Università di Pisa

Esame di SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

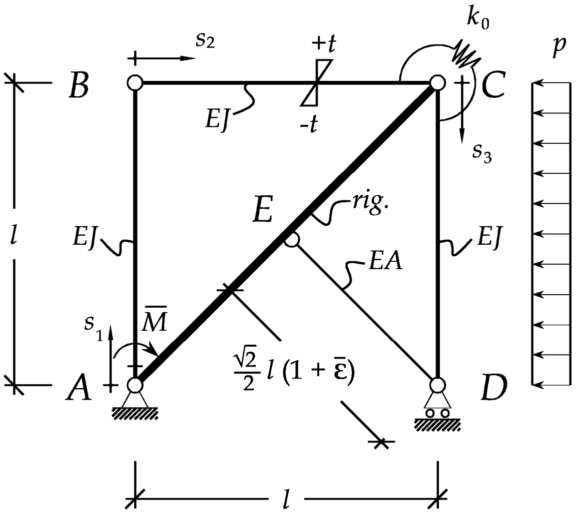
Corso di Laurea in Ingegneria Aerospaziale

Corso di Laurea in Ingegneria Civile e Ambientale

(docente: Prof. Ing. Stefano Bennati)

Sintesi della soluzione della prova scritta del 25 luglio 2013 – Parte I

Problema. Nel sistema di figura le travi *AB, BC* e *CD* sono *flessibili* ed *inestensibili*, la trave *AC rigida* e la trave reticolare *DE estensibile*. Sulla trave *CD* agisce un carico distribuito trasversale costante, di intensità p per unità di lunghezza, mentre sulla trave *BC* agisce una variazione termica variabile linearmente nello spessore H della sezione trasversale, e, in corrispondenza della sezione *A* della trave *AB*, è applicata una coppia concentrata, di intensità $\overline{M}$; infine, la trave *DE* presenta il difetto di lunghezza indicato.

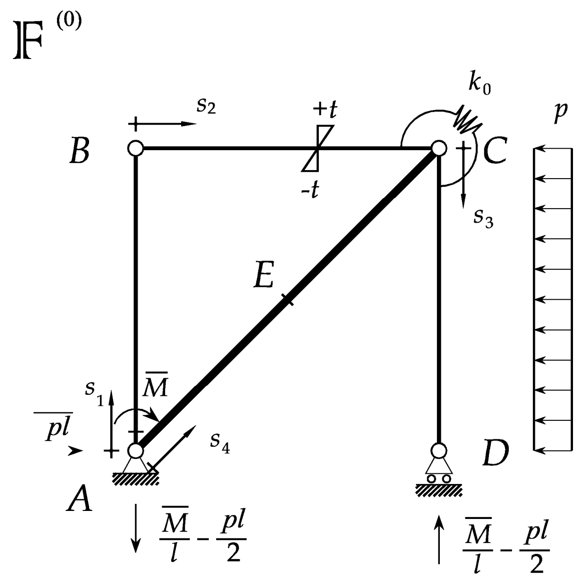


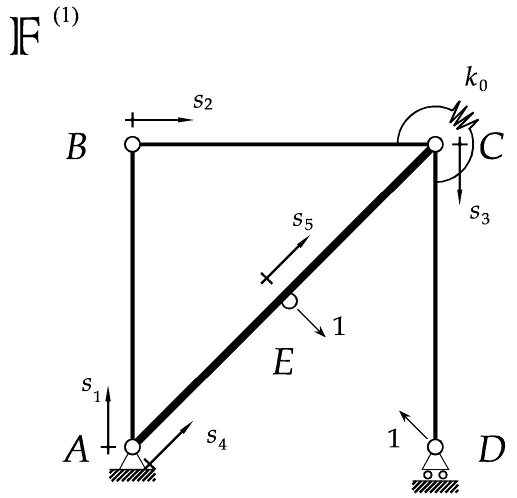
1) Le equazioni differenziali e le condizioni al bordo per i tratti *AB*, *BC* e *CD* che consentono di risolvere il problema mediante il metodo della linea elastica sono:

$EJv_1^{IV}(s_1)=0$; $\quad EJv_2^{IV}(s_2)=0$; $\quad EJv_3^{IV}(s_3)=p$;

1. $v_1(0)=0$;
2. $-EJv_1^{II}(0)=\overline{M}$;
3. $-EJv_1^{II}(l)=0$;
4. $v_2(0)=0$;
5. $v_1(l)=-v_3(0)$;
6. $-v_2^{II}(0)=-\dfrac{2\alpha t}{H}$;
7. $v_2(l)=0$;
8. $-EJ\left[v_2^{II}(l)-\dfrac{2\alpha t}{H}\right]=-EJv_3^{II}(0)$;
9. $-EJv_3^{II}(0)=k_0\left[v_2^{I}(l)-v_3^{I}(0)\right]$;
10. $v_3(0)=0$;
11. $-EJv_3^{II}(l)=0$;
12. $-EJv_3^{III}(l)=-\dfrac{EA}{\sqrt{2}}\left[\bar{\varepsilon}+\dfrac{v_3(l)}{l}\right]$.

2) Facendo ricorso al metodo delle forze, il sistema effettivo può essere decomposto nella somma del sistema F_0 e del sistema F_1 moltiplicato per il fattore moltiplicativo X_1, coincidente, numericamente, con il valore dello sforzo normale nell'asta *DE* (scelto, dunque, come incognita iperstatica).





Le CdS nei vari tratti sono, nei due sistemi le seguenti (con s_1, s_2 e $s_3 \in [0, l]$ e s_4 e $s_5 \in [0, l/\sqrt{2}]$):

	N_0	T_0	M_0	N_1	T_1	M_1
AB	$\frac{pl}{2}$	$\frac{\overline{M}}{l}$	$\overline{M}\left(1-\frac{s_1}{l}\right)$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	0	0
AE	$\sqrt{2}\frac{\overline{M}}{l}-\sqrt{2}\,pl$	0	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}s_4$
BC	$\frac{\overline{M}}{l}$	$-\frac{pl}{2}$	$-\frac{pl}{2}s_2$	0	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}s_2$
CD	$-\frac{\overline{M}}{l}+\frac{pl}{2}$	$p(l-s_3)$	$-\frac{p}{2}(l-s_3)^2$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}(l-s_3)$
EC	$\sqrt{2}\frac{\overline{M}}{l}-\sqrt{2}\,pl$	0	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\left(\frac{l}{\sqrt{2}}-s_5\right)$

I diagrammi quotati delle CdS sono riportati nell'ultima pagina.

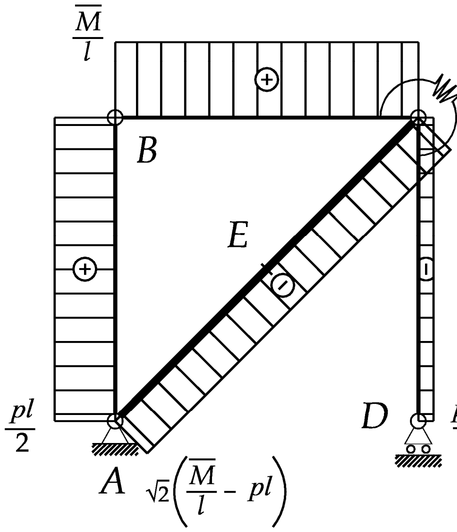
Facili considerazioni e calcoli consentono di dimostrare che i coefficienti di Müller-Breslau hanno i seguenti valori:

$$\eta_1=-\left[\frac{X_1}{EA}+\overline{\varepsilon}\right]\frac{l\sqrt{2}}{2}\,; \qquad \eta_{10}=\frac{pl^3}{2\sqrt{2}k_0}+\frac{\alpha t l^2}{\sqrt{2}H}+\frac{7}{24\sqrt{2}}\frac{pl^4}{EJ}\,; \qquad \eta_{11}=\frac{l^2}{2k_0}+\frac{l^3}{3EJ}\,;$$

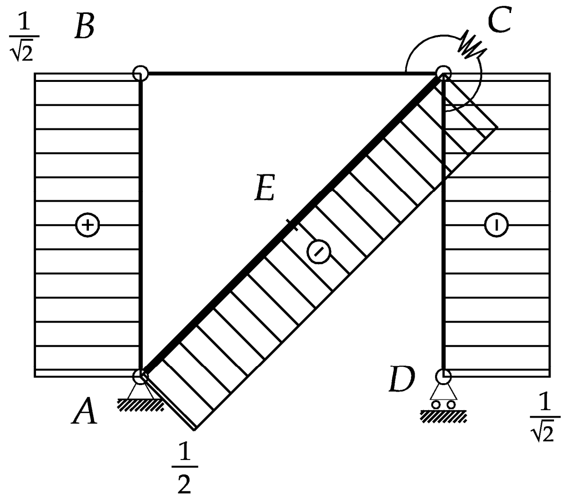
conseguentemente:

$$X_1=-\frac{\frac{pl^2}{2k_0}+\frac{7}{24}\frac{pl^3}{EJ}+\frac{\alpha t l}{H}+\overline{\varepsilon}}{\frac{1}{EA}+\frac{\sqrt{2}l}{2k_0}+\frac{\sqrt{2}l^2}{3EJ}}\,.$$

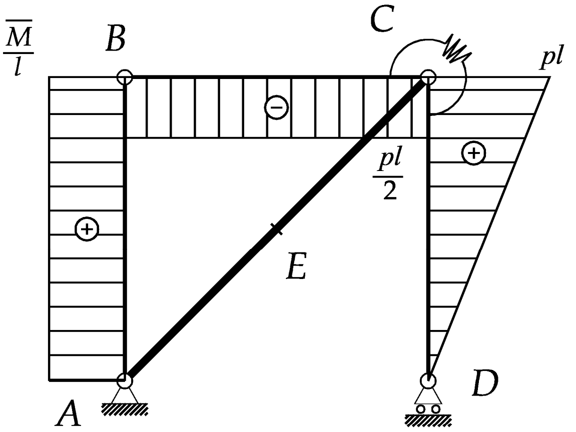
N_0



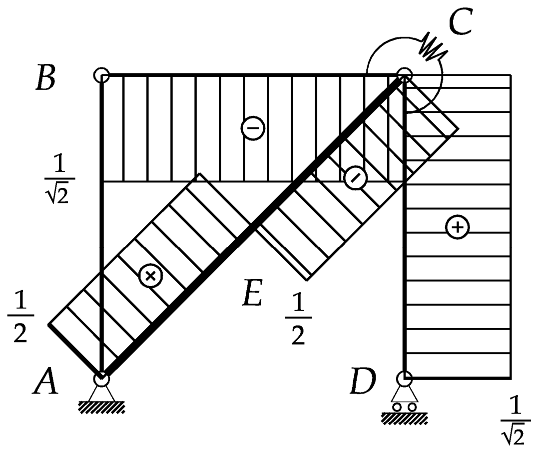
N_1



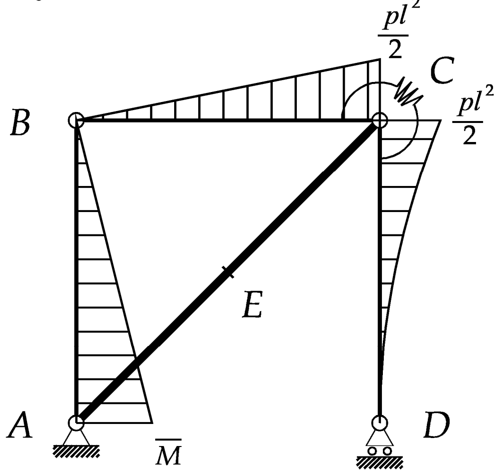
T_0



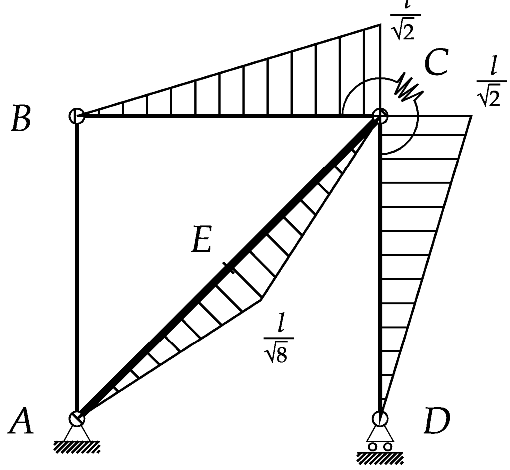
T_1



M_0



M_1



Nota. Nel disegno del diagramma di N_0 si è supposto $\overline{M} = \frac{10}{16} pl^2$.

25 luglio 2013.