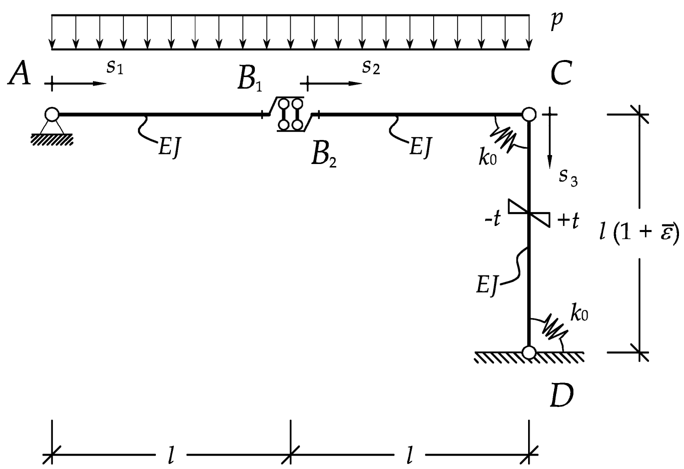
Università di Pisa

Esame di S*CIENZA DELLE* C*OSTRUZIONI*

Corso di Laurea in Ingegneria Civile e Ambientale

(docente: Prof. Ing. Stefano Bennati)

Elementi della soluzione della prova scritta in itinere del 27 aprile 2013



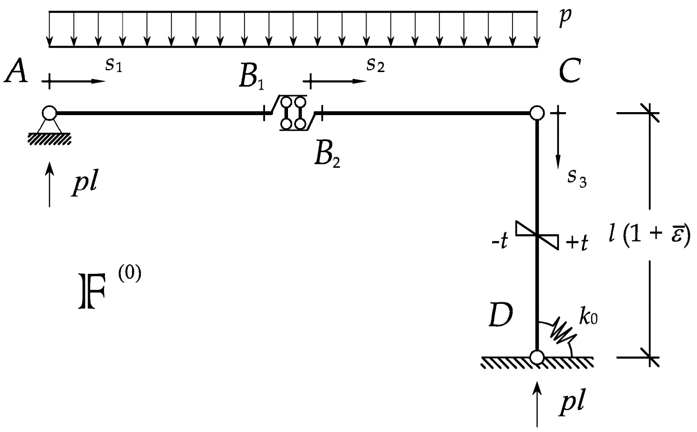
Problema. Nel sistema di figura tutte le travi sono flessibili ma inestensibili. Le travi *AB* e *BC* sono soggette a un carico distribuito trasversale costante d'intensità *p* per unità di lunghezza della linea d'asse; la trave *CD*, che presenta un difetto di lunghezza, è soggetta alla variazione termica indicata, variabile linearmente tra i valori +*t* e –*t* nello spessore *H* della sezione trasversale.

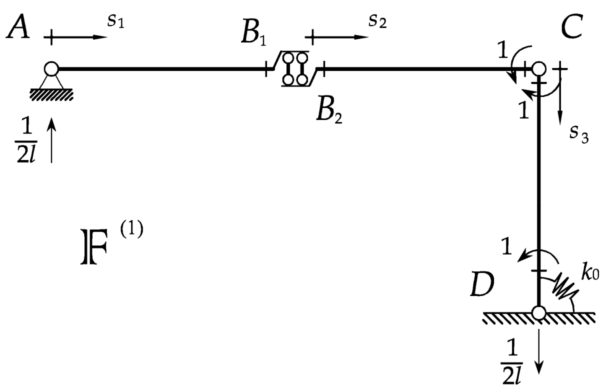
1) Le equazioni differenziali e le condizioni al bordo per i tratti *AB*, *BC* e *CD* che permetterebbero di risolvere il problema mediante il metodo della linea elastica sono:

$$-EJv_1^{IV}(s_1) = -p\,,\ -EJv_2^{IV}(s_2) = -p\,,\ -EJv_3^{IV}(s_3) = 0\,;$$

1. $v_1(0) = 0$;
2. $-EJv_1''(0) = 0$;
3. $v_1(l) = v_2(0)$;
4. $v_1'(l) = v_2'(0)$;
5. $-EJv_1''(l) = -EJv_2''(0)$;
6. $-EJv_1'''(l) = -EJv_2'''(0)$;
7. $v_2(l) = -l\bar{\varepsilon}$;
8. $-EJv_2''(l) - k_0\left[v_2'(l) - v_3'(0)\right] = 0$;
9. $-EJv_2''(l) = -EJv_3''(0) + \dfrac{2\alpha t}{H}EJ$;
10. $-EJv_3'''(0) = 0$;
11. $v_3(l) = 0$;
12. $-EJv_3''(l) - k_0 v_3'(l) + \dfrac{2\alpha t}{H}EJ = 0$.

2) Facendo ricorso al metodo delle forze, il sistema effettivo può essere scomposto nei due sottosistemi seguenti, avendo scelto il valore della coppia trasmessa dall'incastro elastico in *C* come incognita iperstatica X_1.

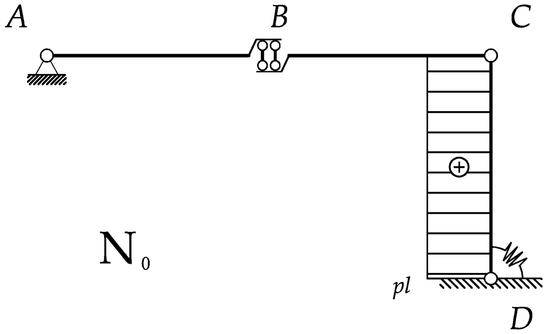


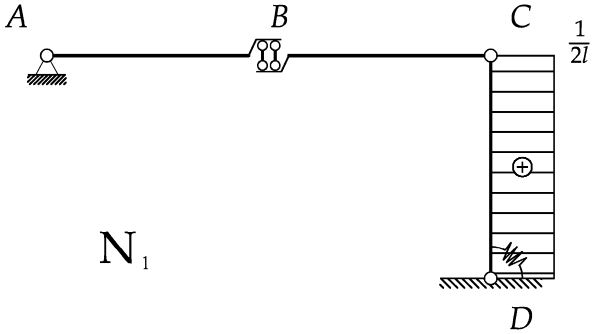


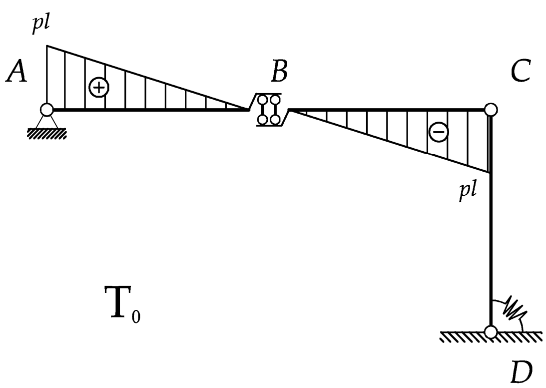
Le caratteristiche della sollecitazione sono (con s_1, s_2 e $s_3 \in [0, l]$):

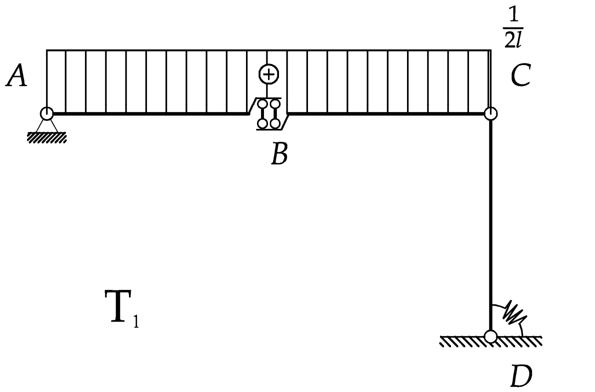
	N_0	T_0	M_0	N_1	T_1	M_1
AB	0	$pl - ps_1$	$ps_1(l - \frac{1}{2}s_1)$	0	$1/2l$	$s_1/2l$
BC	0	$-ps_2$	$\frac{1}{2}p(l^2 - s_2^2)$	0	$1/2l$	$\frac{1}{2}(1 + s_2/l)$
CD	$-pl$	0	0	$1/2l$	0	1

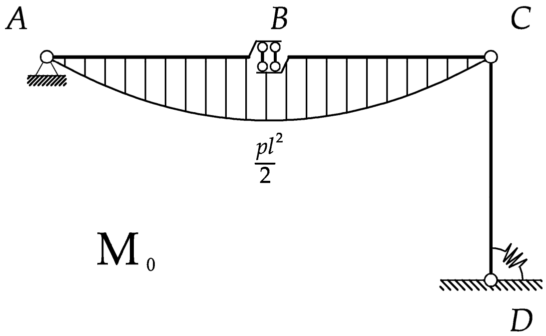
Possono quindi essere tracciati i seguenti diagrammi quotati:

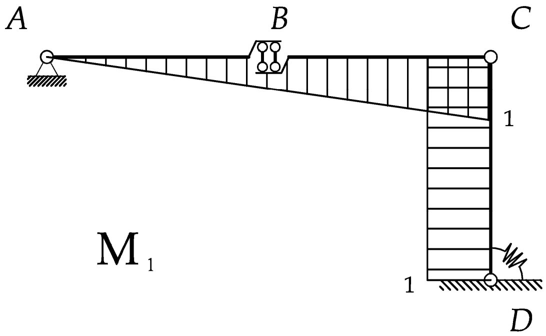








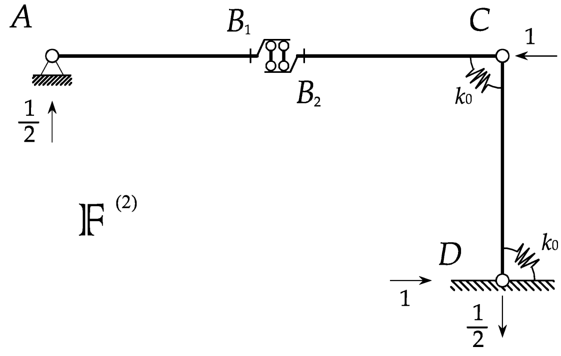




I coefficienti di Müller-Breslau sono:

$$\eta_1 = -\frac{X_1}{k_0},\ \eta_{10} = \frac{pl^3}{3EJ} - \frac{2\alpha t}{H} l + \frac{\bar{\varepsilon}}{2},\ \eta_{11} = \frac{5l}{3EJ} + \frac{1}{k_0},\ \text{da cui: } X_1 = \left(\frac{2\alpha t}{H} l - \frac{\bar{\varepsilon}}{2} - \frac{pl^3}{3EJ}\right) \Big/ \left(\frac{5l}{3EJ} + \frac{2}{k_0}\right).$$

3) Lo spostamento in direzione longitudinale della sezione B_1 è nullo. Lo spostamento in direzione longitudinale della sezione B_2 può essere facilmente ottenuto ricorrendo ad esempio al sistema F_2 indicato in figura.



Facendo uso del teorema dei lavori virtuali allora si trova:

$$w_{B_2} = \frac{pl^4}{3EJ} + \frac{l\bar{\varepsilon}}{2} + \left(\frac{l}{k_0} + \frac{7}{6}\frac{l^2}{EJ}\right) X_1 - l^2 \frac{\alpha t}{H}.$$