Università di Pisa

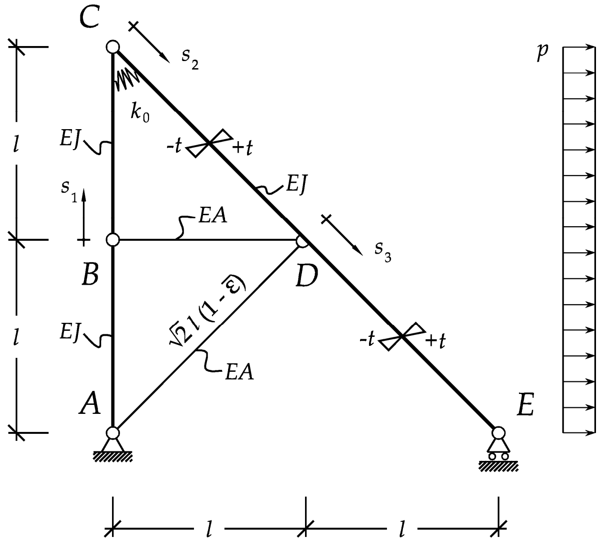
Esame di S*CIENZA DELLE* C*OSTRUZIONI*

Corso di Laurea in Ingegneria Civile e Ambientale

(docente: Prof. Ing. Stefano Bennati)

Elementi della soluzione della prova scritta del 14 giugno 2013

Problema. Nel sistema di figura le travi *AB*, *BC* e *CDE* sono *flessibili* ed *inestensibili*, mentre le travi *AD* e *BD* sono *estensibili*. Sulla trave *CDE* è applicato un carico distribuito uniforme per unità di lunghezza proiettata sulla verticale, di intensità *p*; sulla stessa trave agiste una variazione termica lineare nello spessore *H* della trave. Inoltre la trave *AD* presenta il difetto di lunghezza indicato.

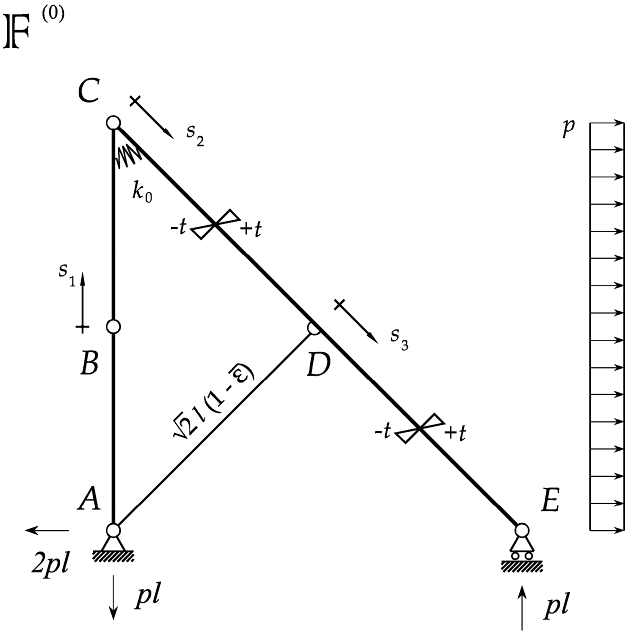


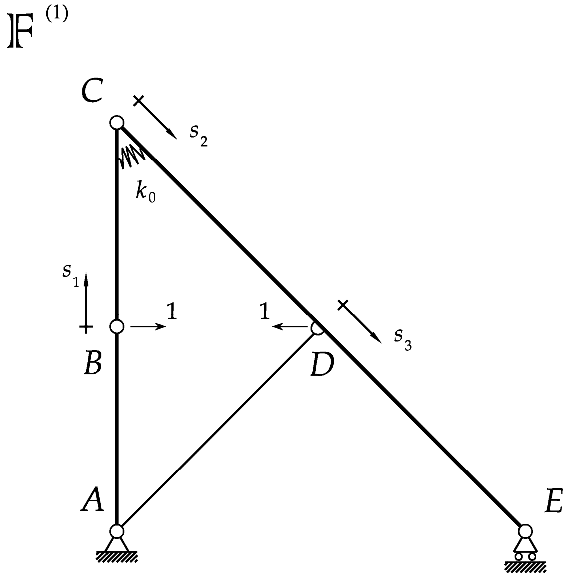
1) Le equazioni differenziali e le condizioni al bordo per i tratti *BC*, *CD* e *DE* che permetterebbero di risolvere il problema mediante il metodo della linea elastica sono:

$$v_1^{\mathrm{IV}}(s_1)=0\,; \qquad EJv_2^{\mathrm{IV}}(s_2)=-\frac{p}{2}\,; \qquad EJv_3^{\mathrm{IV}}(s_3)=-\frac{p}{2}\,;$$

1. $v_1^{\mathrm{II}}(0)=0$;
2. $EJv_1^{\mathrm{II}}(l)+k_0\left[v_1^{\mathrm{I}}(l)-v_2^{\mathrm{I}}(0)\right]=0$;
3. $v_1^{\mathrm{II}}(l)=v_2^{\mathrm{II}}(0)-\dfrac{2\alpha t}{H}$;
4. $v_2\left(l\sqrt{2}\right)=v_3(0)$;
5. $v_2^{\mathrm{I}}\left(l\sqrt{2}\right)=v_3^{\mathrm{I}}(0)$;
6. $v_2^{\mathrm{II}}\left(l\sqrt{2}\right)=v_3^{\mathrm{II}}(0)$;
7. $v_3^{\mathrm{II}}\left(l\sqrt{2}\right)=\dfrac{2\alpha t}{H}$;
8. $EJv_3^{\mathrm{III}}\left(l\sqrt{2}\right)=\dfrac{\sqrt{2}pl}{2}$;
9. $v_2(0)=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}v_1(l)$;
10. $v_3\left(l\sqrt{2}\right)=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}v_1(l)$;
11. $-EJv_1^{\mathrm{III}}(0)=\dfrac{EA}{l\sqrt{2}}\left[\sqrt{2}v_1(0)+v_2\left(l\sqrt{2}\right)+v_3\left(l\sqrt{2}\right)\right]$;
12. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}v_1^{\mathrm{III}}(0)+v_2^{\mathrm{III}}\left(l\sqrt{2}\right)-v_3^{\mathrm{III}}(0)+2\sqrt{2}\dfrac{pl}{EJ}=0$.

2) Facendo ricorso al metodo delle forze, il sistema effettivo può essere scomposto nei due sottosistemi seguenti, avendo scelto il valore dello sforzo normale nell'asta *BD* come incognita iperstatica X_1.





Le caratteristiche della sollecitazione sono (con $s_1 \in [0, l]$ e s_2 e $s_3 \in [0, l\sqrt{2}]$):

	N_0	T_0	M_0	N_1	T_1	M_1
AB	$-pl$	0	0	0	0	0
AD	$2\sqrt{2}pl$	0	0	0	0	0
BC	$-pl$	0	0	0	-1	$-s_1$
CD	$\frac{p}{2}\left(l\sqrt{2}-s_2\right)$	$\frac{p}{2}\left(l\sqrt{2}+s_2\right)$	$\frac{ps_2}{2}\left(l\sqrt{2}+\frac{s_2}{2}\right)$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}s_2-l$
DE	$-\frac{ps_3}{2}$	$-p\left(l\sqrt{2}-\frac{s_3}{2}\right)$	$\frac{p}{4}\left(l\sqrt{2}-s_3\right)\left(3l\sqrt{2}-s_3\right)$	0	0	0

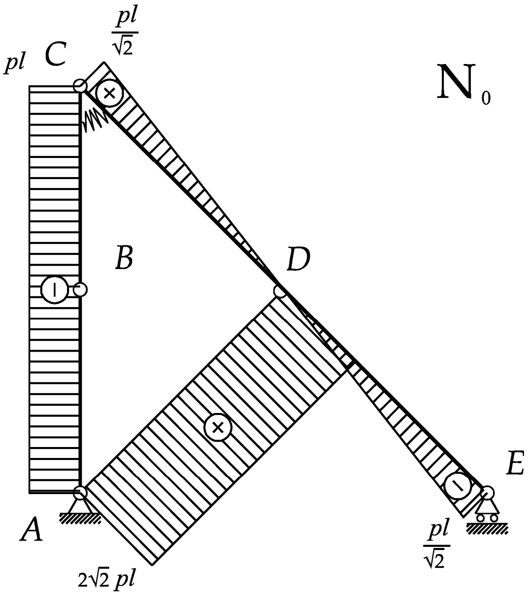
I diagrammi quotati sono riportati nell'ultima pagina.

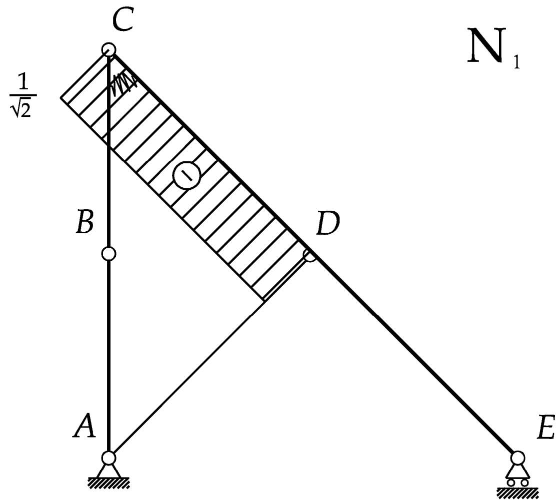
I coefficienti di Müller-Breslau sono:

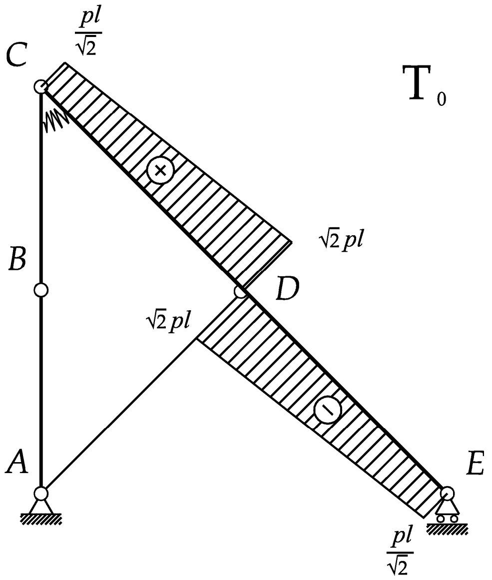
$$\eta_1 = -\frac{X_1}{EA}l\,; \qquad \eta_{10} = -\frac{5\sqrt{2}}{24}\frac{pl^4}{EJ} + \sqrt{2}\frac{\alpha t}{H}l^2\,; \qquad \eta_{11} = \frac{l^2}{k_0} + \frac{1+\sqrt{2}}{3}\frac{l^3}{EJ}\,;$$

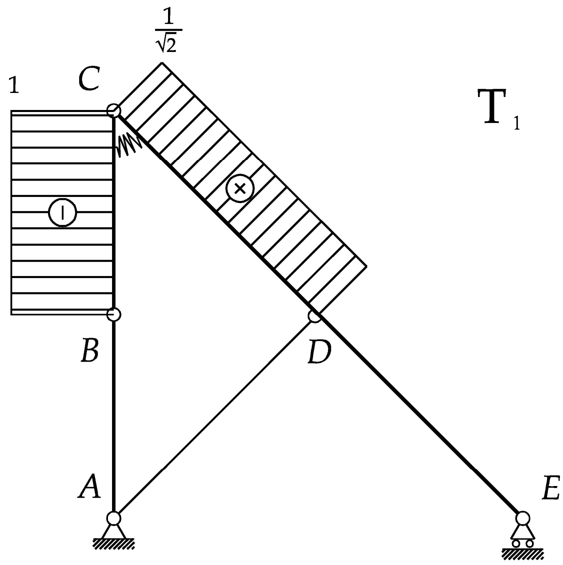
da cui:

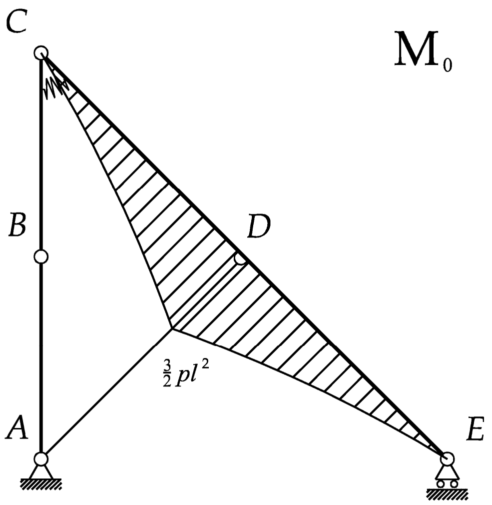
$$X_1 = l\sqrt{2}\left(\frac{5}{24}\frac{pl^2}{EJ} - \frac{\alpha t}{H}\right) \Bigg/ \left(\frac{1}{EA} + \frac{l}{k_0} + \frac{1+\sqrt{2}}{3}\frac{l^2}{EJ}\right).$$

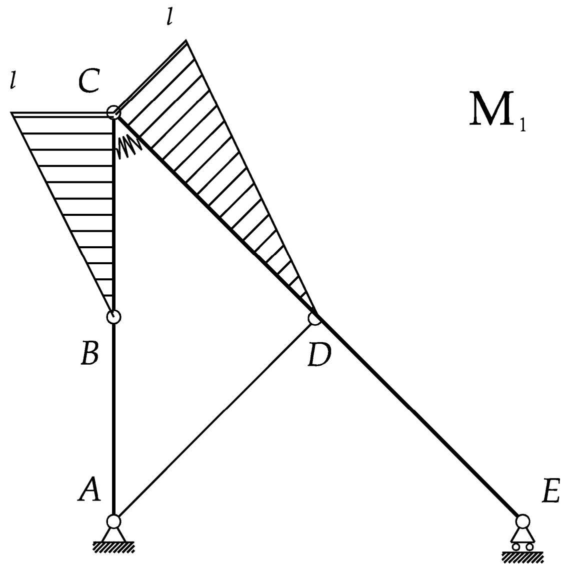












14 giugno 2013