# Appunti ed Esercizi di Fisica Tecnica e Macchine Termiche

# Cap.9. Principi di funzionamento delle macchine a fluido

# Paolo Di Marco

*Versione* 2006.02 – 18.05.07.

La presente dispensa è redatta ad esclusivo uso didattico per gli allievi dei corsi di studi universitari dell'Università di Pisa. L'autore se ne riserva tutti i diritti. Essa può essere riprodotta solo totalmente ed al fine summenzionato, non può essere alterata in alcuna maniera o essere rivenduta ad un costo superiore a quello netto della riproduzione. Ogni altra forma di uso e riproduzione deve essere autorizzata per scritto dall'autore.

L'autore sarà grato a chiunque gli segnali errori, inesattezze o possibili miglioramenti.

# 9.1 Introduzione

Fino a questo momento, abbiamo considerato le turbine, i compressori e le pompe come "scatole nere": ci siamo limitati ad applicare i bilanci termodinamici ai loro ingressi ed alle loro uscite senza preoccuparci dei loro principi di funzionamento, ed in particolare dei meccanismi fisici che consentono la trasformazione dell'energia interna del fluido in energia meccanica o viceversa. In questo capitolo, verranno esposti i principi fondamentali alla base di tali meccanismi fisici.

# 9.2 Macchine volumetriche e macchine dinamiche

Abbiamo già operato una distinzione delle macchine in macchine <u>motrici</u> (che convertono l'energia del fluido in energia meccanica) e macchine <u>operatrici</u> (che operano la trasformazione opposta). Nelle prime rientrano i motori alternativi e le turbine; le seconde sono usualmente distinte in *pompe* (se operano su un liquido) e *compressori* se operano su un gas. Una classificazione *indipendente dalla precedente* divide le macchine in <u>rotative</u> (quando gli organi di conversione sono animati da moto rotatorio) o <u>alternative</u> (con organi di conversione animati di moto alterno).

Infine, per gli scopi che ci prefiggiamo in questo capitolo, le macchine a fluido possono essere divise in due categorie principali: macchine <u>volumetriche</u> (o *statiche*) e macchine <u>dinamiche</u> (o *turbomacchine*). Nelle macchine volumetriche, il fluido è racchiuso in un volume che cambia periodicamente di forma (una pompa da bicicletta è un esempio calzante): la conversione deriva dalle forze di pressione, di natura essenzialmente statica, che si esercitano sulle pareti mobili. Nelle macchine dinamiche (rappresentate ad es. da un ventilatore) le forze sugli organi mobili sono causati dalla variazione del vettore velocità (in modulo e direzione) del fluido e sono quindi intrinsecamente connesse al moto dello stesso.

E'opportuno rimarcare come le tre classificazioni siano indipendenti tra di loro. Ad esempio, una turbina è una macchina motrice, rotativa e dinamica. Una pompa a pistoni è una macchina operatrice, alternativa, statica; ma una pompa ad ingranaggi è una macchina operatrice, rotativa, statica. Infine, una motrice a vapore a stantuffo (caduta oggi in disuso) è un esempio di macchina motrice, alternativa, statica.

Tutte le macchine a fluido possono trattare sia liquidi che aeriformi. I principi di funzionamento sono gli stessi. Tuttavia in particolari condizioni operative possono insorgere problematiche di natura differente: nel caso di aeriformi, ad alto numero di Mach si possono avere effetti dovuti alla comprimibilità del fluido; nel caso di liquidi, in vicinanza della temperatura di saturazione od in presenza di gas disciolti si possono creare delle sacche gassose (il fenomeno viene detto *cavitazione*) che perturbano notevolmente il funzionamento della macchina e/o ne danneggiano gli organi.

Le principali caratteristiche delle macchine volumetriche e dinamiche sono riassunte nella Tab. 9-1.

|   | MACCHINE VOLUMETRICHE                    |   | MACCHINE DINAMICHE                     |
|---|--|---|--|
| ٠ | Rotative o alternative.                  | ٠ | Solo rotative.                         |
| ٠ | Fluido periodicamente racchiuso in un    | ٠ | Flusso continuo di fluido. Portata     |
|   | volume. Portata pulsante nel tempo.      |   | costante nel tempo.                    |
| ٠ | Scambio di energia dovuto alla pressione | ٠ | Scambio di energia dovuto al moto      |
|   | statica sulle pareti mobili.             |   | relativo sugli organi mobili.          |
| ٠ | Variazione di momento motore nel         | ٠ | Momento motore o resistente pressoché  |
|   | tempo.                                   |   | costante.                              |
| ٠ | Momento motore pressoché indipendente    | ٠ | Momento motore fortemente dipendente   |
|   | dalla velocità del fluido.               |   | dalla velocità del fluido.             |
| ٠ | Forze alterne notevoli (per macchine     | ٠ | Assenza di forze alterne. Presenza di  |
|   | alternative).                            |   | spinte assiali.                        |
| ٠ | Basso rapporto potenza/massa della       | ٠ | Elevato rapporto potenza/massa della   |
|   | macchina.                                |   | macchina.                              |
| ٠ | Adatte per elevati rapporti di           | • | Adatte per rapporti di compressione    |
|   | compressione e basse portate.            |   | relativamente bassi e portate elevate. |

Tabella 9-1: Caratteristiche salienti delle macchine volumetriche e dinamiche a confronto.

# 9.3 Tipologie e principi di funzionamento delle macchine volumetriche

Le macchine volumetriche presentano una tipologia vastissima e non esauribile all'interno di questa trattazione: le più diffuse sono le pompe e i compressori ad ingranaggi o a vite (di tipo rotativo) e le pompe e i compressori a stantuffo (di tipo alternativo). In questo paragrafo faremo riferimento alle macchine alternative.

Nelle macchine alternative, il moto alternato dello stantuffo (pistone) è trasformato in moto rotatorio da un meccanismo biella-manovella, v. Fig.9-1. La *biella* PA è collegata al pistone tramite un perno detto spinotto; il punto P si dice anche piede di biella. Il componente AO è detto *manovella*. Il punto A (testa di biella o bottone di manovella) è animato di moto rotatorio che supporremo uniforme. L'albero motore ha asse passante per il punto O (cuscinetto di banco). La velocità del pistone (che corrisponde a quella del piede di biella) può essere ricavata derivando rispetto al tempo l'espressione

$$PO = l\cos\varphi + r\cos\theta \tag{9.1}$$

tenuto conto che  $l\sin\varphi = r\sin\theta$  e che  $\dot{\theta} = \omega$  si ottiene approssimativamente

$$v_{p} = \omega r \left( \operatorname{sen} \theta + \frac{r}{2l} \operatorname{sen} 2\theta \right)$$
(9.2)

da cui risulta che per l >> r il pistone è animato di moto armonico. La velocità massima del pistone si raggiunge quando biella e manovella sono in quadratura, ovvero formano un angolo di 90°.



Bilancio di forze in una macchina volumetrica alternativa

Figura 9-1: Trasmissione delle forze nel sistema biella-manovella ed equilibrio dei quattro organi che lo costituiscono.

Il bilancio di forze, nell'ipotesi che il moto sia lento o che la biella sia di massa trascurabile, in modo da poter trascurare le azioni dinamiche, mostra che la forza F agente sul pistone come risultante della pressione dei gas si scompone nelle componenti

$$F_b = \frac{F}{\cos\phi} \quad ; \quad N = F \tan\phi \tag{9.3}$$

La prima sollecita la biella a trazione/compressione, mentre la seconda non dà lavoro utile (essendo diretta perpendicolarmente al moto) e, spingendo il pistone contro il cilindro, provoca una resistenza per attrito. La forza N, con la sua corrispondente applicata al cuscinetto di banco O,  $N_O$ , forma una coppia di intensità variabile nel tempo detta *coppia di reazione*, che è pari al momento motore. Sul basamento di scarica anche una forza F, perpendicolare a  $N_O$  ed uguale in modulo alla forza agente sul pistone.

Le forze esterne che agiscono sul meccanismo (ovvero il sistema pistone-biella-manovella) sono dunque: il momento motore *M* applicato all'albero della manovella; la coppia di reazione *N*-*N*<sub>0</sub>, di valore pari ad *M*, che deve essere equilibrata dal basamento; la forza *F* agente sul pistone (dovuta alla pressione del fluido) e la corrispondente  $F_0$  sul cuscinetto di banco, che si equilibrano vicendevolmente. Più in generale, bisogna considerare anche che la *F* varia con la posizione del pistone.

Infine uguagliando la potenza della forza agente sul pistone a quella raccolta all'albero (nell'ipotesi quindi di attrito e forze inerziali trascurabili) si ottiene un'espressione del momento all'asse M

$$F v_p = M \omega \implies M = Fr\left(\operatorname{sen} \theta + \frac{r}{2l} \operatorname{sen} 2\theta\right)$$
 (9.4)

La Eq.(9.4) mostra che il momento motore all'albero non è costante, anche in caso di forza *F* costante e moto rotatorio uniforme dell'albero stesso. In particolare vi sono due *punti morti*  $(\theta = 0 \ e \ \theta = \pi)$  in cui il momento all'asse è comunque nullo. Inoltre, la presenza di un momento resistente elevato a macchina ferma può ostacolare l'avviamento delle macchine operatrici.

### Portata in una macchina volumetrica alternativa – rendimento volumetrico

La portata in una macchina volumetrica di cilindrata V il cui albero ruota alla velocità angolare n (giri/sec) è data da

$$G = \rho_i V n \eta_v \tag{9.5}$$

dove  $\rho_i$  rappresenta la densità del fluido in ingresso e  $\eta_v$  il rendimento volumetrico: tale grandezza, per i fluidi comprimibili, è minore di uno per una serie di fattori tra cui i principali sono le resistenze idrauliche nei condotti di aspirazione (che riducono la pressione e quindi la densità del fluido), i trafilamenti di fluido dalle tenute e l'effetto del *volume nocivo*, ovvero il volume di fluido compreso tra la testata ed il pistone quando quest'ultimo si trova al punto morto superiore: il gas compresso che rimane intrappolato in tale volume si espande nella successiva fase di ritorno del pistone, sottraendo così "spazio" al gas in ingresso. Per i liquidi si può porre  $\eta_v \cong 1$ ; per i gas si ha  $\eta_v \cong 0.85 - 0.65$ .

Il volume nocivo non può essere ridotto a zero per evitare gli urti del pistone sulla testata e per consentire l'apertura delle valvole di aspirazione e scarico.

Da questa breve e schematica trattazione si evince che le macchine alternative soffrono di due limitazioni fondamentali: la variabilità del momento motore o resistente (che viene in genere compensata con l'aggiunta di un volano) e le forze alterne sui cuscinetti che provocano sollecitazioni e vibrazioni del basamento. Ulteriori forze alterne si originano per effetto delle forze inerziali dovute alle masse del pistone e della biella, animati di moto accelerato: tali forze sono bilanciate in tutto o in parte da opportuni contrappesi (per approfondimenti in merito si veda il testo di Funaioli).

Il complesso di tali azioni provoca una limitazione del regime di rotazione della macchina o della massa e dimensione degli organi in moto: il che si traduce in definitiva, secondo la (9.5), in una limitazione della portata massima trattabile.

## ESEMPIO 9-1 – Determinazione della cilindrata di un compressore

Il compressore volumetrico alternativo di un impianto industriale di refrigerazione deve trattare una portata G = 0.03 kg/s di vapore saturo secco di ammoniaca alla temperatura di ingresso  $T_1 = -40$  °C. Determinare la cilindrata del compressore, supponendo che il rendimento volumetrico valga 0.7 e la velocità di rotazione 1430 rpm.

Dalle tabelle termodinamiche dell'ammoniaca, a x = 1 e T = -40 °C si ha  $v_I = 1.553$  m<sup>3</sup>/kg e quindi  $\rho_I = 0.64$  kg/m<sup>3</sup>. Dalla Eq.(9.5) si ha quindi

 $V = \frac{G}{\rho_i \eta_v n} = \frac{0.03}{0.64 \cdot 0.7 \cdot 1430/60} = 0.0028 \text{ m}^3 = 2.8 \text{ L}$ 

# 9.4 Principi di funzionamento delle macchine dinamiche

Nelle macchine dinamiche, come detto, le azioni esercitate dal fluido sugli organi della macchina sono dovute al moto del fluido, e sono quindi di natura essenzialmente dinamica. Vedremo in seguito che tali azioni possono essere comprese in termini di bilancio del momento della quantità di moto del sistema.

Le macchine dinamiche sono sempre di natura rotativa. Lo schema di principio è riportato in Fig. 9-2. Sull'asse di rotazione sono calettati una o più dischi detti *ruote* su cui sono ricavati dei condotti (*palettature*) che dirigono opportunamente il moto del fluido; questa parte della macchina si dice *rotore* o *girante* ed è calettata su cuscinetti in grado di sopportarne le spinte radiali ed assiali. All'asse di rotazione sono collegati gli organi destinati a raccogliere la potenza erogata (es. un alternatore) o a fornire la potenza richiesta (es. un motore elettrico). Anche la parte fissa della macchina (*cassa* o *statore*) può recare palettature (*distributore*) che orientano opportunamente il flusso di fluido sul rotore, oltre eventualmente ad accelerarlo o rallentarlo. Le macchine più semplici (ventilatori, mulini a vento) non hanno cassa.



Figura 9-2: Schema di principio del funzionamento di una turbina assiale, con indicato il flusso di gas.

Le turbomacchine si dicono ad un solo stadio quando hanno un'unica ruota, oppure *multistadio* quando sono costituite da più ruote in serie, intervallate in genere da schiere di palettature statoriche, vedi Figg. 9-3 e 9-4. A seconda della direzione prevalente di efflusso le turbomacchine si distinguono in *assiali* (flusso parallelo all'asse di rotazione), *radiali* (flusso orientato perpendicolarmente all'asse di rotazione, in direzione radiale), e *miste*. Le macchine radiali si dicono *centrifughe* quando il flusso è diretto dall'interno del rotore verso l'esterno, *centripete* in caso contrario.



**Figura 9-3:** Turbine assiali multistadio: i condotti rotorici (più chiari) sono inframmezzati da palettature statoriche (più scure). Il flusso è da sinistra verso destra. La turbina a destra ha due stadi, quella a sinistra quattro.



**Figura 9-4:** Dettaglio delle palettaure statoriche e rotoriche di una turbina a gas multistadio. Le palettature dei primi stadi, esposte a gas molto caldi, sono refrigerate.

Il principio di base di funzionamento di una macchina dinamica può essere compreso intuitivamente tramite il seguente esempio: supponiamo di essere in piedi su una tavola di una giostra che si muove di moto rotatorio uniforme e di spostarci radialmente dalla periferia verso il centro. Questo provoca un decremento del momento d'inerzia del sistema (dato che la nostra massa si avvicina all'asse di rotazione) e quindi, in assenza di azioni esterne, dovendosi il momento angolare mantenere costante, si avrebbe un aumento di velocità angolare. Per mantenere la velocità angolare costante, bisogna esercitare una coppia discorde col verso di rotazione, esercitando così lavoro negativo sul sistema, ovvero raccogliendo lavoro all'esterno: su questo principio, in parole povere, funzionano le turbine centripete. L'opposto avviene se ci spostiamo dal centro alla periferia: questo caso corrisponde ad una pompa. Naturalmente, il nostro moto sulla tavola della giostra potrebbe essere non diretto radialmente e questo introduce altri gradi di libertà nelle variazioni del momento angolare.

Alcune tipologie più frequenti di turbomacchine sono descritte nel seguito (si tralasciano in questa sezione le macchine idrauliche). La Fig. 9-5 mostra una turbina a vapore di un impianto termolettrico, collegata ad un alternatore. I rotori sono riportati in dettaglio sulla destra.





**Figura 9-5:** Turbina a vapore di un impianto termoelettrico: nelle foto di sinistra si notano, a partire dal basso, il corpo di alta pressione (flusso verso il basso) quello di media pressione (flusso verso l'alto) e quello di bassa pressione (a doppio flusso). Ancora più in alto si vede l'alternatore. Sulla destra, in alto un rotore di alta pressione sopra la sua cassa (si vede in testa, a sinistra, la ruota ad azione, più grande, di cui parleremo in seguito) ed in basso un rotore di media e bassa pressione.

La Fig. 9-6 mostra un compressore centrifugo multistadio. Infine la Fig. 9-7 mostra un motore aeronautico turboelica (i dettagli sono riportati nelle didascalie).



**Figura 9-6:** Compressore centrifugo multistadio. Il flusso procede da sinistra a destra, come si può notare dalla progressiva riduzione del diametro dei condotti. I canali statorici riportano il gas dalla periferia della girante precedente all'occhio di quella successiva. Vi sono due spillamenti intermedi di gas al 2° ed al 4° stadio.



Figura 9-7: Spaccato di un motore turboelica. Da sinistra si notano il compressore (tre stadi assiali più uno centrifugo), la camera di combustione e la turbina. La turbina, in quattro stadi, è divisa in due sezioni indipendenti: le prime due ruote azionano il compressore e le ultime due (dette ruote di potenza) il carico. In questo modo è possibile variare il regime di rotazione dell'elica senza perturbare il funzionamento del compressore. Infine, all'estrema destra, si nota il riduttore meccanico di velocità.

# Richiami sui principi fisici fondamentali alla base del funzionamento delle turbomacchine

## Composizione delle velocità

All'interno di questo capitolo, per conformità con la notazione usata generalmente per le turbomacchine, definiremo  $\vec{c}$  la velocità nel sistema di riferimento fisso (solidale con lo statore della macchina),  $\vec{w}$  la velocità relativa nel sistema solidale con il rotore ed  $\vec{u}$  la velocità di trascinamento. Come è noto, vale la regola di composizione vettoriale delle velocità

$$\vec{c} = \vec{u} + \vec{w} \tag{9.6}$$

#### Bilancio del momento della quantità di moto

Il momento della quantità di moto, o momento angolare, rispetto ad un polo O, è definito, per un sistema di masse discrete  $m_i$  animate da velocità  $\vec{c}_i$ , dal prodotto vettoriale<sup>1</sup>

$$\vec{P} = \sum_{i} m_{i}(\vec{r_{i}} \times \vec{c_{i}}) = \sum_{i} m_{i}(\vec{P_{i}} - \vec{O} \times \vec{c_{i}})$$
(9.7)

Per un sistema continuo, la sommatoria è sostituita da un integrale sul volume V del sistema.

Giova ricordare che, in forza delle proprietà del prodotto vettoriale, le componenti di velocità parallele ad  $\vec{r}$  non danno contributo al momento angolare, e che il vettore prodotto è diretto perpendicolarmente ad entrambi i fattori.

Il momento angolare è una grandezza vettoriale estensiva e quindi anche per essa (esattamente come per la massa e l'energia) si può scrivere un'equazione di bilancio. Per un sistema chiuso essa è semplicemente data dalla seconda equazione cardinale della dinamica

$$\overrightarrow{M}_{e} = \frac{d \overrightarrow{P}}{d t}$$
(9.8)

Dove  $\vec{M}_e$  rappresenta il momento delle forze esterne ( $\vec{M}_e = \vec{r} \times \vec{F}_e$ ). Detta equazione esprime il fatto che la variazione per unità di tempo del momento angolare di un sistema è dovuta al flusso di momento angolare introdotto nel sistema stesso dalle forze esterne, che altro non è che il momento delle forze stesse (come corollario, il momento angolare si conserva in un sistema isolato).

Per un sistema aperto bisogna introdurre anche la variazione di momento angolare trasportata dentro e fuori il sistema dai flussi di massa entranti ed uscenti. La formulazione generale è alquanto ostica dal punto di vista matematico, per cui ci limitiamo a scriverla nelle ipotesi seguenti, particolarmente adatte per descrivere il comportamento di una turbomacchina.

- Il sistema è a regime, quindi la variazione del momento angolare nel tempo è nulla; l'asse di rotazione ha orientamento costante nel tempo e il sistema è animato da velocità angolare costante.
- Ci limitiamo a considerare la componente del vettore momento angolare diretta lungo l'asse di rotazione del sistema: in altre parole, scriviamo una equazione scalare invece di una equazione vettoriale come la (9.8).

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Si ricorda che il prodotto vettoriale di due vettori  $\underline{u} \times \underline{v}$  che formano tra loro un angolo  $\alpha$  è un vettore orientato perpendicolarmente al piano contenente  $\underline{u} \in \underline{v}$ , di modulo  $u v \operatorname{sen} \alpha$  e verso dato dalla regola della mano destra.

• Il sistema ha un solo ingresso ed una sola uscita, ed essendo a regime, la portata massica è costante.

In tale ipotesi l'equazione si può scrivere come

$$M_e = G(r_u c_{\theta,u} - r_i c_{\theta,i}) \tag{9.9}$$

dove  $r_i$  rappresenta la distanza della sezione di ingresso (o più precisamente, anche se non esattamente, quella del suo baricentro) dall'asse di rotazione e  $c_{\theta}$  rappresenta la componente di velocità tangenziale, ovvero perpendicolare al piano *OAP* (v. Fig.9-8): infatti, come risulta dalla figura suddetta, le componenti di velocità radiale ed assiale non danno momento angolare nella direzione dell'asse di rotazione (si ricorda che componente la componente del momento angolare lungo l'asse *a*, di versore  $\vec{k}$ , è data dal prodotto misto  $\vec{r} \times \vec{c} \cdot \vec{k}$ , e che tale prodotto è nullo quando i tre vettori sono complanari).

Bisogna notare il perfetto parallelo tra l'Eq.(9.9) ed i bilanci di massa ed energia introdotti nel cap.4: anche in questo caso, essendo il sistema a regime, la variazione di momento angolare nel tempo è nulla, e quindi il flusso di momento angolare introdotto od estratto dal sistema dalle forze esterne (primo membro) eguaglia quello dovuto all'introduzione o estrazione di massa (secondo membro).



**Figura 9-8:** Componente assiale del momento angolare per unità di massa del fluido, che possiede una velocità  $\vec{c}$  di componenti radiale, tangenziale ed assiale rispettivamente  $c_r$ ,  $c_a$ ,  $c_{\theta}$ .

L'espressione del momento angolare trasportato dalla massa si spiega facilmente notando che il prodotto  $r_i c_{\partial i}$  rappresenta il momento angolare per unità di massa rispetto all'asse di rotazione: moltiplicando tale quantità per il flusso di massa nell'unità di tempo, ovvero la portata *G*, si ottiene il flusso di momento angolare per unità di tempo.

L'Eq.(9.9) mostra che nelle macchine dinamiche (al contrario di quelle statiche) il momento applicato all'albero è proporzionale alla portata di fluido.

Oltre al bilancio di momento di quantità di moto, sarebbe ovviamente possibile scrivere un *bilancio di quantità di moto*, generalizzando la prima equazione cardinale della dinamica ai sistemi fluidi aperti. Tale equazione (anch'essa vettoriale) costituisce la base della *fluidodinamica* ed è utilizzata per spiegare una varietà di fenomeni che vanno dalla teoria della lubrificazione, alla resistenza sui corpi in moto in un fluido, al volo degli aerei, alle spinte sui condotti percorsi da un fluido. Il bilancio di quantità di moto per un fluido newtoniano incomprimibile (costituito da una equazione vettoriale, ovvero tre scalari) prende il nome di *equazioni di Navier-Stokes*. Per la brevità del corso cui si riferiscono queste note, essa viene (a malincuore) tralasciata. Nell'ambito delle turbomacchine, tale bilancio sarebbe necessario per determinare le spinte assiali sui rotori delle turbine.



**Figura 9-9:** Schematizzazione di un singolo stadio di turbomacchina assiale, con la palettatura fissa del distributore (in basso) e quella mobile del rotore (al centro).

## Bilancio di energia in una turbomacchina

Nel seguito, faremo riferimento ad uno stadio di turbomacchina (vedi Fig. 9-9) costituito da uno statore (o distributore), seguito da un rotore e denoteremo con l'indice 0 la sezione di ingresso nello statore della macchina, con l'indice 2 la sezione di uscita dal rotore e con l'indice 1 la sezione di confine tra statore e rotore. Supponendo la macchina a regime ed adiabatica, il bilancio di energia per l'intero sistema è dato da

$$W'_{m} = G\left[\left(h_{0} + \frac{c_{0}^{2}}{2}\right) - \left(h_{2} + \frac{c_{2}^{2}}{2}\right)\right] = G\left(h_{r,0} - h_{r,2}\right)$$
(9.10)

dove *non* si sono trascurate le energie cinetiche in ingresso ed uscita; con  $h_r$  si indica il valore della cosiddetta *entalpia di ristagno* (talvolta anche *entalpia totale*) che include l'energia cinetica

$$h_r = h + \frac{c^2}{2}$$
(9.11)

Per contrapposizione, l'entalpia *h* viene detta *entalpia statica*, in quanto non include il contributo dell'energia cinetica. Ovviamente l'entalpia statica è sempre minore od uguale all'entalpia di ristagno, e per un fluido in quiete esse coincidono.

Per lo statore (supposto adiabatico e rigido) si ha, analogamente agli ugelli visti nel cap.5

$$h_0 + \frac{c_0^2}{2} = h_1 + \frac{c_1^2}{2}$$
, ovvero  $h_{r,0} = h_{r,1}$  (9.12)

L'equazione precedente ci dice che nello statore l'entalpia del fluido si converte in energia cinetica o viceversa, ma l'entalpia di ristagno si mantiene costante, ovvero lo statore si comporta come un *ugello* (v. Cap.4).

Infine per il rotore possiamo adottare due diversi punti di vista: adottiamo il sistema di riferimento fisso, rispetto al quale il rotore il rotore ruota e bisogna usare le velocità assolute

$$W'_{m} = G\left[\left(h_{1} + \frac{c_{1}^{2}}{2}\right) - \left(h_{2} + \frac{c_{2}^{2}}{2}\right)\right] = G\left(h_{r,1} - h_{r,2}\right)$$
(9.13)

Ovviamente, le tre equazioni suddette non sono indipendenti fra loro, la (9.10) è la somma della (9.12) e della (9.13).

Nelle macchine operatrici, in cui lo statore segue il rotore, gli indici delle equazioni precedenti vanno adattati in maniera banale.

Il lettore può, giustificatamente, sentirsi confuso dal fatto che nell'analisi delle turbine condotta nel Cap.4, l'energia cinetica del vapore era stata trascurata. In realtà, in tale situazione il bilancio energetico veniva applicato tra le tubazioni di adduzione ed estrazione del fluido dalla cassa della turbina, dove la velocità e di circa 10 m/s, quindi l'energia cinetica (e a maggior ragione la differenza tra la energia cinetica in ingresso e quella in uscita) è trascurabile rispetto all'entalpia. Invece nel caso presente, il bilancio si applica tra l'estremità dei condotti statorici e rotorici, dove le velocità hanno un valore notevolmente più elevato. Ancora una volta, si evince che la corretta identificazione dei confini del sistema è indispensabile per una corretta applicazione dei bilanci.

#### Potenza erogata od assorbita da una turbomacchina. Equazione di Eulero.

Riprendiamo la Eq. (9.9) e deriviamo da essa l'espressione della potenza moltiplicando ambo i membri per la velocità angolare del rotore,  $\omega$ 

$$W'_{m} = -M_{e} \omega = G \omega \left( r_{i} c_{\theta,i} - r_{u} c_{\theta,u} \right)$$
(9.14)

Il segno negativo deriva dal fatto che, conformemente alla notazione tradizionalmente adottata in termodinamica si considera *positivo* il lavoro (e quindi anche la potenza) *ceduta al sistema* (caso delle macchine operatrici) e *negativo* quello *ceduto all'esterno* (caso delle macchine motrici).

Si può sfruttare il fatto che la velocità di trascinamento è data da  $u = \omega r$  per riformulare la precedente come

$$W'_{m} = G\left(u_{i}c_{\theta,i} - u_{u}c_{\theta,u}\right) \tag{9.15}$$

Oppure, in termini di lavoro per unità di massa

$$\frac{W'_m}{G} = l' = \left(u_i c_{\theta,i} - u_u c_{\theta,u}\right) \quad \left[\frac{J}{kg}\right]$$
(9.16)

La Eq.(9.16) è stata derivata per la prima volta da Leonhard Euler nel 1754 e prende il nome di *equazione di Eulero delle turbomacchine*. In altri testi, il nome "equazione di Eulero" è riferito alla Eq.(9.9).



**Figura 9-10:** Componenti della velocità in una turbomacchina: la componente  $c_x$  può essere radiale, assiale o in entrambe le direzioni.

La (9.15) può essere ancora rielaborata in termini di velocità totali anziché di componenti tangenziali. A tal fine, facciamo riferimento alla Fig.9-10, in cui con  $c_{\theta}$  si indica la componente tangenziale (ovvero, parallela ad  $\vec{u}$ ) della velocità assoluta e con  $c_x$  si indica la rimanente componente di  $\vec{c}$ , che può essere diretta radialmente, assialmente o in entrambe le direzioni. Si ha ovviamente

$$c^2 = c_0^2 + c_x^2 \tag{9.17}$$

Dal triangolo ABD di Fig.9-10 si ha anche

$$(c_{\theta} - u)^2 = w^2 - c_x^2 \tag{9.18}$$

e sostituendo il valore di  $c_x$  dato dalla (9.17) si ha con semplici passaggi

$$u c_{\theta} = \frac{c^2 + u^2 - w^2}{2}$$
(9.19)

Sostituendo nella (9.15) si ha infine

$$l' = \frac{W'_m}{G} = \frac{(c_1^2 - c_2^2) + (u_1^2 - u_2^2) - (w_1^2 - w_2^2)}{2}$$
(9.20)

La (9.20) mostra che il fluido compie lavoro positivo (quindi ceduto all'esterno) secondo tre meccanismi: riducendo la sua energia cinetica assoluta (primo termine), spostandosi dalla periferia al centro del rotore (secondo termine) ed espandendosi nel rotore (terzo termine). E' opportuno notare due importantissime implicazioni della (9.20).

La prima è che il lavoro per unità di massa (e quindi, finché si rimane sulla terra, anche quello per unità di peso, ovvero la prevalenza) scambiato in una turbomacchina *dipende solo dai triangoli di velocità* (e quindi dalla forma dei condotti) e *non dalla natura del fluido* che vi scorre. Questo spiega perché tali macchine, ad es. le pompe centrifughe, vengono

caratterizzate dalla prevalenza, che rimane invariata indipendentemente dal fluido che trattano.

In realtà, un'analisi più dettagliata mostra che la natura del fluido (ad es. la sua viscosità) influenza le perdite che hanno luogo nelle palettature, e quindi che fluidi diversi danno luogo a prestazioni (sia pur lievemente) diverse.

La seconda implicazione della (9.20) riguarda le macchine radiali e miste: è evidente che il secondo termine è *positivo* caso di flusso centripeto  $(u_1 > u_2)$  e *negativo* in caso di flusso centrifugo (nel caso di macchine assiali, esso è invece nullo). Quindi per sfruttare al meglio tale termine, conviene che le macchine operatrici, ovvero le pompe, che scambiano lavoro negativo, siano *centrifughe*, mentre quelle motrici, che scambiano lavoro positivo, siano *centripete*. Naturalmente è possibile anche fare una scelta opposta, ma questo ha come conseguenza che, per compensare l'effetto sfavorevole del secondo termine, gli altri due termini devono essere aumentati. Questo implica l'incremento della velocità di attraversamento dei condotti della macchina, con conseguenze negative per le perdite per attrito, che aumentano al crescere di tale velocità.

#### Grado di reazione

Si definisce *grado di reazione* il rapporto tra salto entalpico statico nel rotore e salto entalpico totale

$$R = \frac{h_1 - h_2}{h_{r,0} - h_{r,2}} \tag{9.21}$$

Il grado di reazione rappresenta l'energia ceduta per effetto dell'espansione nel rotore in rapporto all'energia ceduta totale. Il grado di reazione è compreso tra 0 ed 1.

Bisogna notare che al numeratore compare l'entalpia statica, e *non* l'entalpia di ristagno. In altri termini, al numeratore non si considera l'energia ceduta nel rotore per effetto di variazioni di energia cinetica del fluido ma solo quella dovuta alla pura espansione.

Se una macchina ha R = 0 l'espansione del fluido avviene esclusivamente nello statore; tale tipo di macchina si dice *ad azione*. Viceversa, se  $R \neq 0$  la macchina è detta *a reazione* e l'espansione del fluido prosegue anche nei condotti rotorici.

Confrontando la (9.20) con la (9.13) si ottiene

$$h_1 - h_2 = \frac{(u_1^2 - u_2^2) - (w_1^2 - w_2^2)}{2}$$
(9.22)

mentre dalla (9.10) e dalla (9.20) si ha

$$h_{r,0} - h_{r,2} = \frac{(c_1^2 - c_2^2) + (u_1^2 - u_2^2) - (w_1^2 - w_2^2)}{2}$$
(9.23)

Combinando le (9.21), (9.22), (9.23) si ha un'ulteriore espressione del grado di reazione R

$$R = \frac{(u_1^2 - u_2^2) - (w_1^2 - w_2^2)}{(c_1^2 - c_2^2) + (u_1^2 - u_2^2) - (w_1^2 - w_2^2)}$$
(9.24)

## 9.5 Turbine assiali monostadio ad azione e reazione.

Nel seguito di questo paragrafo faremo riferimento a turbine *assiali*, ovvero quelle in cui il moto del fluido è parallelo all'asse della macchina. Di conseguenza, la velocità periferica non cambia, ovvero

$$\vec{u}_1 = \vec{u}_2 = \vec{u}$$
 (9.25)

Considereremo inoltre, per semplicità, solo il caso di espansione ideale (isoentropica) del fluido. Analizzeremo in successione le turbine a singolo stadio ad azione e a reazione, e infine quelle multistadio.

Il bilancio di energia per il rotore, Eq.(9.13) può in questo caso essere scritto anche in un sistema di riferimento solidale con il rotore stesso, nel quale non viene erogato lavoro (essendo il rotore per definizione fermo in tale sistema) ma bisogna far riferimento alle velocità relative

$$h_1 + \frac{w_1^2}{2} = h_2 + \frac{w_2^2}{2} \tag{9.26}$$

## Turbine ad azione

Nelle turbine ad azione si ha grado di reazione R = 0. Di conseguenza, l'espansione del fluido avviene completamente nello statore: il rotore ha il ruolo di convertire l'energia cinetica che il fluido ha acquisito in energia meccanica.

Nel campo delle macchine a vapore, tale turbina fu inventata da De Laval nel 1883.

Da R = 0, v. Eq.(9.21), segue  $h_1 = h_2$  e conseguentemente, dalla (9.26) per tali turbine

 $w_1 = w_2$  (9.27)

ovvero le velocità *relative* in ingresso e in uscita al rotore sono uguali *in modulo*. Un'altra importante conseguenza della mancata espansione nel rotore è che (trascurando le perdite) la pressione a monte e a valle del rotore è uguale,  $p_1 = p_2$ . Non essendovi espansione, i vani tra le palette rotoriche hanno sezione costante e, in forza dei triangoli di velocità riportati in Fig.9-12, la faccia anteriore e posteriore della girante sono simmetriche.

Le trasformazioni ideali (e quindi isoentropiche) subite dal fluido in tale turbina sono illustrate nel diagramma *h-s* di Fig.9-11. Non essendovi salto di pressione attraverso il rotore, le isobare 1 e 2 coincidono. Il fluido in ingresso (sezione 0) ha entalpia  $h_0$  ed entalpia di ristagno  $h_{r,0} = h_0 + c_0^2/2$ . All'uscita dello statore (punto 1) il salto entalpico  $h_{r,0} - h_1$  si è trasformato in energia cinetica,  $c_1^2/2$ . All'interno del rotore non si ha salto entalpico, per cui  $h_1 = h_2$ . All'uscita del rotore, abbiamo una energia cinetica  $c_2^2/2$  che non può essere nulla, altrimenti il fluido non potrebbe uscire dalla macchina. Il lavoro erogato per unità di massa, conformemente alla (9.10) è dato dalla differenza delle entalpie di ristagno, ovvero dall'altezza del tratto AB.





Vale anche la pena di ricordare che, quando il fluido scorre stazionariamente in un condotto rigido ed adiabatico (v. la trattazione degli ugelli nel Cap.5) *l'entalpia di ristagno si mantiene costante*: nel caso presente, questo è illustrato dalla (9.12).

Vediamo adesso di determinare il valore delle velocità nelle varie sezioni della turbina: tali valori vengono tradizionalmente riportati in diagrammi che prendono il nome di *triangoli delle velocità*. Vediamo quali sono i requisiti cui debbono conformarsi le velocità in una turbina ad azione:

- le velocità relative in ingresso ed uscita rotore (in assenza di perdite) devono essere uguali in modulo, conformemente alla (9.27);
- la velocità assoluta di uscita  $c_2$  deve essere diretta perpendicolarmente alla sezione di uscita: infatti una componente tangenziale di velocità accrescerebbe inutilmente il modulo di  $c_2$ , riducendo il lavoro utile senza dare alcun contributo alla portata in uscita (questa condizione non è necessaria per turbine multistadio, dove l'energia cinetica in uscita può essere recuperata nello stadio successivo).

I triangoli di velocità risultanti sono riportati in fig.9-12, dove si è fatto uso della regola di composizione vettoriale delle velocità, Eq.(9.6). Si può partire a costruire il triangolo all' uscita 2, imponendo che  $c_2$  sia assiale. Dalla composizione di velocità si ricava la velocità relativa in uscita  $w_2$ 

$$\overrightarrow{w_2} = \overrightarrow{c_2} - \overrightarrow{u_2} \tag{9.28}$$



Figura 9-12: Triangoli di velocità per uno stadio di turbina assiale ad azione (caso ideale).

Si impone quindi l'uguaglianza dei moduli delle velocità relative w. Ovviamente le due velocità  $w_1$  e  $w_2$  non possono avere la stessa direzione, altrimenti non vi sarebbe spinta sulle palette<sup>2</sup>, per cui in una turbina assiale l'unica soluzione è che la  $w_1$  sia orientata in maniera simmetrica rispetto all'asse.

Dalla (9.20) risulta per una turbina ad azione, essendo  $w_1 = w_2$ ,  $u_1 = u_2$ 

$$l' = \frac{W'_m}{G} = \frac{c_1^2 - c_2^2}{2}$$
(9.29)

d'altra parte dall'analisi dei triangoli di velocità, Fig.9-12, risulta che  $w_2$  ed u non sono indipendenti, e valgono le relazioni

$$u = c_1 \frac{\cos \alpha_1}{2} \tag{9.30}$$

$$c_2 = c_1 \operatorname{sen} \alpha_1 \tag{9.31}$$

$$w_1 = w_2 = \frac{c_1}{2}\sqrt{4 - 3\cos^2\alpha_1}$$
(9.32)

Dove abbiamo introdotto il parametro  $\alpha_I$ , ovvero l'*angolo di efflusso dalla palettaura fissa* (v. Fig.9-12) che usualmente vale  $14^{\circ}-20^{\circ}$ .

Definiamo *rendimento dello stadio* (o *rendimento interno* della turbina)  $\eta_t$  il rapporto tra il lavoro ottenuto dallo stadio e quello massimo disponibile, dato dal massimo salto di entalpia  $h_{r,0} - h_2$ 

$$\eta_t = \frac{l'}{h_{r,0} - h_2} \tag{9.33}$$

nel caso della turbina ad azione, v. Fig.9-11 si ha

$$h_{r,0} - h_2 = \frac{c_1^2}{2} \tag{9.34}$$

tenendo conto delle (9.29) (9.30) e (9.34), si ha quindi

 $<sup>^2</sup>$  In forza della prima equazione cardinale della dinamica, ponendosi in un sistema solidale con il rotore, se si vuole che il fluido eserciti una spinta sulle palette esso deve variare la sua quantità di moto, che è una grandezza vettoriale: avendo imposto costante il modulo della velocità, ne deve quindi variare la direzione.

$$\eta_t = \frac{c_1^2 - c_2^2}{c_1^2} = \cos^2 \alpha_1$$
(9.35)

Infine, dalla (9.34) si ricava

$$c_1 = \sqrt{2(h_{r,0} - h_2)} = \sqrt{2\,\Delta h} \tag{9.36}$$

e quindi per la (9.30)

$$u = \cos \alpha_1 \sqrt{\frac{\Delta h}{2}} \tag{9.37}$$

Bisogna fare attenzione alla distinzione tra il  $\Delta h$  introdotto nella (9.36) e il lavoro per unità di massa (corrispondente a  $h_{r,0} - h_{r,2}$ ) definito dalla (9.20). La differenza consiste nell'energia cinetica allo scarico, ovvero nella differenza tra  $h_2$  e  $h_{r,2}$  v. eq.(9.11). Il  $\Delta h$  è utile nella definizione di  $h_2$ , ovvero nella determinazione delle condizioni di pressione e temperatura all'uscita dello stadio. Al contrario  $l' = h_{r,0} - h_{r,2}$  definisce il lavoro per unità di massa erogato nella turbina ed è utile per il calcolo della potenza erogata. Queste differenze sono evidenziate nell'esempio 9-4.

Vediamo adesso alcune importanti implicazioni delle (9.30), (9.35) e (9.36).

Dalla (9.35) si deduce che il rendimento aumenta al decrescere dell'angolo di efflusso dalle palettature fisse,  $\alpha_1$ . Questo è ovvio in quanto, dalla (9.31), in questo modo si riduce  $c_2$  e quindi la perdita in uscita. Tuttavia, a parità di  $c_1$ , una riduzione di  $\alpha_1$  implica un aumento della velocità periferica *u* e quindi delle sollecitazioni meccaniche sulle palette (in genere il valore di *u* è limitato a circa 300 m/s, principalmente a causa della forza centrifuga). Una eccessiva riduzione dell'angolo  $\alpha_1$  implica anche una diminuzione di  $w_1$  e quindi, a parità di portata, un aumento di altezza delle palette (indicativamente, il rapporto altezza delle pale/diametro della ruota,  $t/D_m$ , è compreso tra 0.05 e 0.4). Nella pratica,  $\alpha_1$  è compreso tra 14° e 20°.

Inoltre, la (9.37) mostra che a parità di altri fattori, il  $\Delta h$  smaltibile cresce con il quadrato della velocità periferica. L'esempio 9-2 chiarisce quantitativamente che le turbine monostadio *non possono smaltire elevati salti entalpici* ed è quindi necessario far ricorso a turbine multistadio.

Vale la pena di ricordare che le turbine multistadio presentano anche altri vantaggi, tra cui la possibilità di recuperare l'energia cinetica allo scarico negli stadi successivi e la possibilità di costruire casse di diversa resistenza meccanica per gli stadi di alta e bassa pressione.

# Turbine a reazione

Nelle turbine a reazione si ha grado di reazione 1 > R > 0 e l'espansione del fluido prosegue anche nel rotore. Di conseguenza, la velocità relativa del fluido aumenta nel condotto rotorico, che non può quindi essere a sezione costante (la sezione è decrescente dato che esso costituisce un ugello subsonico); la girante è quindi asimmetrica. Inoltre, la pressione ai due lati della girante è diversa, il che (unito alle variazioni di quantità di moto del fluido che la percorre) genera una spinta assiale sulla girante stessa.

L'eolipila di Erone, che risale a circa il 100 a.c., costituisce il prototipo della turbina a reazione, ed ha un grado di reazione unitario.

Generalmente per le turbine a vapore si adotta un grado di reazione R = 0.5. In questo caso, mantenendo la  $c_2$  in direzione assiale per minimizzare le perdite allo scarico, si ha

$$\vec{w}_1 = \vec{c}_2 \tag{9.38}$$

$$\vec{w}_2 = \vec{c}_1$$
 (9.39)



Figura 9-13: Triangoli di velocità per uno stadio di turbina assiale a reazione con grado di reazione R = 0.5 (caso ideale).

I triangoli di velocità sono rappresentati in Fig.9-13. E' immediato verificare che il grado di reazione vale 0.5. Infatti, dalla (9.24) per  $u_1 = u_2$ 

$$R = \frac{(w_2^2 - w_1^2)}{(c_1^2 - c_2^2) - (w_1^2 - w_2^2)} = \frac{u^2}{2u^2} = 0.5$$
(9.40)



Figura 9-14: Diagramma entalpico per uno stadio di turbina assiale a reazione (caso ideale).

Le trasformazioni subite dal fluido in una turbina a reazione sono illustrate nel diagramma *h-s* di Fig.9-14. Il fluido in ingresso (sezione 0) ha entalpia statica  $h_0$  ed entalpia di ristagno  $h_{r,0} = h_0 + c_0^2/2$  (punto A). All'uscita dello statore (punto 1) il salto entalpico  $h_{r,0}$ -  $h_1$  si è trasformato in energia cinetica,  $c_1^2/2$ . Al contrario delle turbine ad azione, in questo caso anche all'interno del rotore si ha un salto entalpico  $h_1$ -  $h_2$ : da questo consegue, come detto in precedenza che alle facce del rotore si ha anche un salto di pressione  $p_1$ -  $p_2$ . All'uscita del rotore, abbiamo una energia cinetica  $c_2^2/2$ , che sommato ad  $h_2$  dà l'entalpia di ristagno in uscita  $h_{r,2}$ , (punto B). Il lavoro erogato per unità di massa, conformemente alla (9.10) è dato dalla differenza delle entalpie di ristagno, ovvero dall'altezza del tratto AB.

La relazione che lega la velocità periferica a quella di trascinamento in questo caso è data da (v. Fig.9-13)

$$u = c_1 \cos \alpha_1 \tag{9.41}$$

Inoltre vale la relazione

$$c_2 = w_1 = c_1 \operatorname{sen} \alpha_1 \tag{9.42}$$

il rendimento dello stadio anche in questo caso è dato da

$$\eta_t = \frac{l'}{h_{r,0} - h_2} \tag{9.43}$$

nel caso della turbina a reazione, si ha, tenendo conto della (9.12) e (9.26)

$$h_{r,0} - h_2 = h_{r,0} - h_1 + (h_1 - h_2) = \frac{c_1^2}{2} + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2}$$
(9.44)

tenendo conto delle (9.44) e (9.20), e dei triangoli di velocità, si ha quindi

$$\eta_{t} = \frac{c_{1}^{2} - c_{2}^{2} + (w_{2}^{2} - w_{1}^{2})}{c_{1}^{2} + (w_{2}^{2} - w_{1}^{2})} = \frac{2u^{2}}{\frac{u^{2}}{\cos^{2}\alpha_{1}} + u^{2}} = \frac{2\cos^{2}\alpha_{1}}{1 + \cos^{2}\alpha_{1}}$$
(9.45)

Dalla (9.45) si deduce che anche in questo caso il rendimento aumenta al decrescere di  $\alpha_1$ , e, a parità di  $\alpha_1$ , è maggiore di quello delle turbine ad azione.

Infine, dalla (9.12), tenendo conto della (9.21), per R = 0.5 si ricava (trascurando  $c_2$ )

$$c_{1} = \sqrt{2(h_{r,0} - h_{1})} \quad ; \quad h_{r,0} - h_{1} = h_{r,0} - h_{2} - (h_{1} - h_{2}) \approx 0.5(h_{r,0} - h_{2}) = 0.5\Delta h$$

$$c_{1} = \sqrt{2\frac{\Delta h}{2}} = \sqrt{\Delta h} \qquad (9.46)$$

e quindi per la (9.41)

$$u = \cos \alpha_1 \sqrt{\Delta h} \tag{9.47}$$

La tabella A-1 in appendice 9-1 riassume in un sinottico le principali caratteristiche delle turbine ad azione e reazione qui illustrate.

# Cenno allo svergolamento delle pale

La velocità periferica delle pale di un rotore e data da  $u = \omega r$ , per cui non è uguale per tutte le sezioni radiali della pala ed aumenta all'allontanarsi dall'asse di rotazione. Quindi il triangolo delle velocità, fissato l'angolo  $\alpha_1$ , risulterà variare a seconda della sezione radiale presa in esame. Per le sezioni più lontane dall'asse di rotazione del rotore avremo che u è maggiore, per cui a parità di  $c_1$  il bordo di attacco della pala dovrà essere ruotato in direzione antioraria nella vista di Fig.9-13. In altre parole si deve effettuare uno *svergolamento* della pala, in maniera tale che per ogni sua sezione sia rispettata la condizione di tangenza del bordo di attacco con il vettore  $w_1$ . Lo svergolamento delle pale è evidente in Fig. 9-15. Naturalmente si può agire anche sul distributore, cambiando anche  $c_1$ .

Un tipo di svergolamento molto utilizzato è quello cosiddetto a *vortice libero*, dato dalla condizione  $r c_1 = costante$ . Si potrebbe verificare dalla (9.14) che in tali condizioni il lavoro scambiato tra fluido e pala è costante al variare della sezione considerata.

E'necessario realizzare lo svergolamento solo per le pale delle turbine in bassa pressione, dal momento che queste presentano maggiore sviluppo in altezza rispetto al diametro. Poiché le turbine di alta e media pressione hanno pale di altezza ridotta, generalmente è inutile ricorrere allo svergolamento anche per esse.

Si potrebbe anche verificare che adottando lo svergolamento a vortice libero il grado di reazione varia con l'altezza, ed assume il valore minimo alla radice della pala: per gli stadi di bassa pressione, quindi, il grado di reazione non ha un valore univoco. Si deve comunque tenere presente che in ogni sezione radiale il grado di reazione deve sempre essere maggiore o uguale a zero, altrimenti in tale sezione il rotore opererebbe da compressore.



Figura 9-15: Svergolamento delle palettaure in una turbina a gas multistadio (molto evidente sulla destra).

## Confronto tra le prestazioni delle turbine ad azione e reazione

Dalle relazioni precedenti risulta che

- A *parità di angolo*  $\alpha_1$  la turbina a reazione ha rendimento di stadio maggiore: v. Eqq.(9.47) e (9.35).
- A *parità di salto entalpico totale e di angolo* α<sub>1</sub>, la turbina a reazione gira ad una velocità periferica superiore, v. Eqq. (9.37) e (9.47).
- A *parità di velocità periferica* e *di angolo* α<sub>1</sub>, in forza delle stesse equazioni del punto precedente, la turbina ad azione consente di smaltire un salto entalpico doppio di quella a reazione.

#### ESEMPIO 9-2 – Salto entalpico in una turbina monostadio

Si consideri una turbina assiale monostadio con angolo di uscita dal distributore  $\alpha = 15^{\circ}$  e velocità periferica di rotazione u = 300 m/s. Determinare la velocità assoluta di ingresso nel rotore,  $c_1$ , ed il salto entalpico nella turbina a) nel caso la turbina sia ad azione b) nel caso la turbina sia a reazione con grado di reazione R = 0.5.

## *Caso a) – turbina ad azione*

Con i valori assegnati di  $\alpha_1$  ed *u*, ricaviamo il valore massimo di  $c_1$  invertendo la (9.30)

$$c_1 = \frac{2 u}{\cos \alpha_1} = \frac{600}{0.97} = 621 \text{ m/s}$$

In base alla (9.36), questo corrisponde ad un  $\Delta h$  smaltibile di

$$\Delta h = h_{r,0} - h_2 = \frac{c_1^2}{2} = 193 \text{ kJ/kg},$$

*Caso b) – turbina a reazione* 

In questo caso, ricaviamo il valore massimo di  $c_1$  invertendo la (9.41)

$$c_1 = \frac{u}{\cos \alpha_1} = \frac{300}{0.97} = 311 \text{ m/s}$$

In base alla (9.46), questo corrisponde ad un  $\Delta h$  smaltibile di

$$\Delta h = h_{r,0} - h_2 = c_1^2 = 96 \text{ kJ/kg},$$

In entrambi i casi, il  $\Delta h$  smaltibile è molto inferiore al salto entalpico che si ha normalmente in una turbina a vapore (oltre 2000 kJ/kg). Si comprende quindi la necessità di costruire turbine multistadio (v. anche il successivo esempio 9-5). Inoltre, nella turbina a reazione si ha un  $\Delta h$  che è la metà di quello della corrispondente turbina ad azione.

#### ESEMPIO 9-3 – Dimensionamento indicativo di uno stadio di turbina a reazione

Si consideri una turbina assiale monostadio a reazione (grado di reazione R = 0.5) con angolo di uscita dalla distributore  $\alpha = 20^{\circ}$ . Il vapore in ingresso alla ruota ha una pressione  $p_1 = 350$  kPa e temperatura  $T_1 = 250$  °C. La portata vale G = 210 kg/s, la velocità angolare di rotazione n'' = 100 giri/s e il diametro medio della ruota  $D_m = 1$  m. Nel caso di espansione ideale (isoentropica) determinare le velocità assolute e relative del fluido,  $c_1$ ,  $w_1$ ,  $c_2$ ,  $w_2$ , il salto entalpico  $\Delta h$ , la pressione in ingresso al distributore, la potenza della turbina e l'altezza media delle palette nella sezione di ingresso del rotore e le condizioni di uscita del vapore.

La velocità periferica è data da

$$u = \omega \frac{D}{2} = 2\pi n \frac{D}{2} = \pi \cdot 100 \cdot 1 = 314 \text{ m/s}$$

Possiamo ricavare ora le velocità dalle (9.41) e (9.42)

$$c_1 = w_2 = \frac{u}{\cos \alpha_1} = 334 \text{ m/s}$$

$$c_2 = w_1 = c_1 \sin \alpha_1 = 114 \text{ m/s}$$

Si ricava quindi  $\Delta h$  dalla (9.47)

$$\Delta h = \frac{u^2}{\cos \alpha_1} = 104 \text{ kJ/kg}$$

L'entalpia in uscita vale quindi, per il bilancio di energia nel rotore nel sistema di riferimento del rotore, eq.(9.26), tenuto conto dei triangoli di velocità di Fig. 9-13

$$h_1 + \frac{w_1^2}{2} = h_2 + \frac{w_2^2}{2} \rightarrow h_2 = h_1 + \frac{w_1^2}{2} - \frac{w_2^2}{2} = h_1 - \frac{u^2}{2} = 2966000 - \frac{314^2}{2} = 2917 \text{ kJ/kg}$$

Le condizioni del vapore in ingresso ed uscita ruota possono ora essere ricavate dalle tabelle termodinamiche, tenuto conto che la trasformazione è ritenuta ideale e quindi isoentropica.

| punto | <i>T</i> , °C | <i>p</i> , bar | <i>h</i> , kJ/kg | s, kJ/kg | ρ,                |
|-------|---------------|----------------|------------------|----------|-------------------|
|       |               |                |                  | Κ        | kg/m <sup>3</sup> |
| 0     | 279           | 4.5            | 3021             | 7.43     | 1.78              |
| 1     | 250           | 3.5            | 2966             | 7.43     | 1.47              |
| 2     | 225           | 2.84           | 2917             | 7.43     | 1.25              |

Per determinare la pressione in ingresso al distributore è necessario preventivamente deteminare l'entalpia in ingresso,  $h_0$ . Dalla definizione di grado di reazione si ha

$$R = \frac{h_1 - h_2}{h_{r,0} - h_{r,2}} = 0.5 \rightarrow h_{r,0} - h_{r,2} = 2(h_1 - h_2)$$

e, trascurando il valore di  $c_0$ 

$$h_0 \approx h_{r,0} = h_{r,2} + 2(h_1 - h_2) = h_2 + \frac{c_2^2}{2} + 2(h_1 - h_2) = 2h_1 - h_2 + \frac{c_2^2}{2} = 3021 \text{ kJ/kg}$$

Da cui nota anche l'entropia, si ricava  $p_0$  = bar dalle tabelle termodinamiche. Il lavoro erogato dalla turbina per unità di massa può essere ricavato direttamente dalla equazione di Eulero, (9.20), sfruttando i triangoli di velocità di Fig. 9-13

$$l' = \frac{W'_m}{G} = \frac{(c_1^2 - c_2^2) + (w_2^2 - w_1^2)}{2} = u^2 = 98.6 \text{ kJ/kg}$$

Si osservi, come notato in precedenza, che il lavoro erogato  $l' = h_{r,0}-h_{r,2}$  è minore del  $\Delta h = h_{r,0}-h_2$  per il contributo (non trascurabile) dell'energia cinetica allo scarico. Si ricava quindi la potenza erogata

$$W'_{m} = Gl' = 210.98.6 = 20.7$$
 MW

L'altezza delle palette in ingresso al rotore, *t*, si ricava dalla espressione della portata,  $G = \rho c_x A$ , dove bisogna considerare la velocità del vapore in direzione normale alla sezione A considerata, vale a dire quella assiale. In questo caso, essa corrisponde a  $c_2$ . Si ha quindi

$$A = \frac{G}{\rho_1 c_2} = \frac{210}{1.47 \cdot 114} = 1.26 \text{ m}^2$$

L'area di una corona circolare, per  $t \ll D_m$  (condizione da verificare a posteriori) si può approssimare con  $A = \xi \pi D_m t$ , dove il coefficiente  $\xi$  tiene conto dello spessore delle palette, che riduce la sezione di passaggio utile. Si può assumere  $\xi = 0.96$ , pertanto l'altezza delle palette vale

$$t = \frac{A}{\xi \pi D_m} = 0.41 \text{ m} = 410 \text{ mm}$$

Si osserva che in questo caso la condizione  $t \ll D_m$  non è propriamente verificata, per cui questa valutazione deve essere ritenuta solo una prima approssimazione. Nella turbina a reazione la densità all'uscita del rotore decresce ulteriormente a causa dell'espansione nel rotore stesso, quindi la sezione di passaggio dovrebbe aumentare procedendo in senso assiale.

## ESEMPIO 9-4 – Dimensionamento indicativo di uno stadio di turbina ad azione

Si consideri una turbina assiale monostadio ad azione con angolo di uscita dal distributore  $\alpha$  = 18°. Il vapore in ingresso alla turbina ha una pressione  $p_0$  = 17 MPa e temperatura  $T_0$  = 450 °C e si espande fino a  $p_2$  = 10 MPa. La portata vale G = 150 kg/s, la velocità angolare di rotazione n = 3000 rpm e la velocità del vapore all'ingresso distributore,  $c_0$ , è trascurabile. Nel caso di espansione ideale (isoentropica) determinare il diametro medio della ruota,  $D_m$ , le velocità assolute e relative del fluido,  $c_1$ ,  $w_1$ ,  $c_2$ ,  $w_2$ , la potenza della turbina e l'altezza media delle palette nella sezione di ingresso del rotore.

Le condizioni del vapore in ingresso ed in uscita dal distributore si ricavano dalle tabelle termodinamiche, tenuto conto che essendo la turbina ad azione si ha  $p_2 = p_1 e h_2 = h_1$ 

| punto | <i>T</i> , °C | <i>p</i> , bar | <i>h</i> , kJ/kg | s, kJ/kg | ρ,                |
|-------|---------------|----------------|------------------|----------|-------------------|
|       |               |                |                  | Κ        | kg/m <sup>3</sup> |
| 0     | 450           | 170            | 3119             | 6.042    | 63.5              |
| 1, 2i | 366           | 100            | 2985             | 6.042    | 41.9              |

si ha quindi, essendo  $c_0$  trascurabile

$$\Delta h = h_{r,0} - h_2 = h_0 - h_2 = 134 \text{ kJ/kg},$$

Si ricava quindi *u* dalla (9.37)

$$u = \cos \alpha_1 \sqrt{\frac{\Delta h}{2}} = 0.95 \sqrt{\frac{134000}{2}} = 246 \text{ m/s}$$

ed il diametro medio della ruota vale

$$D = 2\frac{u}{\omega} = \frac{u}{\pi n/60} = 1.56 \text{ m}$$

Con i valori assegnati di  $\alpha_1$  ed *u*, ricaviamo le altre velocità dalle (9.30), (9.31), (9.32)

$$c_{1} = \frac{2u}{\cos \alpha_{1}} = 517 \text{ m/s}$$

$$c_{2} = c_{1} \sin \alpha_{1} = 160 \text{ m/s}$$

$$w_{1} = w_{2} = \frac{c_{1}}{2} \sqrt{4 - 3\cos^{2} \alpha_{1}} = 293 \text{ m/s}$$

il lavoro erogato dalla turbina per unità di massa può essere ricavato direttamente dalla equazione di Eulero, (9.20), sfruttando i triangoli di velocità di Fig. 9-12

$$l' = \frac{W'_m}{G} = \frac{(c_1^2 - c_2^2)}{2} = 2u^2 = 121 \text{ kJ/kg}$$

si ricava quindi la potenza erogata

$$W'_{m} = Gl' = 121 \cdot 150 = 18$$
 MW

L'altezza delle palette in ingresso, *t*, si ricava dalla espressione della portata,  $G = \rho c_x A$ , dove bisogna considerare la velocità del vapore in direzione normale alla sezione A considerata, vale a dire quella assiale. Anche in questo caso, essa corrisponde a  $c_2$ . Si ha quindi

$$A = \frac{G}{\rho_1 c_2} = \frac{150}{41 \cdot 160} = 0.023 \text{ m}^2$$

Come visto nell'esempio precedente, l'area di una corona circolare, per  $t \ll D_m$  (condizione verificabile a posteriori) si può approssimare con  $A = \xi \pi D_m t$ , dove il coefficiente  $\xi$  tiene conto dello spessore delle palette, che riduce la sezione di passaggio utile. Si può assumere  $\xi = 0.96$ , pertanto l'altezza delle palette vale

$$t = \frac{A}{\xi \pi D_m} = 0.005 \text{ m} = 5 \text{ mm}$$

Nel caso ideale considerato, non essendovi espansione nel rotore, la sezione della palettatura si mantiene costante. Tuttavia l'altezza delle palette è troppo piccola rispetto al diametro (abbiamo visto in precedenza che indicativamente il valore minimo di  $t/D_m$  è 0.05, qui invece abbiamo 0.0032): è quindi necessario *parzializzare* l'ammissione in turbina, ovvero consentire l'ingresso del vapore solo attraverso un settore dell'intera corona circolare, come verrà chiarito nel successivo paragrafo 9.7).

# 9.6 Turbine multistadio.

## Massimo salto entalpico smaltibile in uno stadio

Il coefficiente adimensionale  $\Delta h / (u^2/2)$  indica la caduta di entalpia che può essere trattata da uno stadio. Si ha indicativamente

| per stadi | ad azione (R=  | 0)              |   | $\Delta h / (u$ | $(2^{2}/2) = 4$ | 1.5 – 5 | 5.5 |
|-----------|----------------|-----------------|---|-----------------|-----------------|---------|-----|
| per stadi | a reazione con | n (0 < R < 0.5) | 1 | $\Delta h / (u$ | $(2^{2}/2) = 2$ | 2.6 – 4 | 1.5 |
| per stadi | a reazione con | n(R = 0.5)      |   | $\Delta h$ / (u | $(2^{2}/2) = 2$ | 2.2 - 2 | 2.6 |
|           | -              |                 |   |                 |                 | -       |     |

La tabella precedente permette di selezionare il tipo di turbina più adatto in base al valore di  $\Delta h$  e della velocità periferica, o di determinare il numero approssimativo di stadi richiesti come risulta dall'esempio seguente.

## Turbine multistadio a salti di pressione

Nei paragrafi precedenti, si è visto che la caduta di entalpia disponibile per un fluido in una turbina (che generalmente supera i 1000 kJ/kg) non può essere realizzata in un singolo stadio dato che si otterrebbero valori inaccettabili della velocità periferica delle pale. Un metodo intuitivo per frazionare il salto entalpico del fluido consiste nel suddividerlo tra più sistemi distributore-girante disposti in serie: si ottiene così una turbina multistadio; dato che il salto entalpico si suddivide tra le varie turbine, il vapore subirà successive espansioni (e quindi successive diminuzioni di pressione) nei vari stadi, per cui questo sistema prende il nome di *turbina multistadio a salti di pressione*.

Questa metodologia è applicabile indifferentemente a turbine ad azione o reazione: la corrispondente turbina prende il nome di *turbina Rateau* (sebbene alcuni limitino questa denominazione alla turbina multistadio a salti di pressione *ad azione*). Generalmente, tutte le ruote sono calettate sullo stesso albero: dato che la pressione diminuisce da uno stadio all'altro, è necessario realizzare sull'albero stesso *tenute rotanti* per evitare fughe di vapore. Nel caso di stadi a reazione, tali tenute dovrebbero essere realizzate anche tra l'esterno delle ruote e la cassa, per evitare che il fluido trafili attraverso tali spazi senza compiere lavoro; nel caso di turbine ad azione invece, non essendovi salto di pressione attraverso la ruota, queste ultime tenute non sono necessarie.

Un ulteriore vantaggio delle turbine multistadio consiste nel fatto che l'energia cinetica allo scarico di uno stadio viene recuperata nello stadio successivo: la perdita è quindi limitata all'energia cinetica in uscita dall'ultimo stadio, che è notevolmente inferiore rispetto a quella che si avrebbe in una ipotetica turbina monostadio.

## ESEMPIO 9-5 – Stima del numero di stadi di una turbina

La turbina a vapore di media-bassa pressione studiata nell'esempio 5-2 opera nelle seguenti condizioni

- ingresso:  $p_0 = 60$  bar,  $T_0 = 600$  °C;
- uscita:  $p_2 = 0.1$  bar,  $x_2 = 0.9$ .

Stimare approssimativamente il numero di stadi in cui deve essere suddivisa, ipotizzando di adottare stadi a reazione con grado di reazione R = 0.5 e di assumendo una velocità periferica di 250 m/s.

Le condizioni del vapore in ingresso e in uscita sono riportate nella tabella seguente

| punto | T, °C | <i>p</i> , bar | <i>h</i> , kJ/kg | s, kJ/kg | X   |
|-------|-------|----------------|------------------|----------|-----|
|       |       |                |                  | Κ        |     |
| 0     | 600   | 60             | 3658             | 7.1676   | =   |
| 2     | 45.8  | 0.1            | 2345             | 7.40     | 0.9 |

Da cui, trascurando l'energia cinetica in ingresso, risulta un salto entalpico totale  $\Delta h_{tot}$  di 1313 kJ/kg. Per il salto entalpico smaltibile in uno stadio a reazione,  $\Delta h_{st}$ , assumiamo in media

$$\frac{\Delta h_{st}}{u^2/2} = 2.4 \quad \rightarrow \quad \Delta h_{st} = 2.4 \frac{u^2}{2} = 75 \text{ kJ/kg}$$

Per cui il numero di stadi è dato da

$$N = \frac{\Delta h_{tot}}{\Delta h_{st}} = 17.5$$
, che viene arrotondato a 18

# Turbine multistadio a salti di velocità

Le turbine ad azione offrono un ulteriore possibilità di ridurre la velocità periferica in presenza di un elevato salto entalpico, senza frazionarne l'espansione. Il vapore si espande completamente nel primo distributore, utilizzando tutto il salto entalpico disponibile ed uscendone quindi a velocità notevolmente elevata. L'energia cinetica del vapore viene quindi utilizzata in più ruote ad azione successive, inframmezzate da palettature fisse dette *raddrizzatori* che hanno il solo scopo di raccogliere il vapore allo scarico della ruota precedente e reindirizzarlo, con direzione opportuna, alla ruota successiva. I triangoli di velocità sono riportati in Fig. 9-16. E' evidente che in questo caso si hanno elevate velocità di attraversamento nei primi stadi, con conseguente aumento delle perdite, per cui il numero di stadi che è possibile mettere in serie è limitato.



Figura 9-16: Triangoli di velocità per una turbina ad azione a due stadi a salti di velocità.

Questo sistema prende il nome di *turbina multistadio a salti di velocità* (o *turbina Curtis*) ed è ovviamente applicabile solo alle turbine ad azione. Il nome deriva dal fatto che, come risulta dalla Fig. 9-16, la velocità decresce progressivamente via via che si attraversano successivi stadi. Come si è detto, la turbina a salti di velocità è caratterizzata da un basso rendimento ed il suo vantaggio principale consiste nel poter trattare elevati salti entalpici con modesti valori della velocità periferica, ridotto ingombro in senso assiale della macchina e una costruzione relativamente semplice (non essendovi cadute di pressione tra gli stadi, non sono necessarie tenute rotanti né sull'albero né sulle ruote all'interno della cassa).

Secondo alcuni testi, la turbina Curtis, essendo caratterizzata da una sola espansione, è una turbina *multiruota*, ma non propriamente una turbina *multistadio*.

# Disposizioni multistadio nelle turbine a gas e a vapore per generazione termoelettrica

Nelle turbine a vapore, per centrali termolettriche si ha un salto entalpico che supera i 2000 kJ/kg; generalmente, la turbina consiste di uno o due stadi ad azione (a salti di velocità) seguiti da numerosi (20 o più) stadi a reazione. Questa disposizione consente di eseguire la regolazione per parzializzazione sulla turbina ad azione (vedi paragrafo successivo) ed inoltre di smaltire un salto entalpico relativamente elevato (e quindi ridurre temperatura e pressione del vapore) nei primi stadi riducendo le sollecitazioni sulla macchina. Successivamente si adottano stadi a reazione con R = 0.5 che trattano cadute entalpiche accettabili con un rendimento alto. Lo svantaggio degli stadi a reazione consiste nel fatto che smaltiscono un salto entalpico minore e quindi le dimensioni della turbina, soprattutto la lunghezza, aumentano.

A causa della pressione notevolmente diversa tra ingresso ed uscita, le varie ruote sono contenute in più casse diverse (cassa, o corpo, di alta, media e bassa pressione) le cui caratteristiche costruttive variano a seconda della sollecitazione. Generalmente tutte le ruote sono calettate su di un unico asse (disposizione *tandem compound*, v. Fig. 9-5). Ad una estremità dell'asse viene calettato l'alternatore. Quando le dimensioni assiali diventano eccessive, i vari corpi vengono disposti su due assi paralleli (*cross compound*): in questo caso sono richiesti due alternatori, uno per asse.

Le turbine a gas sono costituite da pochi stadi (tre-quattro) a reazione. Talvolta la costruzione è *bialbero*, il che permette alle prime ruote fornire semplicemente la potenza necessaria al compressore (senza erogare lavoro utile) girando a velocità costante: l'insieme del compressore, delle ruote che lo alimentano e della camera di combustione viene detto *generatore di gas*. Le ultime ruote (dette *ruote di potenza*) erogano la potenza meccanica all'esterno e possono ruotare ad una velocità diversa dalle prime, ed anche, se necessario, variabile nel tempo (v. Fig. 9-7). Nelle costruzioni più sofisticate, gli ugelli del distributore della ruota di potenza sono *orientabili* in modo da poter adattare i triangoli di velocità alla condizione di funzionamento. Se prevale il criterio di ridurre il numero degli stadi, come nelle turbine aeronautiche, si adottano stadi a reazione con R < 0.5.

# Cenni alle perdite nelle turbomacchine

Fino a questo punto, abbiamo considerato ideali le trasformazioni del fluido. Nel seguito, vengono riassunte sinteticamente le principali perdite che si verificano in uno stadio di una turbomacchina.

*Energia cinetica allo scarico:* come già accennato, queste perdite consistono nell'energia cinetica posseduta dal fluido allo scarico,  $c_2^2/2$ . Tale energia può essere riutilizzata solo se vi è un ulteriore stadio di espansione a valle, altrimenti viene perduta.

Attrito nei condotti fissi e mobili: sono le perdite distribuite nei condotti, dove il vapore fluisce ad alta velocità. Essendo il moto turbolento, come esposto nel Cap.6 queste perdite sono approssimativamente proporzionali al quadrato della velocità di attraversamento. Di tali perdite si tiene conto introducendo due coefficienti di riduzione delle velocità ideali  $\varphi \in \psi$ , rispettivamente nello statore e nel rotore

$$\varphi = \frac{\text{vel. reale di efflusso dal cond. fisso}}{\text{vel. ideale (isoentropica) di efflusso dal cond. fisso}} = \frac{c_1}{c_{1,id}} \le 1$$
(9.48)

$$\psi = \frac{\text{vel. relat. reale di efflusso dal cond. mobile}}{\text{vel. relat. ideale (isoentropica) di efflusso dal cond. mobile}} = \frac{w_2}{w_{2,id}} \le 1$$
(9.49)

indicativamente si ha  $\varphi = 0.9$ -0.95 e  $\psi = 0.8$ -0.95.

*Urti:* sono le perdite dovute alla resistenza incontrata dal fluido nel passaggio dai condotti fissi a quelli mobili e viceversa, dovute principalmente allo spessore finito delle palette. Tali perdite vengono conglobate nei coefficienti menzionati al punto precedente, ed insieme alle perdite per attrito fanno sì che l'espansione del fluido non sia isoentropica.

*Ventilazione dei dischi e delle pale:* il disco su cui sono fissate le pale, in moto relativo rispetto al vapore che riempie la cassa della turbina, incontra una resistenza per attrito che determina un momento resistente all'asse, e quindi la riduzione del lavoro raccolto. Nel caso poi di turbine parzializzate (v. paragrafo 9.7) anche le palette oziose incontrano tale resistenza.

*Fughe:* parte del fluido di lavoro sfugge all'esterno attraverso le tenute esterne oppure passa da uno stadio all'altro attraverso le tenute sull'albero o sull'esterno del disco, senza compiere quindi lavoro utile. Adottando tenute appropriate, queste perdite possono essere ridotte al minimo e trascurate.

#### 9.7 Regolazione delle turbine

In molti casi c'è la necessità di regolare una turbina a vapore per uguagliare, istante per istante, il valore della potenza erogata alla richiesta di carico dell'utenza. Faremo riferimento unicamente a impianti collegati ad alternatori, per cui, per mantenere invariata la frequenza di rete, la velocità angolare è costante: è quindi necessario variare la coppia motrice in modo tale che si abbia uguaglianza tra potenza erogata e potenza richiesta.

Come è noto, la potenza meccanica erogata dalla turbina può essere espressa come

$$W_{el} = G \Delta h_{id} \eta_{is} \eta_{me} \tag{9.50}$$

dove *G* è la portata massica di fluido in turbina,  $\Delta h_{id}$  il salto entalpico ideale (isoentropico) ai suoi capi,  $\eta_{is}$  il rendimento isoentropico e  $\eta_{me}$  il rendimento meccanico/elettrico. La potenza in principio può essere regolata agendo su uno qualsiasi dei termini della relazione precedente. Il termine principale su cui si agisce per variare la potenza è la portata massica che può essere scritta come

$$G = \rho c_x A = \rho c_x \pi D_m t = \rho c_x \pi D_m^2 \left(\frac{t}{D_m}\right)$$
(9.51)

Dove  $c_x$  è la componente assiale della velocità di attraversamento del fluido,  $\rho$  la sua densità,  $D_m$  il diametro medio della palettatura e *t* l'altezza delle palette. Motivi costruttivi impongono che il rapporto  $t/D_m$  sia compreso tra 0.05 e 0.4. I metodi di regolazione che in genere vengono usati sono due: *il metodo della parzializzazione* e *il metodo della laminazione*. Di solito i due metodi vengono applicati insieme.

## Regolazione per parzializzazione

La tecnica di *parzializzazione* consiste nel dividere la sezione di ingresso del vapore in turbina in più camere (in genere 7 o 8) ciascuna controllata da una valvola di intercettazione: il vapore ha accesso ad una singola camera solo se la valvola corrispondente risulta aperta. Quindi chiudendo un certo numero di valvole si regola la portata di vapore in ingresso alla turbina, che risulterà uguale a:

$$G = \rho c_x \pi D_m^2 \left(\frac{t}{D_m}\right) (1-p)$$
(9.52)

Dove p è detto grado di parzializzazione (p = 0 implica nessuna parzializzazione). Mediante la parzializzazione non si ottiene una regolazione continua, ma discreta. Inoltre, per evitare che il vapore uscente dalla sezione parzializzata tenda a percorrere anche le sezioni di palettatura inattive, occorre che la pressione a monte e a valle della ruota sia costante: quindi *la parzializzazione è possibile solo nelle turbine ad azione*.

La (9.52) e l'esempio 9-5 mostrano che in alcuni casi, si può ricorrere alla parzializzazione anche a pieno regime, per evitare di avere una turbina con un rapporto tra altezza delle pale e diametro troppo basso.

La diminuzione di portata massica conseguente alla parzializzazione implica una diminuzione delle velocità  $c_1$  nelle ruote successive alla prima e, dal momento che la velocità periferica u rimane costante, si ha una variazione del rapporto  $u/c_1$ . Di conseguenza il rendimento della turbina diminuisce.

## Regolazione per laminazione

Questo metodo consiste nel porre una valvola di regolazione sulla tubazione di ammissione del vapore alla turbina, in modo da variare con continuità la portata massica di fluido in ingresso in turbina. Il vapore proveniente dalla caldaia nell'attraversamento della valvola subisce una laminazione, ovvero una trasformazione isoentalpica che riduce in modo più o meno marcato, a seconda che la valvola sia più o meno chiusa, la pressione del vapore entrante in turbina. Come si vede dal diagramma h-s di Fig. 9-17. nella valvola si realizza la trasformazione 3-3': in turbina non avviene più la trasformazione 3-4, bensì la trasformazione 3'-4', cui corrisponde un salto entalpico minore della precedente. Quindi il ricorso alla laminazione implica anche una riduzione del salto entalpico disponibile ai capi della turbina, e una dissipazione maggiore in irreversibilità: in fin dei conti è come se nella turbina avvenisse la trasformazione 3-4', con diminuzione del rendimento isoentropico. Inoltre, a causa della riduzione di portata, si riduce la velocità di efflusso  $c_1$  del vapore dai singoli distributori, quindi il rapporto  $u/c_1$  delle velocità in ciascuno stadio assumerà valori diversi da quelli di progetto. Un confronto tra i due metodi di regolazione mostra che la parzializzazione è sicuramente migliore, non introducendo irreversibilità nel sistema, ma che essa deve sempre essere accompagnata da laminazione per poter ottenere una regolazione con continuità. Da quanto visto, si deduce inoltre che è conveniente ridurre al minimo la regolazione della turbina, perché oltre a diminuirne la potenza se ne diminuisce comunque anche il rendimento, alterando la forma dei triangoli di velocità.

Quindi, supponendo di avere 10 camere di parzializzazione in ingresso, se vogliamo diminuire la portata di vapore in ingresso del 22% dovremo chiudere due valvole di parzializzazione e chiudere di poco la valvola di laminazione in modo da ottenere la portata

massica voluta. Con questa soluzione limitiamo al massimo la regolazione mediante laminazione e quindi il rendimento della turbina diminuirà meno di quanto non farebbe ricorrendo integralmente alla laminazione.



Figura 9-17: Trasformazione termodinamica del vapore in una turbina regolata per laminazione.

# Bibliografia

- R. Della Volpe, *Macchine*, Liguori, Cap.4.
- E. Funaioli, *Meccanica Applicata alle Macchine*, Patron, Capp. I-6 e II-5.
- B.R. Munson, D.F. Young e T.H. Okihishi, *Fundamentals of Fluid Mechanics*, 4<sup>th</sup> ed., Wiley, 2002, Cap.12 (*presente solo nella versione su CD*).
- G. Cornetti, Macchine a Fluido, Il Capitello, capp. 21-22-23.



# **APPENDICE 9.1:** Principali caratteristiche delle turbine assiali ad azione e reazione

Tabella A-1 Riepilogo delle relazioni utili per turbine assiali ad azione e reazione.

| BILANCIO DI MOMENTO DI QUANTITÀ DI MOTO  | BILANCIO DI ENERGIA   | GRADO DI REAZIONE   |
|--|---|---|
| Equazioni di Eulero<br>$M_e = G(r_u c_{\theta,u} - r_i c_{\theta,i})$  | Intero sistema<br>$W'_{m} = G\left[\left(h_{0} + \frac{c_{0}^{2}}{2}\right) - \left(h_{2} + \frac{c_{2}^{2}}{2}\right)\right] = G\left(h_{r,0} - h_{r,2}\right)$                            | $R = \frac{h_1 - h_2}{h_{r,0} - h_{r,2}}$   |
| $l' = \frac{W'_{m}}{G} = \left(u_{i}c_{\theta,i} - u_{u}c_{\theta,u}\right) = \left(c_{1}^{2} - c_{2}^{2}\right) + \left(u_{1}^{2} - u_{2}^{2}\right) - \left(w_{1}^{2} - w_{2}^{2}\right) - \left(w_{1}^{2} - w_{2}^{2}\right) = L$ | Statore (distributore)  | $R = \frac{(u_1^2 - u_2^2) - (w_1^2 - w_2^2)}{(c_1^2 - c_2^2) + (u_1^2 - u_2^2) - (w_1^2 - w_2^2)}$ |
| $=\frac{1}{2} = h_{r,0} - h_{r,2}$   | $h_0 + \frac{c_0^2}{2} = h_1 + \frac{c_1^2}{2}$ , ovvero $h_{r,0} = h_{r,1}$  | R = 0 turbina ad azione<br>$0 < R \le 1$ turbina a reazione   |
| $\vec{c} = \vec{u} + \vec{w}$ composizione dei moti  | Rotore (girante)<br>Nel riferimento assoluto $W'_{m} = G\left[\left(h_{1} + \frac{c_{1}^{2}}{2}\right) - \left(h_{2} + \frac{c_{2}^{2}}{2}\right)\right] = G\left(h_{r,1} - h_{r,2}\right)$ |   |
| $h_r = h_r + \frac{c^2}{2}$ entalpia di ristagno<br>$\Delta h = h_{r,0} - h_2$ massimo salto entalpico   | Nel riferimento relativo (solo per macchine assiali)<br>$h_1 + \frac{w_1^2}{2} = h_2 + \frac{w_2^2}{2}$   |   |
|  |   |   |

Tabella A-2 Riepilogo dei bilanci di momento di quantità di moto ed energia per le macchine dinamiche.