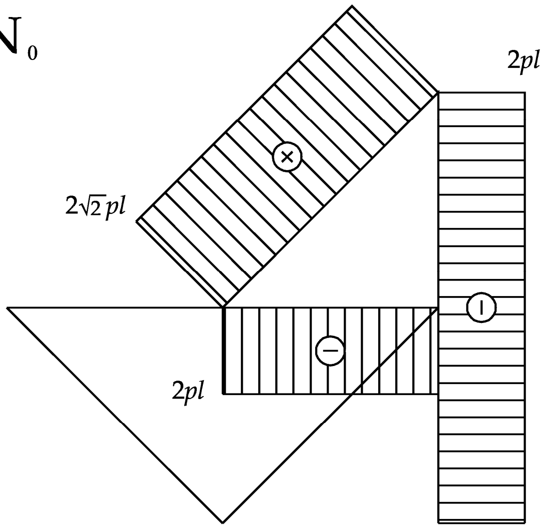
I diagrammi quotati delle CdS sono riportati nelle figure presenti nella pagina seguente.

Facili calcoli dimostrano che i coefficienti di Müller-Breslau sono

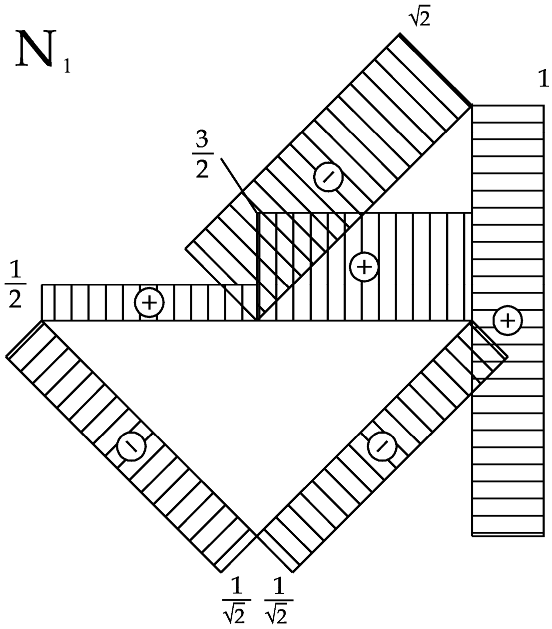
$$\eta_1 = 0; \qquad \eta_{10} = -\frac{67}{24}\frac{pl^4}{EJ} - 4\sqrt{2}\,\frac{pl}{EA}; \qquad \eta_{11} = \frac{3}{2}\frac{l^3}{EJ} + 2\sqrt{2}\,\frac{l}{EA}.$$

Conseguentemente, $X_1 = \left(\frac{67}{24}\frac{pl^3}{EJ} + \frac{4p\sqrt{2}}{EA}\right)\Big/\left(\frac{3}{2}\frac{l^2}{EJ} + \frac{2\sqrt{2}}{EA}\right).$

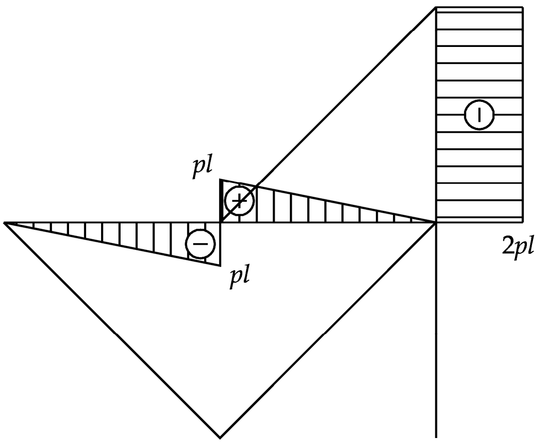
N_0



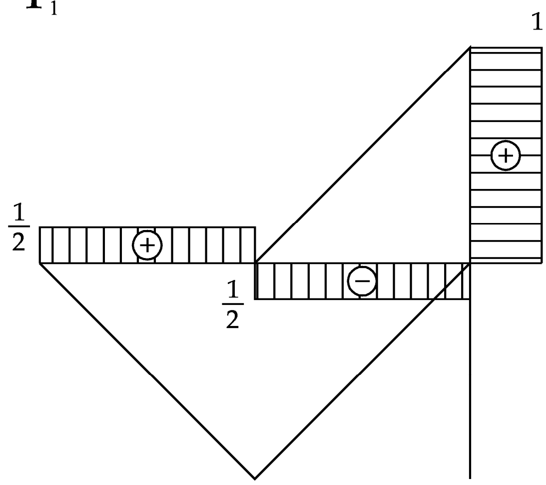
N_1



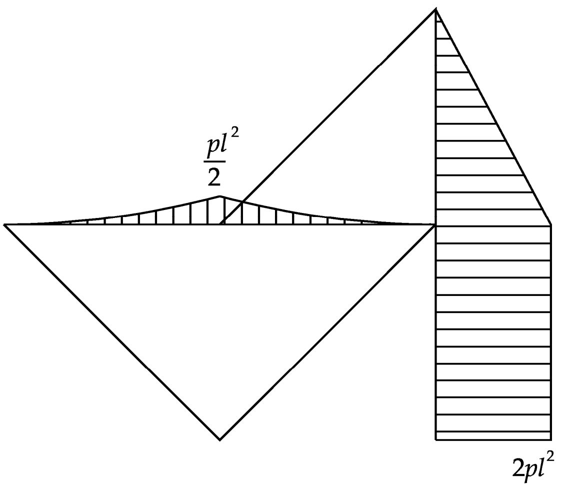
T_0



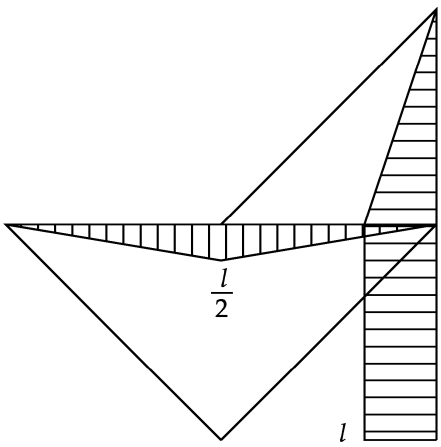
T_1



M_0



M_1



6 novembre 2013.