

Esercizi calcolo combinatorio e statistica. Parte B.

Si ricorda che parte dell'esame verterà su esercizi relativi ai test statistici analizzati durante il corso. Vedere anche testi esame disponibili a partire dalle pagine dell'esame degli AA precedenti.

Esercizio B1 Dato un test con sensibilità pari a 0.98 e specificità 0.99, si calcoli la probabilità che un soggetto sia malato nel caso di test positivo. L'incidenza della malattia sulla popolazione è di 7 malati su 10000 persone.

Esercizio B2 Calcolare in quanti modi diversi quattro persone A, B, C, D possono occupare 3 posti in una panchina. Calcolare la probabilità che A e B hanno di sedersi vicino.

Esercizio B3 Dato un mazzo di 52 carte da poker, si calcoli la probabilità di

a) estrarre due figure su due estrazioni successive senza reintroduzione

b) nell'estrazione contemporanea di 3 carte, estrarre 2 figure

c) si supponga ora di eseguire l'estrazione di 3 carte con reintroduzione e si stimi la probabilità di estrarre 2 figure su 3 carte, utilizzando la distribuzione binomiale

Esercizio B4. Si descrivano uso e caratteristiche dell'istogramma. Fare un esempio di un criterio per la stima del numero di classi nelle quali viene suddivisa la variabile aleatoria. Descrivere le operazioni per la stima tramite l'istogramma, delle densità di probabilità di una variabile aleatoria. Supponendo di avere 1000 numeri estratti da una distribuzione binomiale che descrive un esperimento con un numero di prove ripetute pari a 15 e probabilità di successo sulla singola prova pari a $p=0.3$ fornire, anche tramite descrizioni grafiche e valutazioni quantitative, la forma attesa dell'istogramma stimato su tali dati.

Esercizio B5. Otto persone si incontrano per una riunione e si salutano con una stretta di mano. Quante strette di mano vengono scambiate in totale?

Dopo essersi salutate le persone si siedono ad un tavolo da 8 posti (posti numerati). Dire in quanti modi diversi possono prendere posto. In quanti modi invece possono prendere posto se i posti non sono numerati e sono indistinguibili tra loro (ad. es tavolo rotondo). Alla fine della riunione le otto persone hanno a disposizione due uscite per congedarsi. Dire in quanto modi possono distribuirsi sulle due uscite. Descrivere questi risultati utilizzando gli strumenti del calcolo combinatorio

Esercizio B6. Sia dato un tavolo da gioco composto come in figura da 6 settori numerati di uguale superficie. Avendo a disposizione 11 colori differenti con i quali colorare i vari settori e i numeri, dire in quanti modi è possibile colorare il tavolo se:

a) ogni settore può avere un colore diverso e i numeri hanno tutti lo stesso colore, diverso da quelli usati per i settori.

b) è possibile utilizzare lo stesso colore per più settori e i numeri hanno tutti lo stesso colore, diverso da quelli usati per i settori

| | | |
|---|---|---|
| | 2 | 3 |
| 4 | 5 | 6 |

Se nel lancio di una moneta sul tavolo, la probabilità che questa vada a finire in un settore è uguale all'area del settore rapportata all'area totale, dire quale è la probabilità che su 8 lanci la moneta vada 6 volte nel settore 5.

Dire inoltre quale è la probabilità che la moneta cada nel settore 5 almeno 7 volte su 8 lanci.

Esercizio B7. Data un'urna con 20 palline numerate da 1 a 20. Si calcolino le seguenti probabilità:

- nell'estrazione di due palline senza reintroduzione, di ottenere una pallina pari ed una dispari

- nell'estrazione di 5 palline senza reintroduzione, di ottenere 3 palline pari e 2 dispari

- nell'estrazione di 5 palline con reintroduzione, di estrarre palline numerate in ordine strettamente crescente

- su 5 estrazioni con reintroduzione di estrarre 4 palline aventi numero maggiore di 17

Esercizio B8. Sette amici si incontrano ad una festa portando ognuno un regalo, in scatole di uguali dimensioni e colore. I regali vengono messi in una cesta e i sette amici scelgono a turno in maniera casuale un regalo dalla cesta.

a) Qual è la probabilità che ognuno scelga il regalo che ha portato? b) Qual è la probabilità che Mario e Pino, due dei sette amici, scelgano i regali che hanno portato?

Si supponga adesso di rimettere i regali nella cesta. A Pino viene chiesto di scegliere per 4 volte di fila un regalo e rimetterlo ogni volta nella cesta. Si stimi:

c) la probabilità che Pino estragga per tre volte il regalo che aveva portato.

d) la probabilità che Pino estragga meno di tre volte il regalo che aveva portato.

Esercizio B9. Si descrivano uso e caratteristiche dell'istogramma. Fare un esempio di un criterio per la stima del numero di classi nelle quali viene suddivisa la variabile aleatoria. Descrivere le operazioni per la stima tramite l'istogramma, delle densità di probabilità di una variabile aleatoria. Supponendo di avere 1000 numeri estratti da una distribuzione gaussiana con deviazione standard pari a 5 e valore medio pari a 3 fornire, anche tramite descrizioni grafiche e valutazioni quantitative, la forma attesa dell'istogramma stimato su tali dati.