Università di Pisa

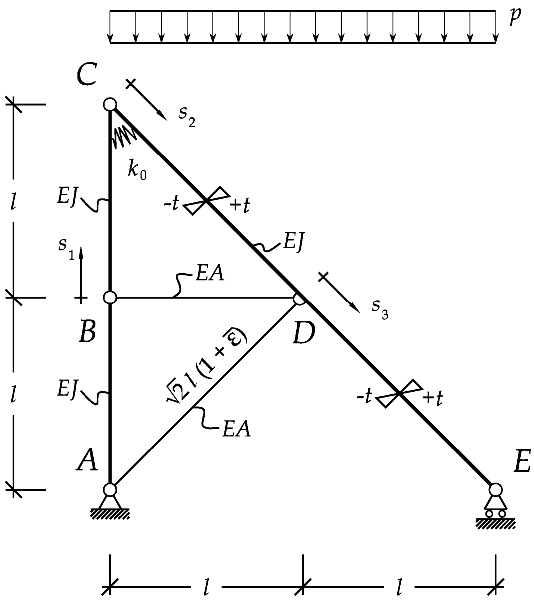
Esame di SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

Corso di Laurea in Ingegneria Aerospaziale

(docente: Prof. Ing. Stefano Bennati)

Elementi della soluzione della prova scritta del 14 giugno 2013

Problema. Nel sistema di figura le travi *AB*, *BC* e *CDE* sono *flessibili* ed *inestensibili*, mentre le travi *AD* e *BD* sono *estensibili*. Sulla trave *CDE* è applicato un carico distribuito uniforme, di intensità *p* per unità di lunghezza proiettata sull'orizzontale; sulla stessa trave agiste una variazione termica, lineare nello spessore *H* della trave. Inoltre la trave *AD* presenta il difetto di lunghezza indicato.

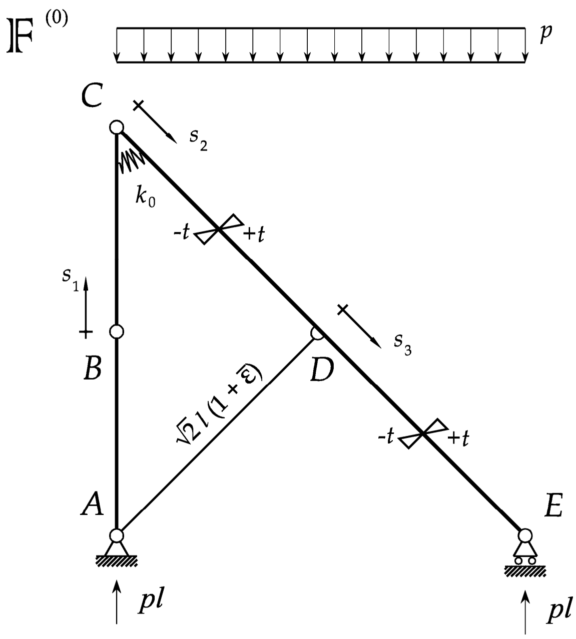


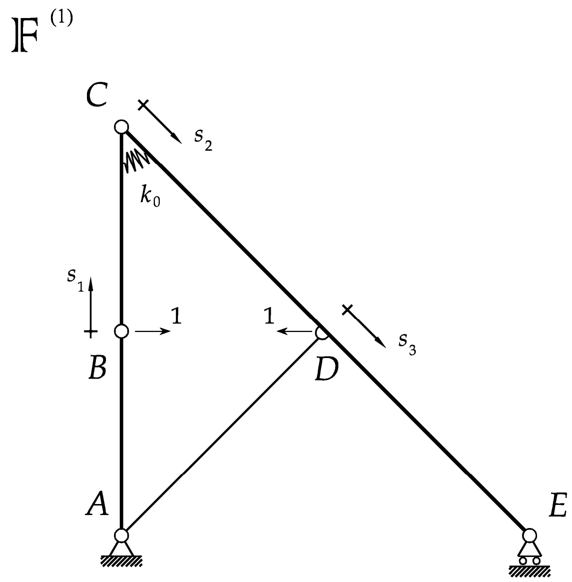
1) Le equazioni differenziali e le condizioni al bordo per i tratti *BC*, *CD* e *DE* che permetterebbero di risolvere il problema mediante il metodo della linea elastica sono:

$$v_1^{IV}(s_1) = 0; \qquad EJv_2^{IV}(s_2) = \frac{p}{2}; \qquad EJv_3^{IV}(s_3) = \frac{p}{2};$$

1. $v_1^{II}(0) = 0$;
2. $v_1^{II}(l) + \frac{k_0}{EJ}\left[v_1^{I}(l) - v_2^{I}(0)\right] = 0$;
3. $v_1^{II}(l) = v_2^{II}(0) - \frac{2\alpha t}{H}$;
4. $-EJv_2^{III}(0) = \frac{pl}{\sqrt{2}}$;
5. $v_2(l\sqrt{2}) = v_3(0)$;
6. $v_2^{I}(l\sqrt{2}) = v_3^{I}(0)$;
7. $v_2^{II}(l\sqrt{2}) = v_3^{II}(0)$;
8. $\frac{\sqrt{2}}{2}v_1^{III}(0) + v_2^{III}(l\sqrt{2}) - v_3^{III}(0) = 0$;
9. $v_3^{II}(l\sqrt{2}) = \frac{2\alpha t}{H}$;
10. $v_2(0) = -\frac{\sqrt{2}}{2}v_1(l)$;
11. $v_3(l\sqrt{2}) = -\frac{\sqrt{2}}{2}v_1(l)$;
12. $-EJv_1^{III}(0) = \frac{EA}{l\sqrt{2}}\left[\sqrt{2}v_1(0) + v_2(l\sqrt{2}) + v_3(l\sqrt{2})\right]$.

2) Facendo ricorso al metodo delle forze, il sistema effettivo può essere scomposto nei due sottosistemi seguenti, avendo scelto il valore dello sforzo normale nell'asta *BD* come incognita iperstatica X_1.





Le caratteristiche della sollecitazione sono (con $s_1 \in [0, l]$ e s_2 e $s_3 \in [0, l\sqrt{2}]$):

	N_0	T_0	M_0	N_1	T_1	M_1
AB	$-pl$	0	0	0	0	0
AD	0	0	0	0	0	0
BC	$-pl$	0	0	0	-1	$-s_1$
CD	$\frac{p}{2}\left(l\sqrt{2}-s_2\right)$	$\frac{p}{2}\left(l\sqrt{2}-s_2\right)$	$\frac{ps_2}{2}\left(l\sqrt{2}-\frac{s_2}{2}\right)$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}s_2-l$
DE	$-\frac{ps_3}{2}$	$-\frac{ps_3}{2}$	$-\frac{p}{4}\left(s_3^2-2l^2\right)$	0	0	0

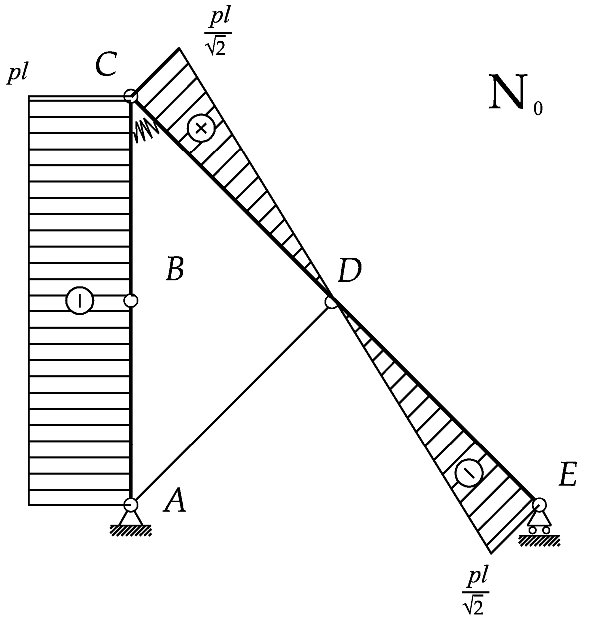
I diagrammi quotati sono riportati nell'ultima pagina.

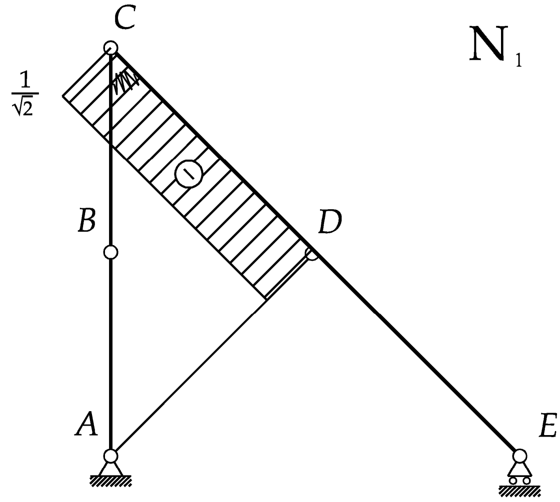
I coefficienti di Müller-Breslau sono:

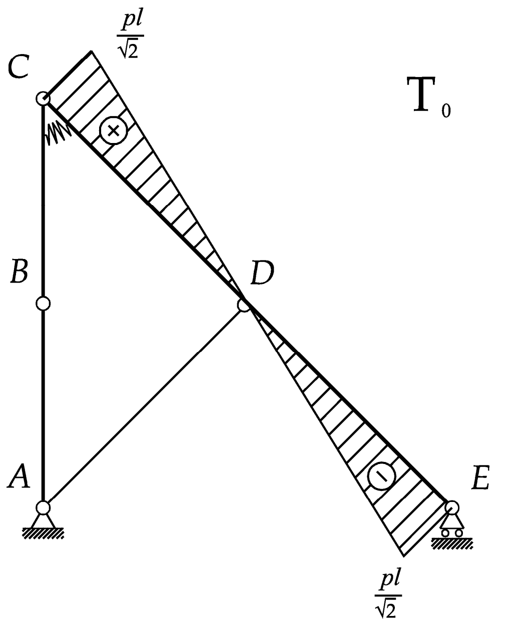
$$\eta_1 = -\frac{X_1}{EA}l\,; \qquad \eta_{10} = -\frac{19\sqrt{2}}{24}\frac{pl^4}{EJ}+\sqrt{2}\frac{\alpha t}{H}l^2\,; \qquad \eta_{11} = \frac{l^2}{k_0}+\frac{1+\sqrt{2}}{3}\frac{l^3}{EJ}\,;$$

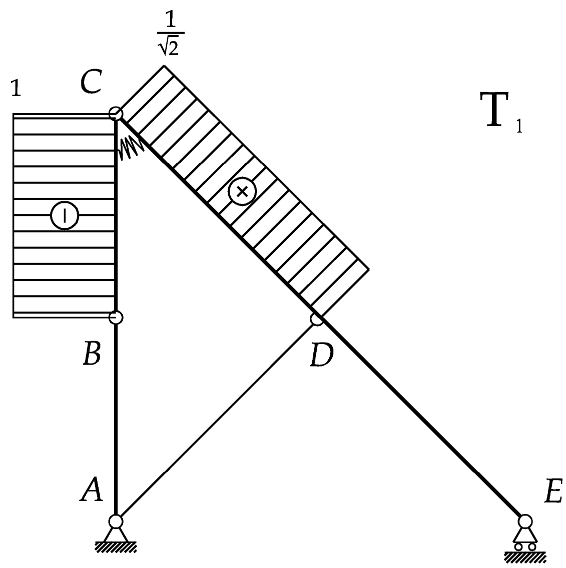
da cui:

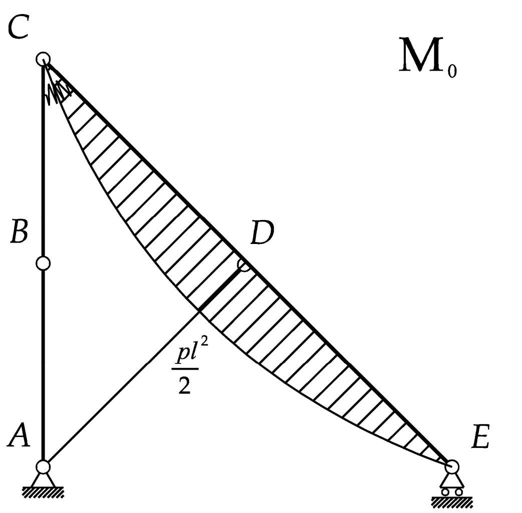
$$X_1 = l\sqrt{2}\left(\frac{19}{24}\frac{pl^2}{EJ}-\frac{\alpha t}{H}\right)\Big/\left(\frac{1}{EA}+\frac{l}{k_0}+\frac{1+\sqrt{2}}{3}\frac{l^2}{EJ}\right).$$

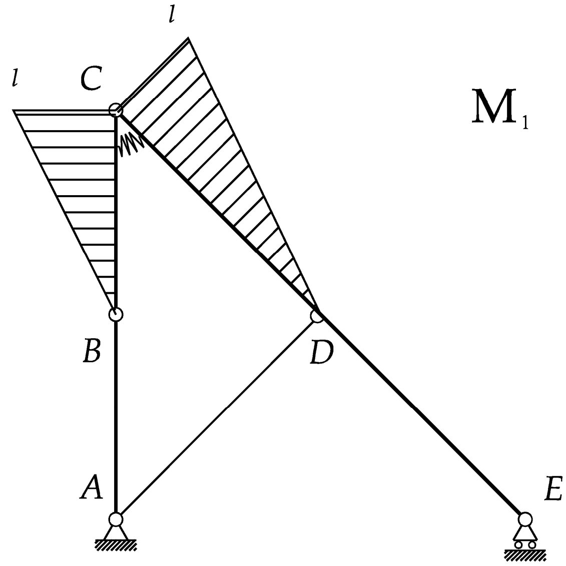

pl
C
$\frac{pl}{\sqrt{2}}$
N_0
B
D
A
E
$\frac{pl}{\sqrt{2}}$


C
N_1
$\frac{1}{\sqrt{2}}$
B
D
A
E


$\frac{pl}{\sqrt{2}}$
C
T_0
B
D
A
E
$\frac{pl}{\sqrt{2}}$


$\frac{1}{\sqrt{2}}$
1
C
T_1
B
D
A
E


C
M_0
B
D
$\frac{pl^2}{2}$
A
E


l
l
C
M_1
B
D
A
E