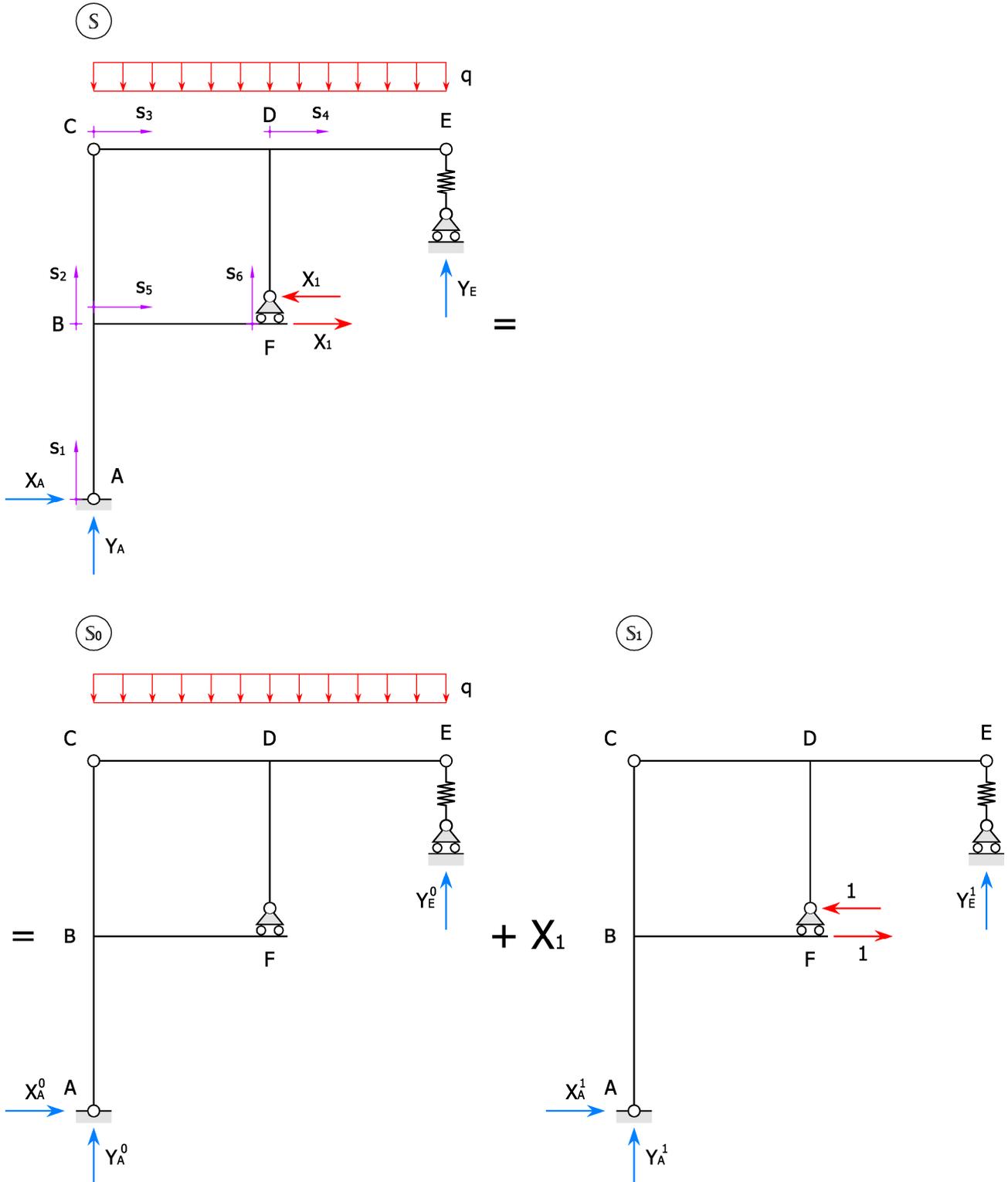




Prova scritta del 5 aprile 2013 – Soluzione

Problema A

Assunta come incognita iperstatica X_1 la reazione orizzontale in F, si decompone il sistema equivalente S nella somma del sistema S_0 e del sistema S_1 moltiplicato per X_1 .





Sistema S_0

Reazioni vincolari:

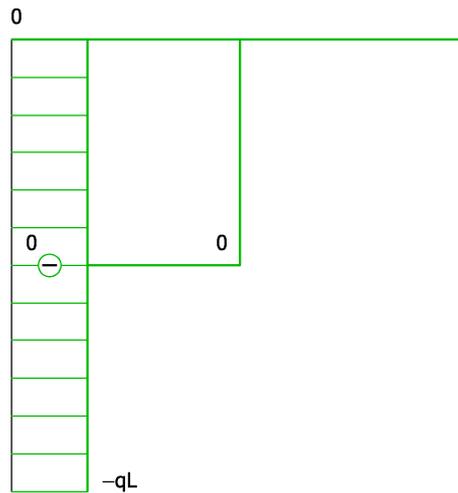
$$X_A^0 = 0, \quad Y_A^0 = qL, \quad Y_E^0 = qL.$$

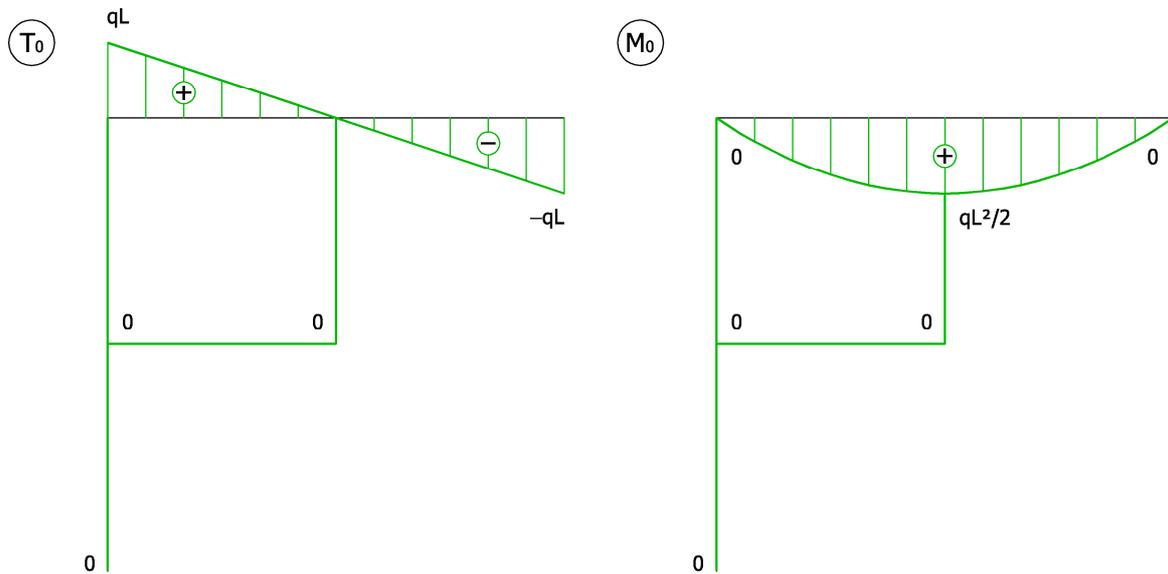
Caratteristiche della sollecitazione:

Trave n.	Estremi IJ	Ascissa	Forza normale N_{IJ}^0	Forza di taglio T_{IJ}^0	Mom. flettente M_{IJ}^0
1	AB	$0 \leq s_1 \leq L$	$-qL$	0	0
2	BC	$0 \leq s_2 \leq L$	$-qL$	0	0
3	CD	$0 \leq s_3 \leq L$	0	$qL - qs_3$	$qLs_3 - \frac{1}{2}qs_3^2$
4	DE	$0 \leq s_4 \leq L$	0	$-qs_4$	$\frac{1}{2}qL^2 - \frac{1}{2}qs_4^2$
5	BF	$0 \leq s_5 \leq L$	0	0	0
6	FD	$0 \leq s_6 \leq L$	0	0	0

Diagrammi:

(N_0)





Sistema S_1

Reazioni vincolari:

$$X_A^1 = 0, \quad Y_A^1 = 0, \quad Y_E^1 = 0.$$

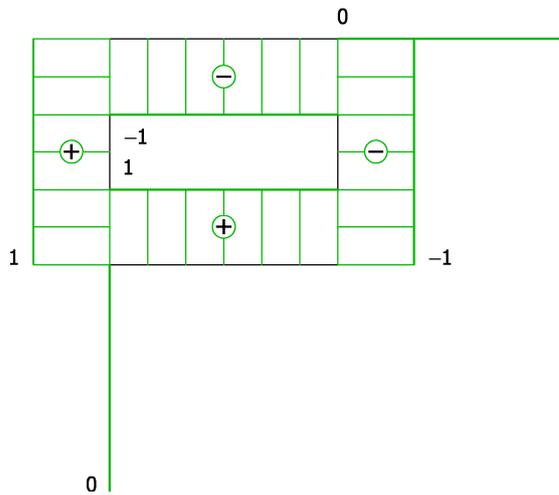
Caratteristiche della sollecitazione:

Trave n.	Estremi IJ	Ascissa	Forza normale N_{IJ}^1	Forza di taglio T_{IJ}^1	Mom. flettente M_{IJ}^1
1	AB	$0 \leq s_1 \leq L$	0	0	0
2	BC	$0 \leq s_2 \leq L$	1	-1	$L - s_2$
3	CD	$0 \leq s_3 \leq L$	-1	-1	$-s_3$
4	DE	$0 \leq s_4 \leq L$	0	0	0
5	BF	$0 \leq s_5 \leq L$	1	1	$-L + s_5$
6	FD	$0 \leq s_6 \leq L$	-1	1	s_6

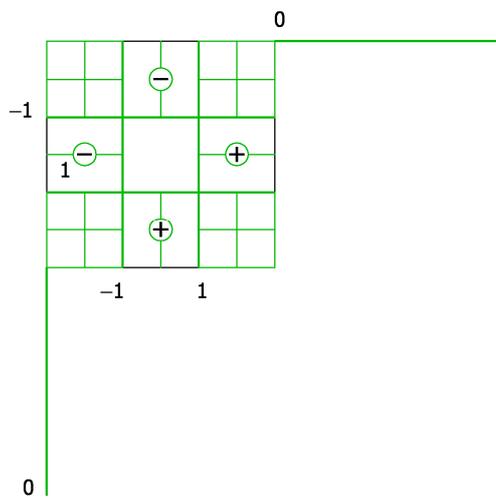


Diagrammi:

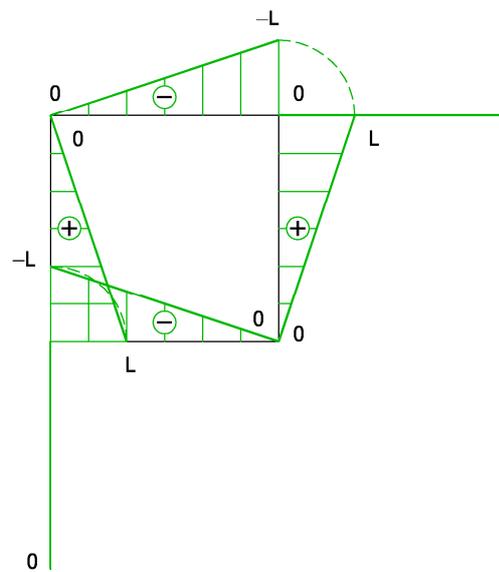
(N₁)



(T₁)



(M₁)





Determinazione dell'incognita iperstatica

Equazione di Müller-Breslau:

$$\eta_1 = \eta_{10} + X_1 \eta_{11} = 0.$$

Teorema dei lavori virtuali:

$$\mathcal{L}_e^{1 \rightarrow 0} = 1 \cdot \eta_{10} = \mathcal{L}_1^{1 \rightarrow 0} = \int_{\Omega} M_D^1 \kappa_D^0 ds,$$

$$\mathcal{L}_e^{1 \rightarrow 1} = 1 \cdot \eta_{11} = \mathcal{L}_1^{1 \rightarrow 1} = \int_{\Omega} M_D^1 \kappa_D^1 ds.$$

Coefficienti:

$$\eta_{10} = -\frac{5}{24} \frac{qL^4}{EJ}, \quad \eta_{11} = \frac{4}{3} \frac{L^3}{EJ}.$$

Incognita iperstatica:

$$X_1 = \frac{5}{32} qL.$$

N.B. La molla di costante k non dà alcun contributo a X_1 perché la reazione $Y_E^1 = 0$.

Problema B

Caratteristiche geometriche della sezione (il baricentro cade a metà altezza e gli assi x e y sono assi principali d'inerzia):

$$A = 14 at, \quad J_x = \frac{61}{6} a^3 t.$$

Caratteristiche della sollecitazione non nulle:

$$N = 10 P, \quad T_y = 8 P, \quad M_x = 8 Pa.$$

Tensioni sulle corde:

Corda	Ordinata	Momento statico	Tensione normale	Tensione tangenziale da taglio	Tensione ideale massima
n.	y	S_x^+	$\sigma_z = \frac{N}{A} + \frac{M_x}{J_x} y$	$\tau_{z\eta} = \frac{T_y S_x^+}{J_x t}$	$\sigma_{id} = \sqrt{\sigma_z^2 + 4\tau_{z\eta}^2}$
1	$-\frac{3}{2}a$	$-\frac{3}{4}a^2t$	$(\frac{5}{7} - \frac{72}{61}) \frac{P}{at}$	$-\frac{36}{61} \frac{P}{at}$	$1.269 \frac{P}{at}$
2	$-\frac{1}{2}a$	0	$(\frac{5}{7} - \frac{24}{61}) \frac{P}{at}$	0	$0.321 \frac{P}{at}$
3	0	$\frac{15}{8}a^2t$	$\frac{5}{7} \frac{P}{at}$	$\frac{90}{61} \frac{P}{at}$	$3.036 \frac{P}{at}$
4	$\frac{3}{2}a$	$\frac{3}{4}a^2t$	$(\frac{5}{7} + \frac{72}{61}) \frac{P}{at}$	$\frac{36}{61} \frac{P}{at}$	$2.232 \frac{P}{at}$