Dinamica delle Strutture - Anno 2010/2011 - Docente: Dott. Ing. Paolo S. Valvo

Prova d'esame del 13 dicembre 2010

Dati:

$E := 210 \cdot GPa$ $\qquad \rho := 7850 \cdot \frac{kg}{m^3}$ $\qquad A_{L90x90x9} := 15.52 \cdot cm^2$

$J_{HE300A} := 18260 \cdot cm^4$ $\qquad J_{HE400A} := 45070 \cdot cm^4$ $\qquad J_{HE500A} := 86970 \cdot cm^4$

$m_1 := 45000 \cdot kg$ $\qquad m_2 := 35000 \cdot kg$

$p_{1max} := 200 \cdot kN$ $\qquad p_{2max} := 100 \cdot kN$

Rigidezze equivalenti di piedritti e diagonali:

$$k_0 := \frac{E \cdot 2 A_{L90x90x9}}{2 \cdot \sqrt{2} \cdot 3 \cdot m} \qquad k_0 = 76820081 \cdot \frac{N}{m}$$

$$k_1 := 4 \cdot \frac{12 \cdot E \cdot J_{HE400A}}{(3 \cdot m)^3} \qquad k_1 = 168261333 \cdot \frac{N}{m}$$

$$k_2 := 4 \cdot \frac{12 \cdot E \cdot J_{HE300A}}{(3 \cdot m)^3} \qquad k_2 = 68170667 \cdot \frac{N}{m}$$

$$k_3 := \frac{12 \cdot E \cdot J_{HE500A}}{(6 \cdot m)^3} \qquad k_3 = 10146500 \cdot \frac{N}{m}$$

Equazioni di equilibrio dinamico:

$$-m_1 \cdot \frac{d^2}{dt^2} u_1 - (k_1 + k_0) \cdot u_1 + (k_2 + k_0) \cdot (u_2 - u_1) + p_1(t) = 0$$

$$-m_2 \cdot \frac{d^2}{dt^2} u_2 - (k_2 + k_0) \cdot (u_2 - u_1) - k_3 \cdot u_2 + p_2(t) = 0$$

in forma matriciale

$$\begin{pmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{d^2}{dt^2} u_1 \\ \frac{d^2}{dt^2} u_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} k_1 + k_2 + 2 \cdot k_0 & -k_2 - k_0 \\ -k_2 - k_0 & k_2 + k_3 + k_0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix}$$

Ricerca delle frequenze naturali:

$$\omega\_quadro := \left| \begin{pmatrix} k_1 + k_2 + 2 \cdot k_0 & -k_2 - k_0 \\ -k_2 - k_0 & k_2 + k_3 + k_0 \end{pmatrix} - \omega\_quadro \cdot \begin{pmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{pmatrix} \right| = 0 \text{ solve } \rightarrow \begin{bmatrix} \underline{2.82186948\ldots} \\ \underline{2.82186948\ldots} \end{bmatrix}$$

$$\omega\_quadro := \text{sort}(\omega\_quadro) \qquad \omega\_quadro = \begin{pmatrix} 2327.473 \\ 10773.29 \end{pmatrix} \frac{1}{s^2}$$

$$\omega_1 := \sqrt{\omega\_quadro_0} \qquad \omega_1 = 48.244 \frac{1}{s}$$

$$\omega_2 := \sqrt{\omega\_quadro_1} \qquad \omega_2 = 103.794 \frac{1}{s}$$

$$f_1 := \frac{\omega_1}{2 \cdot \pi} \qquad f_1 = 7.678 \cdot Hz \qquad T_1 := \frac{1}{f_1} \qquad T_1 = 0.130\,s$$

$$f_2 := \frac{\omega_2}{2 \cdot \pi} \qquad f_2 = 16.519 \cdot Hz \qquad T_2 := \frac{1}{f_2} \qquad T_2 = 0.061\,s$$

L'analisi con SAP2000 fornisce

$$f_{1SAP} := 6.890 \cdot Hz \qquad \frac{f_1}{f_{1SAP}} = 111.441 \cdot \%$$

$$f_{2SAP} := 15.023 \cdot Hz \qquad \frac{f_2}{f_{2SAP}} = 109.961 \cdot \%$$

<u>Trascurando la deformabilità da taglio e la massa dei piedritti</u>, invece, si trovano

$$f_{1SAP} := 7.677 \cdot Hz \qquad \frac{f_1}{f_{1SAP}} = 100.016 \cdot \%$$

$$f_{2SAP} := 16.518 \cdot Hz \qquad \frac{f_2}{f_{2SAP}} = 100.008 \cdot \%$$

Dinamica delle Strutture - Anno 2010/2011 - Docente: Dott. Ing. Paolo S. Valvo

Prova d'esame del 13 dicembre 2010 - Versione SENZA controventi

Dati:

$E := 210 \cdot GPa$ $\quad \rho := 7850 \cdot \frac{kg}{m^3}$ $\quad A_{L90x90x9} := 15.52 \cdot cm^2$

$J_{HE300A} := 18260 \cdot cm^4$ $\quad J_{HE400A} := 45070 \cdot cm^4$ $\quad J_{HE500A} := 86970 \cdot cm^4$

$m_1 := 45000 \cdot kg$ $\quad m_2 := 35000 \cdot kg$

$p_{1max} := 200 \cdot kN$ $\quad p_{2max} := 100 \cdot kN$

Rigidezze equivalenti dei piedritti:

$$k_1 := 4 \cdot \frac{12 \cdot E \cdot J_{HE400A}}{(3 \cdot m)^3} \qquad k_1 = 168261333 \cdot \frac{N}{m}$$

$$k_2 := 4 \cdot \frac{12 \cdot E \cdot J_{HE300A}}{(3 \cdot m)^3} \qquad k_2 = 68170667 \cdot \frac{N}{m}$$

$$k_3 := \frac{12 \cdot E \cdot J_{HE500A}}{(6 \cdot m)^3} \qquad k_3 = 10146500 \cdot \frac{N}{m}$$

Equazioni di equilibrio dinamico:

$$-m_1 \cdot \frac{d^2}{dt^2} u_1 - k_1 \cdot u_1 + k_2 \cdot (u_2 - u_1) + p_1(t) = 0$$

$$-m_2 \cdot \frac{d^2}{dt^2} u_2 - k_2 \cdot (u_2 - u_1) - k_3 \cdot u_2 + p_2(t) = 0$$

in forma matriciale

$$\begin{pmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{d^2}{dt^2} u_1 \\ \frac{d^2}{dt^2} u_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 + k_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix}$$

Ricerca delle frequenze naturali:

$$\omega\_quadro := \left| \begin{pmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 + k_3 \end{pmatrix} - \omega\_quadro \cdot \begin{pmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{pmatrix} \right| = 0 \text{ solve } \rightarrow \begin{bmatrix} \frac{GPa \cdot cm^4 \cdot (\sqrt{1693001230}}{1800 \cdot kg \cdot m} \\ -\frac{GPa \cdot cm^4 \cdot (\sqrt{1693001230}}{1800 \cdot kg \cdot m} \end{bmatrix}$$

$$\omega\_quadro := sort(\omega\_quadro) \qquad \omega\_quadro = \begin{pmatrix} 1459.945 \\ 6031.733 \end{pmatrix} \frac{1}{s^2}$$

$$\omega_1 := \sqrt{\omega\_quadro_0} \qquad \omega_1 = 38.209 \frac{1}{s}$$

$$\omega_2 := \sqrt{\omega\_quadro_1} \qquad \omega_2 = 77.664 \frac{1}{s}$$

$$f_1 := \frac{\omega_1}{2 \cdot \pi} \qquad f_1 = 6.081 \cdot Hz \qquad T_1 := \frac{1}{f_1} \qquad T_1 = 0.164\, s$$

$$f_2 := \frac{\omega_2}{2 \cdot \pi} \qquad f_2 = 12.361 \cdot Hz \qquad T_2 := \frac{1}{f_2} \qquad T_2 = 0.081\, s$$

L'analisi con SAP2000 fornisce

$$f_{1SAP} := 5.279 \cdot Hz \qquad \frac{f_1}{f_{1SAP}} = 115.196 \cdot \%$$

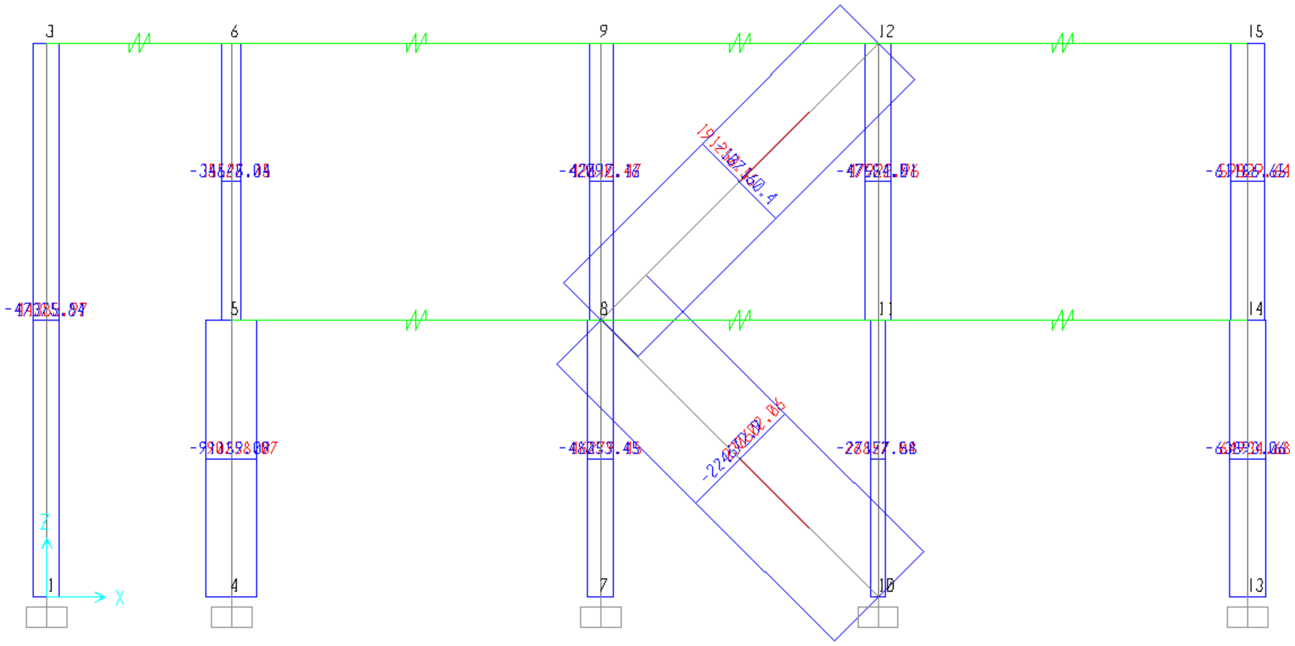
$$f_{2SAP} := 10.652 \cdot Hz \qquad \frac{f_2}{f_{2SAP}} = 116.041 \cdot \%$$

<u>Trascurando la deformabilità da taglio e la massa dei piedritti</u>, invece, si trovano

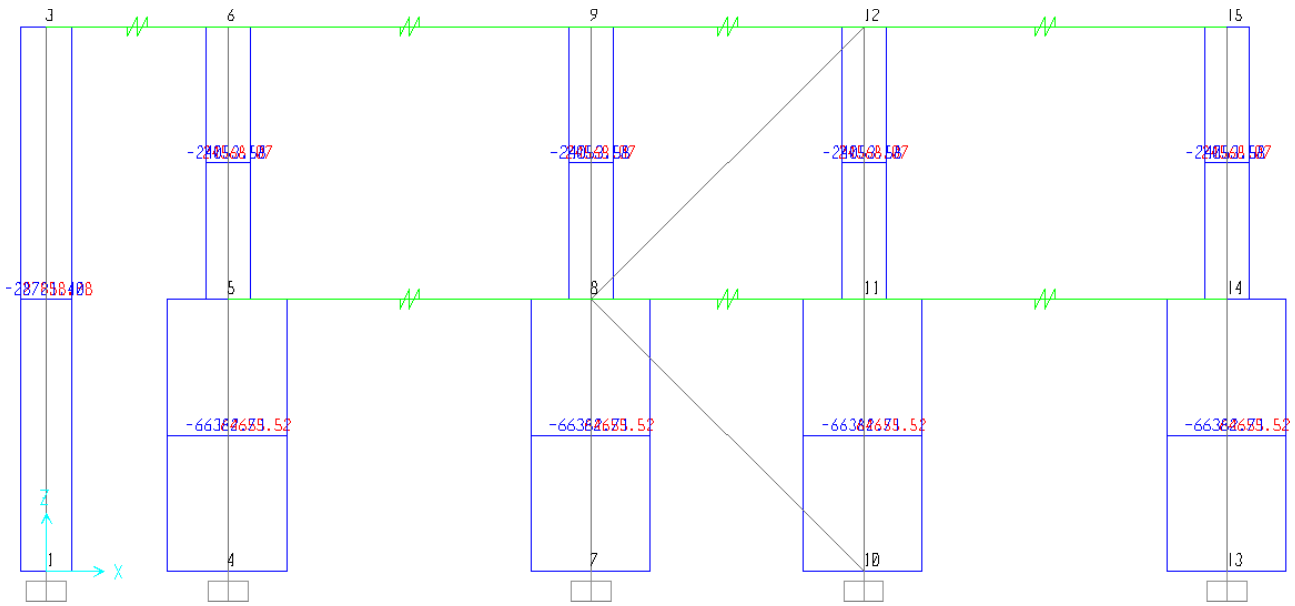
$$f_{1SAP} := 6.080 \cdot Hz \qquad \frac{f_1}{f_{1SAP}} = 100.02 \cdot \%$$

$$f_{2SAP} := 12.359 \cdot Hz \qquad \frac{f_2}{f_{2SAP}} = 100.013 \cdot \%$$

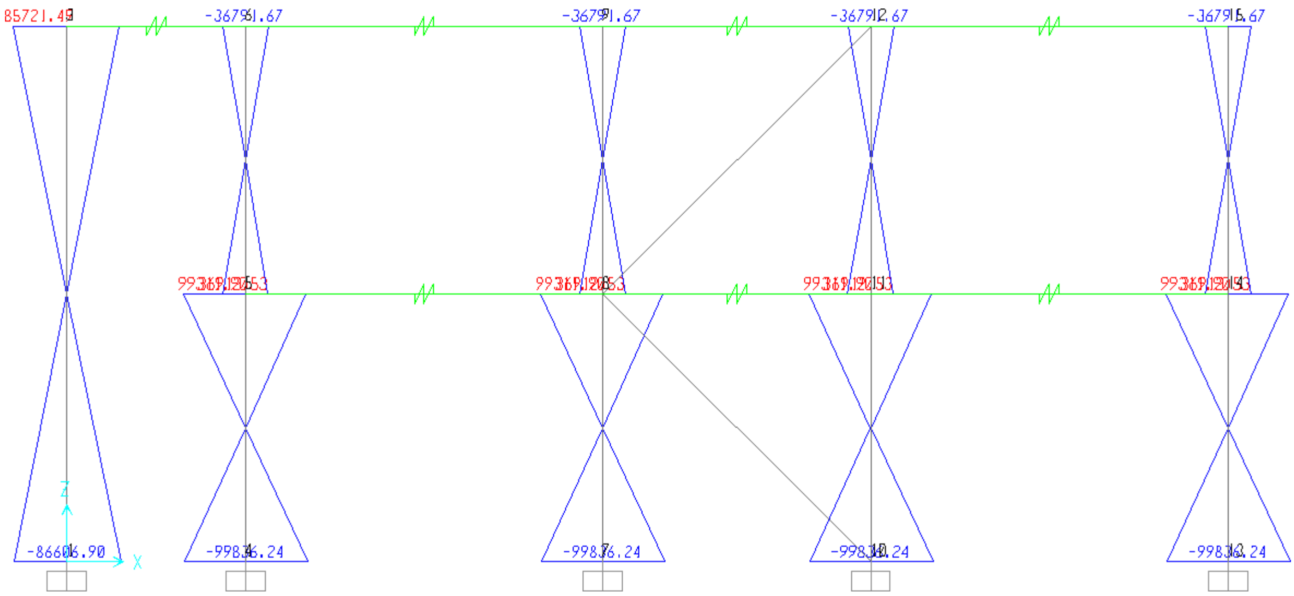
Prova d'esame del 13 dicembre 2010 – Diagrammi CdS



Forza normale



Forza di taglio



Momento flettente