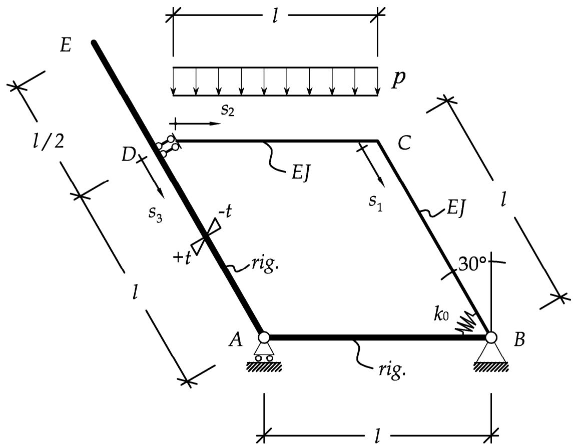
Università di Pisa
Esame di SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

Corso di Laurea in Ingegneria Aerospaziale
Corso di Laurea in Ingegneria Civile e Ambientale

(docente: Prof. Ing. Stefano Bennati)

<u>Soluzione della prova scritta del 1° febbraio 2013 – parte I</u>

Problema. Nel sistema di figura le travi *DC* e *CB* sono flessibili ed inestensibili, mentre le travi *ADE* e *AB* sono rigide. La trave *CD* è soggetta ad un carico distribuito trasversale costante di intensità *p* per unità di lunghezza della linea d'asse, mentre la trave *ADE* è soggetta alla variazione termica variabile linearmente, tra i valori indicati, nello spessore *H* della sezione trasversale.



1) Le equazioni differenziali e le condizioni al bordo per i tratti *DC* e *CB* che permetterebbero di risolvere il problema mediante il metodo della linea elastica sono:

$-EJv_1^{IV}(s_1)=0$, e $-EJv_2^{IV}(s_2)=-p$;

1) $v_1(l)=0$;

2) $-EJv_1''(l)=k_0v_1'(l)$;

3) $v_2(l)=\frac{1}{2}v_1(0)$;

4) $v_1'(0)=v_2'(l)$;

5) $-EJv_1''(0)=-EJv_2''(l)$

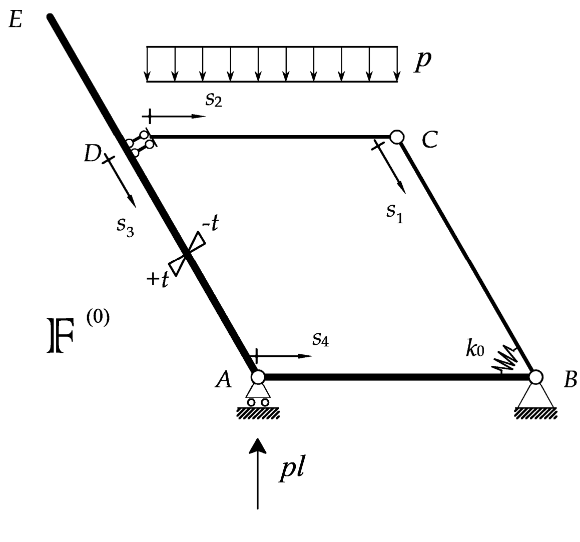
6) $-EJv_1'''(0)=-\frac{1}{2}EJv_2'''(l)-\underbrace{\tfrac{3}{2}[pl+k_0v_1'(l)/l]}_{N_2(l)=\frac{3}{4}R_D}$;

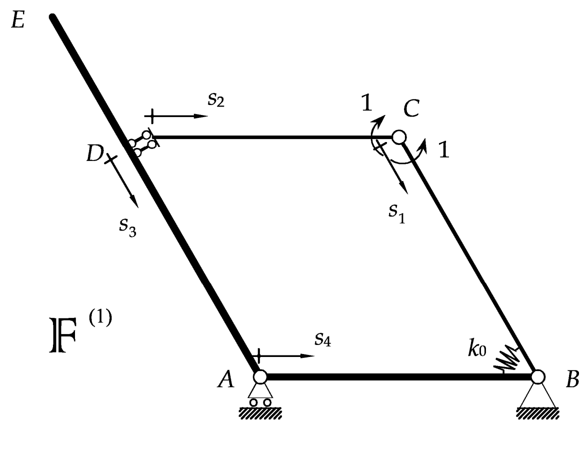
7) $v_2'(0)=\underbrace{\frac{1}{l}\left(v_1(0)+\frac{v_2(0)}{2}\right)-\frac{\alpha tl}{H}}_{-v_3'(0)}$;

8) $-EJv_2''(0)=\underbrace{-2pl^2-2k_0v_1'(l)}_{M_D}$.

Il valore di $v_3'(0)$ in (7) è stato determinato risolvendo l'equazione $\chi_3=-v_3''(s_3)=\frac{2\alpha t}{H}$ per la trave rigida *AD* con le condizioni al bordo: $v_3(l)=0$ e $v_3(0)=v_1(0)+\frac{1}{2}v_2(0)$.

2) Il sistema effettivo può essere scomposto nei due sottosistemi seguenti, avendo scelto il valore della coppia trasmessa attraverso l'incastro interno in *C* quale incognita iperstatica X_1

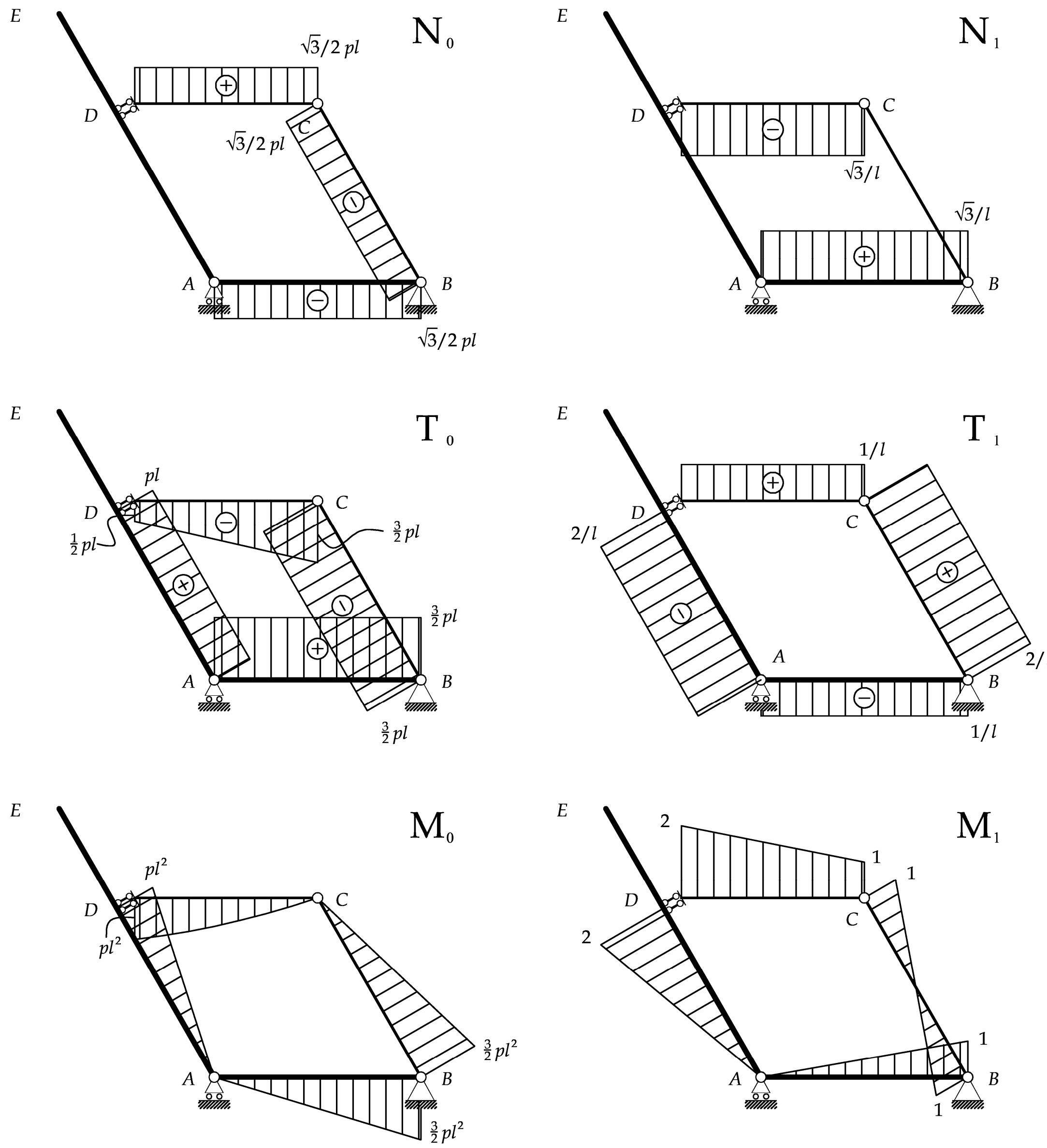




Le espressioni delle caratteristiche della sollecitazione sono:

	N_0	T_0	M_0	N_1	T_1	M_1
AB	$-\frac{\sqrt{3}}{2}pl$	$\frac{3}{2}pl$	$\frac{3}{2}pls_4$	$\sqrt{3}/l$	$-1/l$	$-s_4/l$
BC	$-\frac{\sqrt{3}}{2}pl$	$-\frac{3}{2}pl$	$-\frac{3}{2}pls_1$	0	$2/l$	$2s_1/l-1$
CD	$\frac{\sqrt{3}}{2}pl$	$-\frac{1}{2}pl-ps_2$	$pl^2-\frac{1}{2}pls_2-\frac{1}{2}ps_2^2$	$-\sqrt{3}/l$	$1/l$	$s_2/l-2$
AD	0	pl	$-pl^2+pls_3$	0	$-2/l$	$2-2s_3/l$

con s_1, s_2, s_3 e $s_4 \in [0, l]$, per le quali possono essere tracciati i seguenti diagrammi quotati:



I coefficienti di Müller-Breslau sono:

$$\eta_1 = 0, \qquad \eta_{10} = \frac{2\alpha t l}{H} - \frac{29}{24}\frac{pl^3}{EJ} - \frac{3}{2}\frac{pl^2}{k_0}, \quad \eta_{11} = \frac{8}{3}\frac{l}{EJ} + \frac{1}{k_0}, \text{ da cui: } X_1 = \frac{\frac{29}{24}\frac{pl^3}{EJ} + \frac{3}{2}\frac{pl^2}{k_0} - \frac{2\alpha t l}{H}}{\frac{8}{3}\frac{l}{EJ} + \frac{1}{k_0}}.$$

1° febbraio 2013