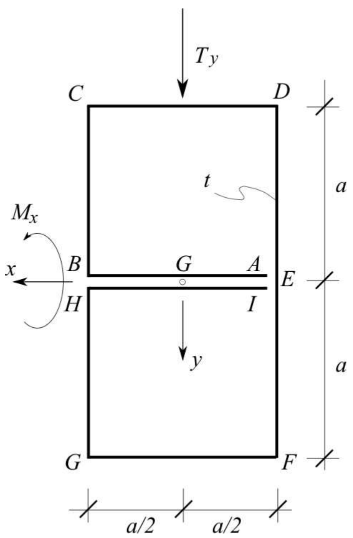
Università di Pisa
Esame di SCIENZA DELLE COSTRUZIONI
Corso di Laurea in Ingegneria Aerospaziale

Esame di SCIENZA DELLE COSTRUZIONI
Corso di Laurea in Ingegneria Civile e Ambientale

(docente: Prof. Ing. Stefano Bennati)

Soluzione della prova scritta del 14 gennaio 2013 – Parte II



1) Il sistema di riferimento mostrato in figura è centrale principale d'inerzia. Perché?

2) Momento d'inerzia della sezione: $J_x = \frac{10}{3} a^3 t$.

3) Tensioni tangenziali:
(AB) $\tau_{zx} = 0$;
(BC) $\tau_{zy} = \frac{T_y}{tJ_x}\left(-\frac{ty^2}{2}\right) = -\frac{3T_y}{20ta^3} y^2$;
(CD) $\tau_{zx} = \frac{T_y}{tJ_x}\left(-\frac{ta^2}{2} - a(\frac{a}{2} - x)t\right) = -\frac{3T_y}{10ta^3}(a^2 - ax)$;
(DE) $\tau_{zy} = \frac{T_y}{tJ_x}\left(\frac{3ta^2}{2} + (\frac{a^2 - y^2}{2})t\right) = \frac{3T_y}{20ta^3}(4a^2 - y^2)$.

4) Tensione normale: $\sigma_z = \frac{M_x}{J_x} y = \frac{3M_x}{10ta^3} y$.

5) Tensioni principali nel vertice *D* del tratto *CD* ($M_x = 4T_y a$): $\sigma_z = -\frac{6T_y}{5ta}$, $\tau_{zx} = -\frac{9T_y}{20ta}$,

$$\frac{3T_y}{20at}\begin{vmatrix} -\lambda & 0 & -3 \\ 0 & -\lambda & 0 \\ -3 & 0 & -\lambda - 8 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow -\lambda\left(\lambda^2 + 8\lambda - 9\right) = 0 \Rightarrow \lambda_1 = \frac{3T_y}{20at}, \quad \lambda_2 = -\frac{27T_y}{20at}, \quad \lambda_3 = 0.$$

Versori delle direzioni principali: λ_1) $\mathbf{n}_1 = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 1 \end{pmatrix} / \sqrt{10}$; $\mathbf{n}_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \end{pmatrix} / \sqrt{10}$;

$\mathbf{n}_3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

6) Il punto di massimo della tensione ideale si trova sul tratto *DE* della linea media. Valore massimo:

$$\sigma_{id} = \sqrt{\sigma_z^2 + 3\tau_{xy}^2} = \frac{3T_y}{20ta^3}\sqrt{64a^2y^2 + 3(4a^2 - y^2)^2}$$

$\frac{d\sigma_{id}}{dy} = 0 \Rightarrow 20a^2 y + 3y^3 = 0 \Rightarrow y(20a^2 + 3y^2) = 0$ dunque il massimo si raggiunge in y=0.

Si ricorda che lo studente ha un giorno di tempo, a partire dalla pubblicazione della soluzione, per ritirare la propria prova scritta (costituita dall'insieme delle parti I e II). Per farlo, è sufficiente inviare una e-mail all'indirizzo: r.barsotti@ing.unipi.it.