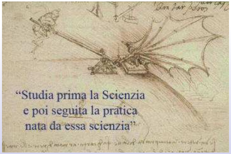
INTRODUZIONE ALL'USO DI MATLAB

Emanuele Crisostomi

September 23, 2010

Esercizi

IN SUPREMÆ DIGNITATIS 1343



La matrice inversa generalizzata

Steps

1. Creare una matrice stocastica per righe $\mathbb{P}$
2. Calcolare la matrice inversa generalizzata di $\mathbf{I} - \mathbb{P}$

Definizione

Chiamiamo inversa generalizzata di una matrice Q la matrice $Q^{\#}$ tale che $QQ^{\#} = Q^{\#}Q$, $QQ^{\#}Q = Q$ e $Q^{\#}QQ^{\#} = Q^{\#}$.

Procedura

- Chiamiamo X la matrice Q meno l'ultima colonna (dimensioni $n \times (n-1)$)
- Chiamiamo $Y = \left[\ \mathbf{I}_{(\mathbf{n-1})\times(\mathbf{n-1})}\ \middle|\ -\mathbf{1}\ \right]$ (pertanto di dimensioni $(n-1) \times n$)
- $Q^{\#} = X \cdot (Y \cdot X)^{-2} \cdot Y$

Procedura di Kaprekar

Steps:

1. Prendere un numero intero di 4 cifre $N(1)$
2. Chiamare con $\overline{N}(i)$ lo stesso numero con le cifre in ordine decrescente e $\underline{N}(i)$ in ordine crescente
3. $N(i+1) = \overline{N}(i) - \underline{N}(i)$
4. Terminare la procedura quando siamo giunti a convergenza (e calcolare il numero di passi per la convergenza)

Calcolo della radice ennesima

Procedura:

1. Comporre una matrice $A = \begin{bmatrix} 1 & q & q & \dots & q \\ 1 & 1 & q & \dots & q \\ 1 & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 1 & 1 & 1 & \ddots & q \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \end{bmatrix}$ di dimensioni $n \times n$
2. Scegliere un vettore $b(1)$ di numeri casuali normalizzato (cioé il numero piú piccolo é 1)
3. Calcolare $b(i+1) = A \cdot b(i)$ e normalizzare il vettore risultante
4. Continuare la procedura fin quando il vettore b non giunge a convergenza
5. Le componenti finali del vettore contengono le potenze i/q (numerate a partire dal basso) del numero n

Simulare le equazioni di Lorenz

Equazioni

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = & -\sigma\left(x_1 - x_2\right) \\ \dot{x}_2 = & R x_1 - x_2 - x_1 x_3 \\ \dot{x}_3 = & x_1 x_2 - b x_3 \end{cases} \tag{1}$$

dove $\sigma = 10$, $R = 28$ e $b = 8/3$.

Procedura:

1. Discretizzare il sistema con passo 0.01.
2. Scegliere condizione iniziale $x(0) = [1 \quad 1 \quad 1]$
3. Disegnare la traiettoria del sistema per 10000 passi

Implementare manualmente l'algoritmo del gradiente

Trovare il minimo di una funzione

$$\frac{1}{2}x^T Ax + b^T + c$$

dove $A = \begin{bmatrix} 10 & 5 \\ 5 & 40 \end{bmatrix}$, $b = [1,\ 2]^T$ x e $c = 20$.

Procedura:

1. Considerare la condizione iniziale $x(0) = [1,\ 2]^T$
2. L'algoritmo del gradiente si implementa come $x(k+1) = x(k) - t\nabla f(x(k))$
3. Scegliere il passo t all'interno di una griglia di punti tra 0 e 1 con passo 0.01.

Soluzione di un sistema di equazioni non lineare

Fsolve

1. Leggere sull'help di Matlab il funzionamento del comando *fsolve*
2. Risolvere il sistema di equazioni non lineare

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2y - 2z - 1 = 0 \\ x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 2y - 2z + 7 = 0 \\ x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 6y - 2z + 7 = 0 \end{cases}$$

INTRODUZIONE ALL'USO DI MATLAB

Emanuele Crisostomi

September 23, 2010