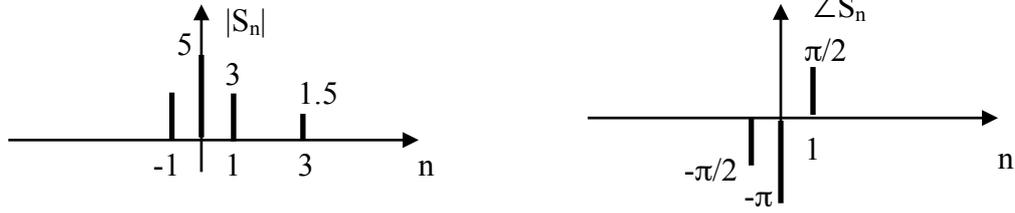


**MASB 21/01/11 Esercizio 1.** Descrivere le differenze tra segnale temporale ed imagine, nei termini di informazione associata e dimensionalità del dato. Dire se tramite tali misure si possono descrivere fenomeni dinamici, fornendo esempi.

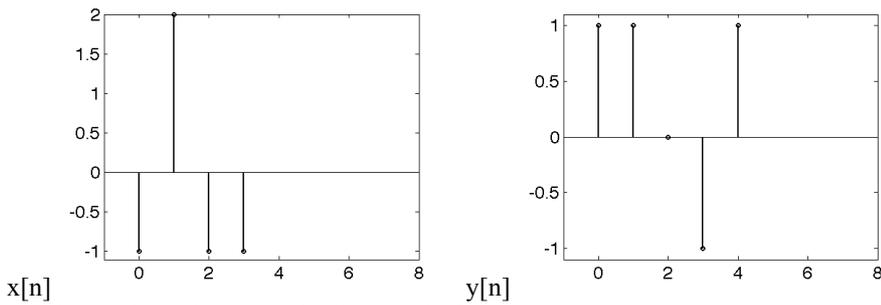
**Esercizio 2** Discutere l'ambito di applicazione dello Sviluppo in Serie di Fourier.

Dire cosa si intende per fasore e discutere il significato delle frequenze negative.

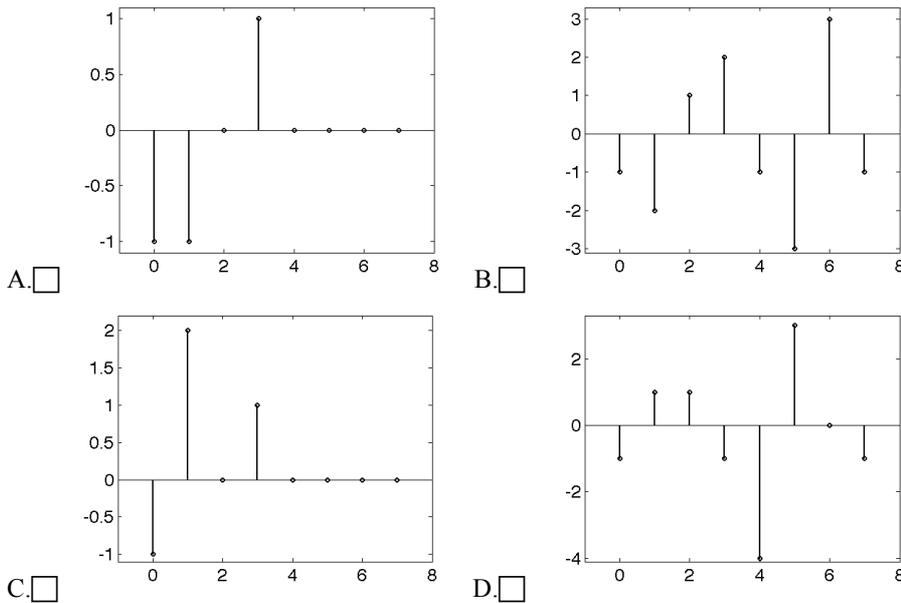
Dato lo sviluppo in serie di Fourier dato dai seguenti spettri di ampiezza e fase trovare l'andamento temporale del segnale reale  $s(t)$  dal quale tale spettro deriva.



**Esercizio 3** Si considerino le sequenze nelle seguenti figure



I. Dire quale tra le seguenti è la convoluzione tra  $x[n]$  e  $y[n]$



Si consideri il segnale  $s(t) = \cos\left(\frac{\pi}{5}t\right) + \sin\left(\frac{\pi}{2}t\right)$ . Si dica qual è la minima frequenza di campionamento utilizzabile.

- A.  0.5 Hz      B.  1 Hz      C.  0.3 Hz      D.  0.2 Hz

Sia dato un segnale con banda compresa tra 76 e 100 Hz si indichi qual è la minima frequenza di campionamento utilizzabile

- A.  200 Hz      B.  50 Hz      C.  100 Hz      D.  48 Hz

Si consideri un segnale  $s(t)$  con trasformata  $S(f)$ . Si consideri adesso la sequenza  $s[n]=s(nT)$ . Quali delle seguenti affermazioni rispecchia la relazione tra  $S(f)$  e la Trasformata di Fourier della Sequenza,  $\bar{S}(f)$

- A.  il campionamento comporta una ripetizione in frequenza di repliche di  $S(f)$  centrate attorno a  $1/T$   
 B.  il campionamento nel tempo si riflette in un campionamento nel dominio frequenziale della  $S(f)$  a frequenze multiple di  $1/T$   
 C.  nelle frequenze comprese tra  $-1/(2T)$  e  $1/(2T)$ ,  $\bar{S}(f)$  e  $S(f)$  coincidono qualunque sia  $s(t)$

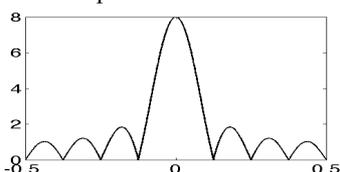
**Esercizio 4.** Dare la definizione di sistema lineare e tempo invariante. Discutere il significato della risposta impulsiva. Fornire esempi di sistemi di tipo passa basso e passa alto e descrivere le rispettive risposte impulsive.

**Esercizio 5.** Dare la definizione di processo stocastico. Definire le statistiche del primo e del secondo ordine da esso estratte, specificandone proprietà nel caso di stazionarietà in senso lato. Scegliere una statistica del primo ordine e descrivere i passi per la sua stima a partire dall'osservazione di un processo.

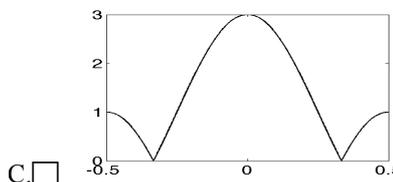
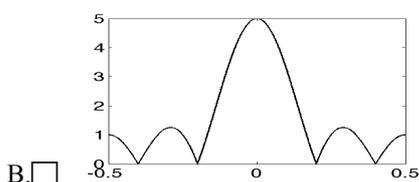
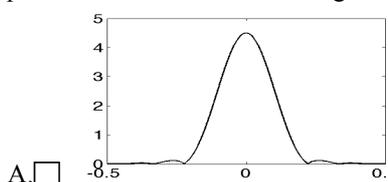
**Esercizio 6** Dato un sistema lineare e tempo invariante al cui ingresso è presente il segnale  $s(t) = 3\sin(6\pi t)$  indicare quale tra i seguenti segnali non può essere un'uscita di tale sistema

- A.   $s(t) = 2e^{j(6\pi t)}$       B.   $s(t) = 3\cos(6\pi t)$       C.   $s(t) = 3$

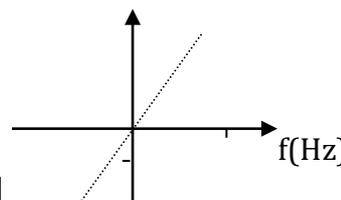
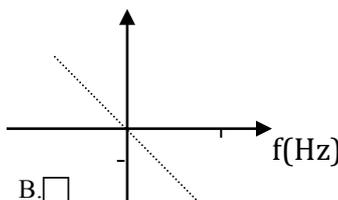
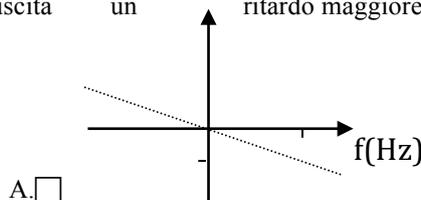
Dato il filtro passa basso con il modulo della risposta in frequenza nelle seguente figura



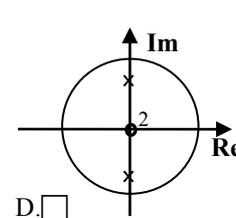
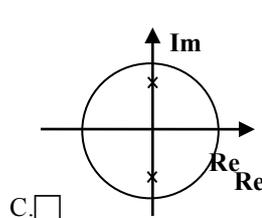
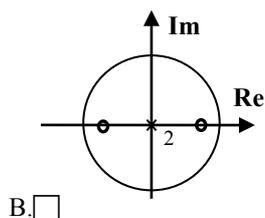
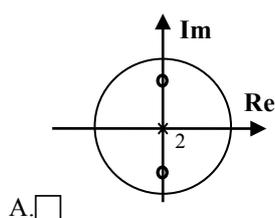
Si indichi quali tra le seguenti figure rappresenta la trasformata della risposta impulsiva del filtro alla quale è stata applicata una finestra di hamming



Siano date le seguente rappresentazione della fase della risposta in frequenza di tre sistemi LTI. Quale dei tre introduce in uscita un ritardo maggiore



Data la seguente equazione alle differenze che descrive un sistema tempo discreto, dire quale tra le seguenti rappresentazioni è compatibile con tale sistema  $y[n]=x[n]+0.6x[n-2]$



**Esercizio 7.**

I. Detta x una variabile aleatoria, caratterizzata da una densità di probabilità  $f_x(x)$  e detto  $E[.]$  l'operatore di aspettazione, Si dica quali tra queste grandezze rappresenta la varianza di x

- A.   $\int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f_x(x) dx$       B.   $\int_{-\infty}^{+\infty} (x - E[x])^2 f_x(x) dx$       C.   $E[x]$

II. Si consideri una seconda variabile y, caratterizzata da una densità di probabilità  $f_y(y)$  dire quali tra le seguenti condizioni è una condizione necessaria e sufficiente per l'indipendenza statistica delle variabili x e y

- A.   $E[xy] = 0$       B.   $f_{xy}(xy) = f_x(x)f_y(y)$   
 C.   $E[xy] = E[x]E[y]$       D.   $f_{xy}(xy) = f_x(x)$

III. Si consideri quali tra le seguenti rappresenta l'espressione del coefficiente di correlazione tra  $x$  e  $y$

A.   $E[(x - E[x])(y - E[y])]$

B.   $\frac{E[(x - E[x])(y - E[y])]}{E[(x - E[x])^2]E[(y - E[y])^2]}$

C.   $\frac{E[(x - E[x])(y - E[y])]}{\sqrt{E[(x - E[x])^2]E[(y - E[y])^2]}}$

D.   $\frac{E[xy] - E[x]E[y]}{E[(x - E[x])^2]E[(y - E[y])^2]}$

IV. Si consideri il modello di regressione lineare che lega una variabile dipendente  $y$  ad una indipendente  $x$ . Si dica quali tra le seguenti espressioni descrive correttamente il modello, dove  $a$  e  $b$  sono costanti e  $\varepsilon$  è l'errore:

A.   $E[y/x] = a + bx + \varepsilon$

B.   $E[y/x] = a + bx$

C.   $E[y/x] = b$

**MASB 07/02/11 test #1 Esercizio 1.** Illustrare lo schema generale di un'apparecchiatura per l'acquisizione di segnali spontanei, descrivendo brevemente i diversi componenti. Fornire un esempio di segnale biomedico spontaneo, indicando valori tipici e sottolineandone l'interesse in ambito clinico.

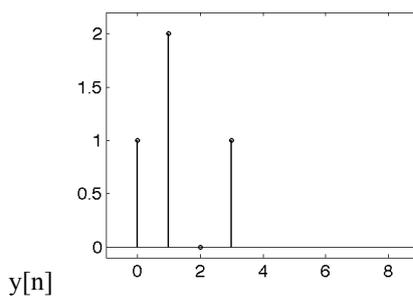
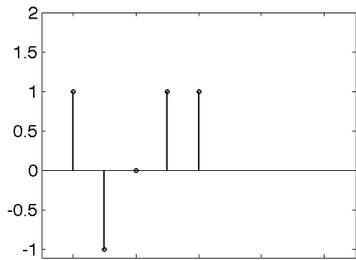
**Esercizio 2** Si disegnino il modulo e la fase della Trasformata Continua di Fourier del seguente segnale

$$s_1(t) = -2 + 5 \sin\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{3}\right) + e^{j6\pi t}$$

Discutere le differenze di tale rappresentazione con quella relativa allo Sviluppo in Serie di Fourier del medesimo segnale.

Si rappresenti il seguente spettro in modulo e fase  $S_1(f) = c\delta(f + f_A)$  con  $c = e^{j\frac{\pi}{2}}$  e  $f_A = 4$ . Si determini l'espressione dell'antitrasformata di  $S_1(f)$ .

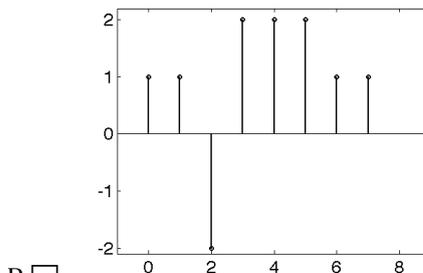
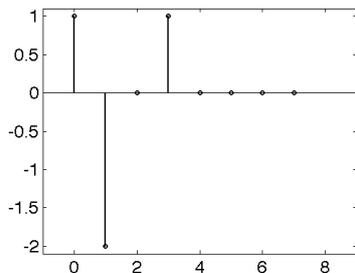
**Esercizio 3** Si considerino le sequenze nelle seguenti figure



$x[n]$

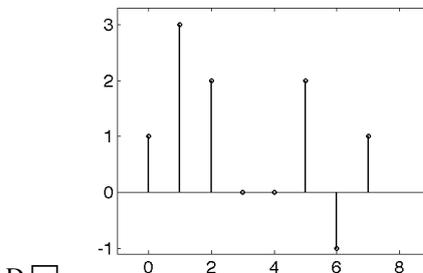
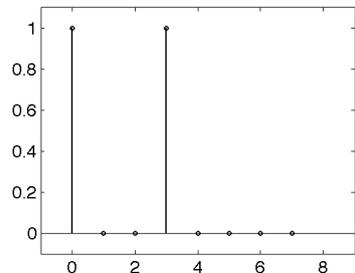
$y[n]$

I. Dire quale tra le seguenti è la convoluzione tra  $x[n]$  e  $y[n]$



A.

B.



C.

D.

Sia dato un segnale con banda compresa tra 50 e 39 MHz. Si indichi la minima frequenza di campionamento utilizzabile

- A.  22 MHz      B.  100 MHz      C.  25MHz      D.  50MHz

Dato un segnale reale  $s(t)$  di tipo passa basso con frequenza massima pari a 2 MHz, si consideri il segnale  $s_1(t) = \cos(2\pi f_1 t) + 5s(t)\sin(2\pi f_0 t)$  con  $f_0=8\text{MHz}$  e con  $f_1=7\text{MHz}$ . Qual è la banda occupata dal segnale  $s_1(t)$  (si indichi i solo la banda per frequenze positive)?

- A.  [6:10] MHz      B.  [7:10] MHz      C.  [7:9] MHz

Si consideri un segnale di tipo passa banda e  $f_c$  la frequenza ottenuta dall'applicazione delle regole per il campionamento di segnali passa banda. Indicare quale tra le seguenti affermazioni è falsa

- A.  alla frequenza  $f_c$  non si assiste al fenomeno di aliasing dello spettro  
 B.   $f_c$  può essere uguale alla frequenza di Nyquist per il segnale  
 C.  per frequenze di campionamento superiori a  $f_c$  non si assiste mai al fenomeno di aliasing dello spettro

**Esercizio 4.** Dato un sistema tempo discreto, lineare tempo invariante, definire la risposta in frequenza del sistema e come questa possa fornire informazioni sulla risposta dello stesso ad un ingresso generico. Riportare alcuni esempi, anche utilizzando grafici, di risposte in frequenza di tipo passa basso e di tipo passa alto e discutere alcune possibili risposte al gradino unitario nei due casi.

**Esercizio 5.** Dare la definizione di processo stocastico e discuterne le proprietà nel caso esso sia stazionario. Discutere alcuni andamenti tipici della funzione di autocorrelazione nel caso di processo stazionario in senso lato, indicando nei vari casi andamenti tipici delle funzioni campione.

**Esercizio 6.** Date due sequenze  $x$  e  $y$  lunghe rispettivamente 9 e 12 campioni, si vuole calcolare la convoluzione lineare tramite la convoluzione circolare. Dire qual è il periodo della sequenza ottenuta dalla convoluzione circolare.

- A.  12 campioni                      B.  20 campioni                      C.  21 campioni                      D.  22 campioni

Si indichi quale è la risoluzione in frequenza ottenibile dalla TDF della sequenza  $y[n]$  ottenuta in uscita ad un sistema al cui ingresso viene posto una sequenza  $x[n]$  con 22 campioni e  $dt=0.2$ . Il sistema in oggetto possiede una risposta impulsiva finita, lunga 15 punti, ed ha una caratteristica di tipo passa basso con frequenza di taglio 1Hz.

- A.   $df=0.1389\text{Hz}$                       B.   $df=0.1351\text{Hz}$                       C.   $df=0.2273\text{Hz}$                       D.   $df=0.056\text{Hz}$

Dato un sistema lineare e tempo invariante al cui ingresso è presente il segnale  $s(t) = 2 \cos(\pi t)$  indicare quale tra i seguenti segnali non può essere un'uscita di tale sistema

- A.   $s(t) = 2e^{-j(\pi t)}$                       B.   $s(t) = 2 \cos(2\pi t)$                       C.   $s(t) = 8 \cos(\pi t)$

Si considerino il sistema caratterizzato dalla seguente trasformazione ingresso uscita, applicata al segnale di ingresso  $x(t)$ :  $y(t) = \sqrt{t_0} x(t + t_0^2) + \sin(t)$  con  $t_0$  costante. Si dica se tale sistema è:

- A.  lineare e tempo variante                      B.  lineare e tempo invariante  
 C.  non lineare e tempo invariante                      D.  non lineare e tempo variante

**Esercizio 7.** Si consideri il modello di regressione lineare che lega una variabile dipendente  $y$  ad una indipendente  $x$ .

I. Il modello di regressione assume che la retta di regressione in ogni punto sia pari a

- A.   $E(x|y)$                       B.   $E(y)$                       C.   $E(y|x)$                       D.   $E\left(\frac{y}{x}\right)$

II. Considerando  $e_i$  l'errore delle misura  $i$ -esima rispetto al modello, i parametri della regressione sono tali da minimizzare

- A.   $\sum_i e_i$                       B.   $\sum_i e_i^2$                       C.   $\left(\sum_i |e_i|\right)^2$                       D.   $\left(\sum_i e_i\right)^2$

III. Si dica quali tra le seguenti espressioni descrive correttamente il legame tra il coefficiente angolare della retta,  $b$ , e il coefficiente di correlazione  $\rho$  tra la variabile dipendente e quella indipendente. Con  $\sigma_x$  e  $\sigma_y$  si indicano le deviazioni standard delle variabili indipendente e dipendente rispettivamente.

- A.   $b = \frac{\sigma_y}{\sigma_x}$                       B.   $b = \rho \frac{\sigma_y}{\sigma_x}$                       C.   $b = \rho$                       D.   $b = \frac{\rho}{\sigma_x^2}$                       E.   $b = \rho \frac{\sigma_x}{\sigma_y}$

IV. Supposte verificate le ipotesi per la validità del modello di regressione, e detta  $\sigma = 1$  la deviazione standard dell'errore, dire per quali di questi intervalli la probabilità che l'errore sia in essi contenuto è pari a 0.5

- A.   $\left(-\frac{\sigma}{2}, +\frac{\sigma}{2}\right)$                       B.   $(-\infty, 0)$                       C.   $(0, 0.5)$                       D.   $(0, +2\sigma)$

**MASB 21/02/11 test #1 Esercizio 1.** Illustrare lo schema generale di un'apparecchiatura per l'acquisizione di bioimmagini, descrivendo brevemente i diversi componenti. Fornire un esempio di bioimmagine ottenuta attraverso l'utilizzo di fonti di energia di tipo non ionizzanti, sottolineandone l'interesse in ambito clinico.

**Esercizio 2.** Si disegnino il modulo e la fase della Trasformata Continua di Fourier del seguente segnale

$$s_1(t) = 3 \sin\left(1.5\pi t + \frac{\pi}{6}\right) - j e^{j4\pi t}$$

Si calcoli la trasformata del segnale  $s_2(t) = 5 + s_1(t) \text{rect}\left(\frac{t}{4}\right)$  e se ne rappresenti il modulo. Dire in quale modo sia possibile rappresentare tramite la TCF segnali a potenza media finita, anche fornendo una giustificazione teorica.

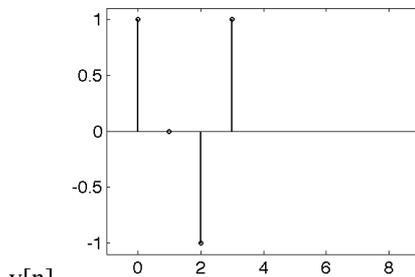
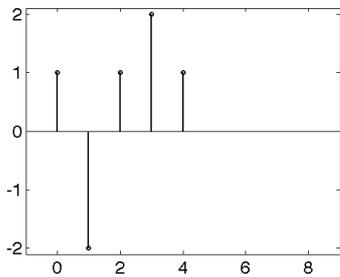
**Esercizio 3.** Si consideri il segnale  $s(t) = 5 + e^{j\frac{\pi}{4}t}$ . Si dica qual è la minima frequenza di campionamento utilizzabile.

- A.  0.5 Hz      B.  0.25 Hz      C.  8Hz      D.  0.125 Hz

Sia dato un segnale con banda compresa tra 77 e 99 kHz. Si indichi la minima frequenza di campionamento utilizzabile

- A.  44 kHz      B.  99 kHz      C.  198MHz      D.  49.5kHz

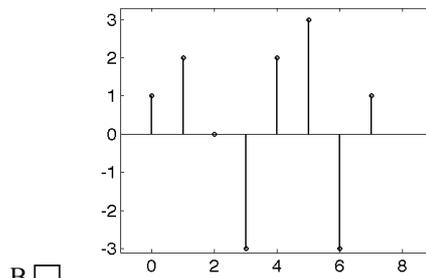
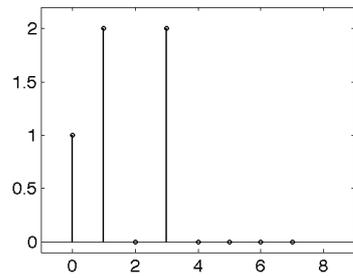
Si considerino le sequenze nelle seguenti figure



x[n]

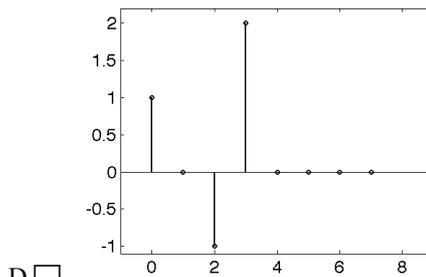
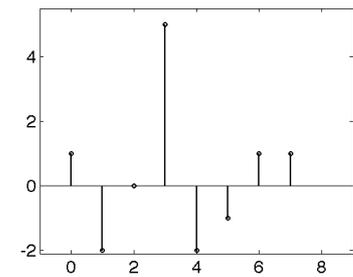
y[n]

Dire quale tra le seguenti è la convoluzione tra x[n] e y[n]



A.

B.



C.

D.

Sia s(t) un segnale tempo continuo finito, integrabile e derivabile e che non presente discontinuità di specie, e sia

$$s_p(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} s(t - kT_0)$$

Quale delle seguenti affermazioni è vera:

A.  è possibile eseguire lo sviluppo in serie di Fourier di  $s_p(t)$  e i coefficienti  $S_n$  si possono ottenere scalando e campionando opportunamente la trasformata di s(t), S(f)

B.  è possibile eseguire lo sviluppo in serie di Fourier di  $s_p(t)$  e i coefficienti  $S_n$  sono uguali ad un sottoinsieme di quelli di S(f) nell'intervallo  $\left(-\frac{1}{T_0}, \frac{1}{T_0}\right)$

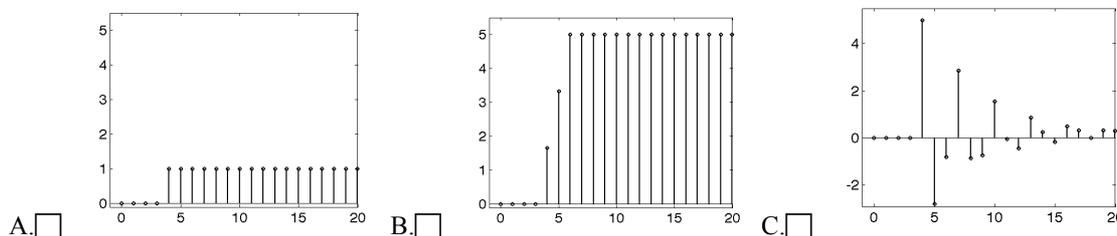
C.  è possibile eseguire lo sviluppo in serie di Fourier di  $s_p(t)$  e i coefficienti  $S_n$  si possono ottenere periodicizzando con periodo  $1/T_0$  la trasformata di S(f)

**Esercizio 4.** Descrivere cosa si intende per modello di sistema biologico, riportandone una classificazione ed alcuni esempi.

**Esercizio 5.** Discutere il significato di risposta in frequenza di un sistema LTI sfruttando il concetto di autofunzioni. Sempre facendo uso del concetto di autofunzione dire come sia possibile schematizzare e stimare qualitativamente il comportamento di un sistema di tipo passa basso quando in ingresso è presente un segnale generico.

**Esercizio 6.** Si consideri la seguente funzione di trasferimento nel dominio  $z$ ,  $H(z) = \frac{1 - 0.9z^{-1}}{1 + 0.6658z^{-1} + 0.64z^{-2}}$ .

Tale funzione è caratteristica di un filtro con la risposta al gradino data da:



Dato un filtro FIR progettato con il metodo delle finestre, in particolare utilizzando una finestra rettangolare. In quale modo è possibile aumentare la selettività del filtro?

- A.  utilizzando una finestra di Hanning al posto della finestra rettangolare
- B.  aumentando la larghezza della finestra rettangolare
- C.  diminuendo la larghezza della finestra rettangolare
- D.  utilizzando una finestra di Hamming al posto della finestra rettangolare

Si considerino il sistema caratterizzato dalla seguente trasformazione ingresso uscita, applicata al segnale di ingresso  $x(t)$ :  $y(t) = Ax(t - t_0) + c$  con  $c$  e  $t_0$  costanti. Si dica se tale sistema è:

- A.  lineare e tempo variante
- B.  lineare e tempo invariante
- C.  non lineare e tempo invariante
- D.  non lineare e tempo variante

Si ipotizzi di avere una sequenza  $x[n]$  con 21 campioni e  $f_c=10$ . Si scriva il valore della frequenza massima visualizzabile dall'analisi con TDF della suddetta sequenza (si consideri l'intervallo di frequenze positive e centrato nell'origine)

- A.   $f_{max}=5\text{Hz}$
- B.   $f_{max}=4.7619\text{ Hz}$
- C.   $f_{max}=4.5238\text{Hz}$

**Esercizio 7.**

I. Dette  $x$  e  $y$  due variabili aleatorie a valore medio nullo, dire quale delle seguenti affermazioni è vera:

- A.   $\rho_{xy} = 0$
- B.   $C_{xy} = E[xy]$
- C.   $E[xy] = 0$

Con  $E[\cdot]$  si indica l'operatore di aspettazione,  $C_{xy}$  la covarianza tra  $x$  e  $y$ , e  $\rho_{xy}$  il coefficiente di correlazione tra  $x$  e  $y$

II. Date due variabili aleatorie  $x$  e  $y$  incorrelate tra loro. Dire quali delle seguenti affermazioni è falsa:

- A.  l'incorrelazione è una condizione sufficiente per l'indipendenza statistica
- B.  la covarianza tra  $x$  e  $y$  è nulla
- C.  l'incorrelazione è una condizione necessaria per l'indipendenza statistica

III. Si consideri il modello di regressione lineare che lega una variabile dipendente  $y$  ad una indipendente  $x$ . Quale delle seguenti affermazioni è falsa:

- A.  all'aumentare del modulo del coefficiente di correlazione tra  $x$  e  $y$  il valore medio dell'errore del modello di regressione si avvicina maggiormente a zero
- B.  al diminuire del modulo del coefficiente di correlazione tra  $x$  e  $y$  la deviazione standard dell'errore aumenta
- C.  il modello di regressione assume che la distribuzione statistica dell'errore sia normale

IV. Si consideri il modello di regressione lineare che lega una variabile dipendente  $y$  ad una indipendente  $x$ . Si dica quali tra le seguenti espressioni descrive il legame tra la pendenza della retta di regressione  $b$  e le statistiche relative alle due variabili:

- A.   $b = \frac{\text{cov}(x, y)}{\sigma_x}$
- B.   $b = \frac{\text{cov}(x, y)}{\sigma_x^2}$
- C.   $b = \frac{\rho_{xy}\sigma_x}{\sigma_y}$

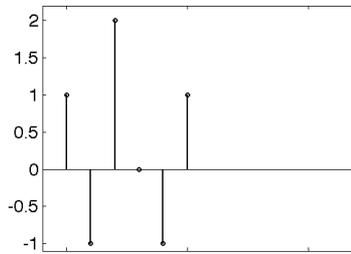
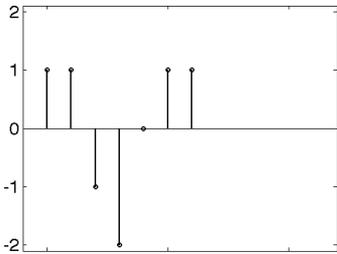
**MASB 20/06/11 test #1. Esercizio 1.** Illustrare lo schema generale di un'apparecchiatura per l'acquisizione di segnali spontanei, descrivendo brevemente i diversi componenti. Fornire un esempio di segnale biomedico spontaneo, indicando valori tipici e sottolineandone l'interesse in ambito clinico.

**Esercizio 2.** Discutere l'ambito di applicazione dello Sviluppo in Serie di Fourier. Dire cosa si intende per fasore e discutere il significato delle frequenze negative.

Rappresentare lo sviluppo in Serie, modulo e fase del seguente segnale

$$s(t) = -5j + 3\sin\left(\frac{\pi}{3}t + \frac{\pi}{8}\right) + e^{-j\pi t}$$

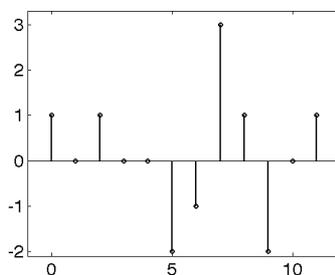
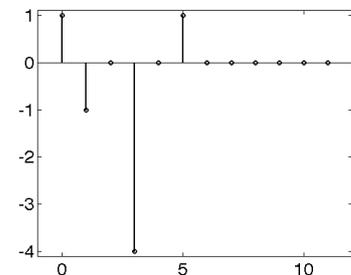
**Esercizio 3** Si considerino le sequenze nelle seguenti figure



x[n]

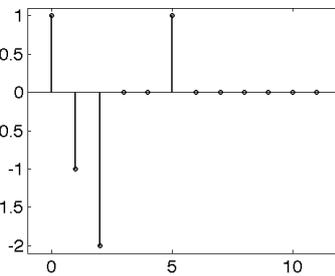
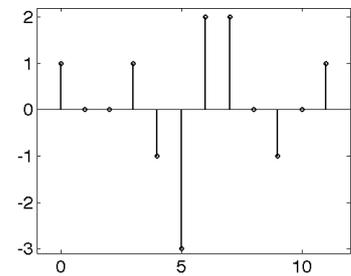
y[n]

I. Dire quale tra le seguenti è la convoluzione tra x[n] e y[n]



A.

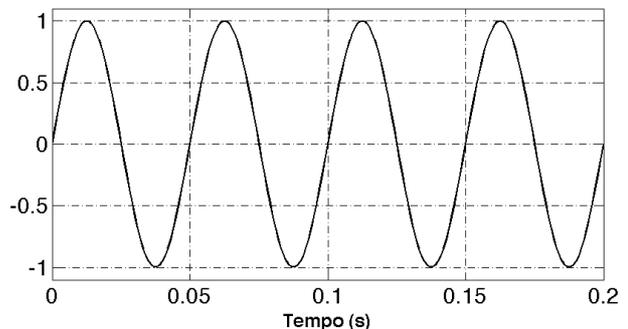
B.



C.

D.

Si consideri il seguente segnale periodico (ne viene rappresentato un segmento)



Se volessimo campionare correttamente il segnale qual è il numero minimo di campioni al secondo necessario?

- A.  40                      B.  10                      C.  0.1                      D.  0.2

Sia dato un segnale con banda compresa tra 650 e 900 MHz si indichi qual è la minima frequenza di campionamento utilizzabile

- A.  500 MHz                      B.  1800 MHz                      C.  600 MHz                      D.  900 MHz

Si consideri un segnale  $s(t)$  con trasformata  $S(f)$ . Si consideri adesso la sequenza  $s[n]=s(nT)$  e la Trasformata di Fourier di  $s[n]$ . Si indichi quale tra le seguenti relazioni è vera

A.   $\bar{S}(f) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} S\left(f - \frac{k}{T}\right)$  con  $\bar{S}(f)$  la Trasformata di Fourier di  $s[n]$

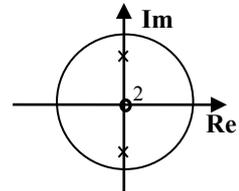
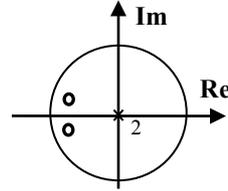
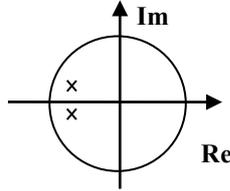
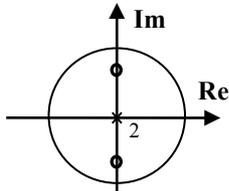
B.   $S_k = \frac{1}{N} S\left(\frac{k}{NT}\right)$  con  $S_k$  il coefficiente della Trasformata di  $s[n]$

C.   $\bar{S}(f) = S(f)$  per  $-\frac{1}{2T} \leq f \leq \frac{1}{2T}$  qualsiasi sia  $S(f)$  e con  $\bar{S}(f)$  la Trasformata di Fourier di  $s[n]$

**Esercizio 4.** Dare la definizione di risposta impulsiva per un sistema lineare tempo invariante e indicare come da questa sia possibile ricavarne la risposta in frequenza. Definire le autofunzioni di un sistema lineare tempo invariante e come queste possano essere usate per ricavare la risposta in frequenza del sistema. Discutere il significato della fase della risposta in frequenza.

**Esercizio 5.** Dare la definizione di processo stocastico. Definire le statistiche del primo e del secondo ordine da esso estratte, specificandone proprietà nel caso di stazionarietà in senso lato. Scegliere una statistica del primo ordine e descrivere i passi per la sua stima a partire dall'osservazione di un processo.

**Esercizio 6.** Data la seguente equazione alle differenze che descrive un sistema tempo discreto, dire quale tra le seguenti rappresentazioni è compatibile con tale sistema  $y[n]=x[n]+1.5x[n-1]+0.6x[n-2]$



A.

B.

C.

D.

Dire inoltre se l'equazione alle differenze del punto seguente è caratteristica di un filtro di tipo:

A.  FIR, passa basso

B.  FIR, passa alto

C.  IIR, passa basso

C.  IIR, passa alto

Si consideri il sistema caratterizzato dalla seguente trasformazione ingresso uscita, applicata al segnale di ingresso  $x(t)$ :  $y_1(t) = x(t - t_0) + \sin(t)$  con  $t_0$  costante. Si dica se tale sistema è:

A.  lineare e tempo variante

B.  lineare e tempo invariante

C.  non lineare e tempo invariante

D.  non lineare e tempo variante

**Esercizio 7.**

I. Detta  $x$  una variabile aleatoria, caratterizzata da una densità di probabilità  $f_x(x)$  e detto  $E[.]$  l'operatore di aspettazione, Si dica quali tra queste grandezze rappresenta la varianza di  $x$

A.   $\int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f_x(x) dx$

B.   $\int_{-\infty}^{+\infty} (x - E[x])^2 f_x(x) dx$

C.   $E[x]$

II. Si consideri una seconda variabile  $y$ , caratterizzata da una densità di probabilità  $f_y(y)$  dire quali tra le seguenti condizioni è valida nel caso di incorrelazione

A.   $\rho_{xy} = -1$

B.   $E[xy] = E[x]E[y]$

C.   $f_{xy}(xy) = f_x(x)$

III. Consideriamo due eventi indipendenti A e B. Quali delle seguenti affermazioni è vera

A.   $P(A|B) = P(B|A)P(B)/P(A)$

B.   $P(A|B) = [P(A) + P(B) - P(A+B)]/P(B)$

C.   $P(A|B) = P(A)$

**MASB 04/07/11 AA0910 test #1. Esercizio 1** Dare una definizione di bioimmagine e descrivere uno schema di principio per la sua acquisizione. Fornire esempi di bioimmagini ottenute con metodiche differenti, sottolineando i principi fisici alla base della loro formazione e come questi ne determinino l'impiego clinico.

**Esercizio 2.** Disegnare il segnale periodico  $s(t)$ . Il grafico deve essere fatto per  $-15 \leq t \leq 15$

$$s(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \text{rect}\left(\frac{t-kT_0}{T}\right) \text{ con } T_0=10 \text{ s e } T=2 \text{ s.}$$

Stimare i coefficienti dello sviluppo in serie di Fourier del segnale  $S_0, S_1$  e  $S_5$

Ricostruire il segnale a partire dai suoi coefficienti, considerando solo i termini per  $n=0, -1, +1$   
Sovrapporre il grafico del segnale ricostruito in questo modo a quello del segnale completo.

**Esercizio 3**

Si consideri il seguente segnale periodico  $s(t) = 1 + \sin\left(\frac{\pi}{6}t\right) + \sin\left(\frac{\pi}{5}t\right)$ , se volessimo campionare correttamente il segnale quale sarebbe il massimo passo di campionamento utilizzabile?

- A.  30 s                      B.  6 s                      C.  5 s                      D.  20 s

Si consideri l'operatore convoluzione lineare indicato con il simbolo  $\otimes$ , dire quale tra le seguenti affermazioni è vera

- A.   $x[n] = u[n] \otimes x[n]$                       B.   $x[n] = [u[n] - u[n - 1]] \otimes x[n]$                       C.   $x[n] = \delta[-n] \otimes x[-n]$

Sia dato un segnale con banda compresa tra 115 e 140 kHz si indichi qual è la minima frequenza di campionamento utilizzabile

- A.  56 kHz                      B.  50 kHz                      C.  280 kHz                      D.  140 kHz

Sia  $s(t)$  un segnale tempo continuo finito, integrabile e derivabile e che non presente discontinuità di specie, e sia

$$s_p(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} s(t - kT_0). \text{ Quale delle seguenti affermazioni è vera:}$$

- A.  è possibile eseguire lo sviluppo in serie di Fourier di  $s_p(t)$  e i coefficienti  $S_n$  sono uguali ad un sottoinsieme di

quelli di  $S(f)$  nell'intervallo  $\left(-\frac{1}{T_0}, \frac{1}{T_0}\right)$

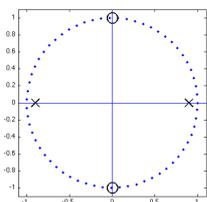
- B.  è possibile eseguire lo sviluppo in serie di Fourier di  $s_p(t)$  e i coefficienti  $S_n$  si possono ottenere scalando e campionando opportunamente la trasformata di  $s(t)$ ,  $S(f)$

- C.  è possibile eseguire lo sviluppo in serie di Fourier di  $s_p(t)$  e i coefficienti  $S_n$  si possono ottenere periodicizzando con periodo  $1/T_0$  la trasformata di  $S(f)$

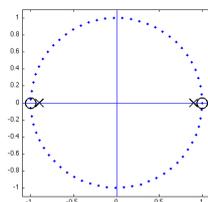
**Esercizio 4.** Descrivere cosa si intende per modello di sistema biologico, riportandone una classificazione ed alcuni esempi.

**Esercizio 5.** Definire la funzione di autocorrelazione di un processo e fornire i passi per la sua stima a partire dall'osservazione di un processo. Descriverne le proprietà nel caso di stazionarietà in senso stretto.

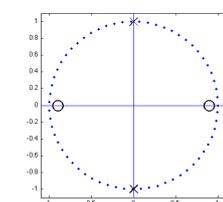
**Esercizio 6.** Data il sistema tempo discreto descritto dalla seguente equazione alle differenze  $y[n]=x[n]-x[n-2]+0.81y[n-2]$ , si dica quali dei seguenti grafici rappresenta la posizione dei poli e degli zeri della funzione di trasferimento del filtro nel piano di Gauss (con "o" si indicano gli zeri, con "x" i poli)



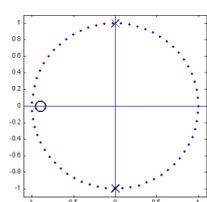
A.



B.



C.



D.

Si consideri un sistema con risposta impulsiva in figura 1. Si indichi quali dei seguenti grafici poli/zeri è compatibile con tale sistema

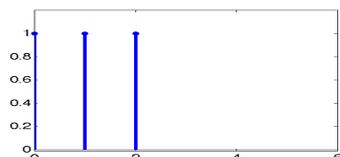
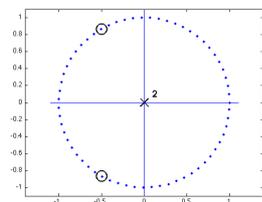
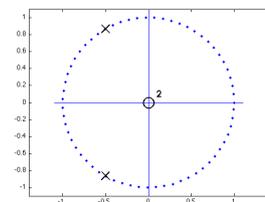


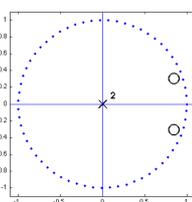
Fig. 1



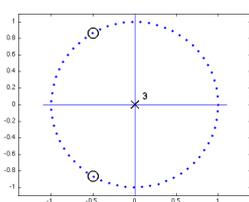
A.



B.

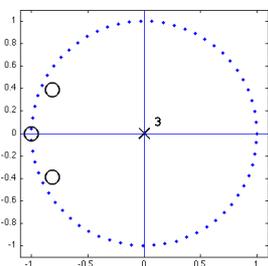


C.



D.

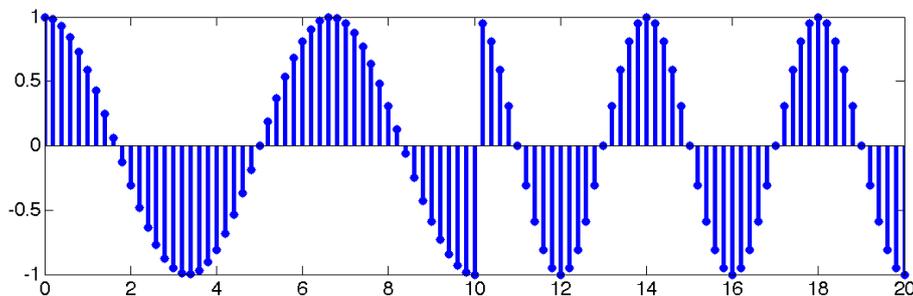
Si consideri il sistema TD caratterizzato dai seguenti poli e zeri.



Dire se si tratta di:

- A.  IIR, passa basso    B.  FIR, passa alto    C.  IIR, passa alto    D.  FIR, passa basso

Si consideri la sequenza in figura. L'unità delle ascisse è il secondo.



Dire quale tipo di filtro potrebbe essere usato per rilevare la discontinuità presente a 10 s

- A.  passa basso con frequenza di taglio inferiore a 10 Hz  
 B.  passa alto con frequenza di taglio superiore a 0.3 Hz  
 C.  passa alto con frequenza di taglio superiore a 0.13 Hz  
 C.  passa basso con frequenza di taglio inferiore a 0.1 Hz

**Esercizio 7.**

I. Sia  $x$  una variabile aleatoria, caratterizzata da una densità di probabilità  $f_x(x) = 0.1629e^{-\frac{x^2}{12}} f_x(x)$ . Si dica quanto

vale la seguente statistica  $\int_{-\infty}^{+\infty} x f_x(x) dx$

- A.  6                      B.  0                      C.  1

II. Si dica quale tra le seguenti statistiche assume valore maggiore

- A.   $\int_{-18}^{18} f_x(x) dx$                       B.   $\int_0^{+\infty} f_x(x) dx$                       C.   $\int_0^{36} f_x(x) dx$

III. Siano  $x_i$  variabili aleatorie indipendenti, aventi distribuzione uniforme, con varianza diversa da zero e a valori limitati. Si consideri la variabile  $y = \sum_{i=1}^n x_i$ . Si dica quale tra le seguenti affermazioni è falsa

- A.  la deviazione standard di  $y$  è pari alla somma delle deviazioni standard delle variabili  $x_i$   
 B.  la distribuzione di  $y$  è più simile ad una distribuzione normale rispetto alle distribuzioni delle  $x_i$   
 C.  il valore medio di  $y$  è uguale alla somma dei valori medi delle variabili  $x_i$

IV. Si consideri una seconda variabile  $y$ , caratterizzata da una densità di probabilità  $f_y(y)$  dire quali tra le seguenti condizioni è una condizione necessaria e sufficiente per l'indipendenza statistica delle variabili  $x$  e  $y$

- A.   $E[xy] = 0$                       B.   $E[xy] = E[x]E[y]$   
 C.   $f_{xy}(xy) = f_x(x)f_y(y)$                       D.   $f_{xy}(xy) = f_x(x)$

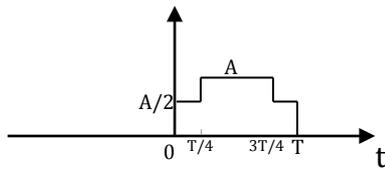
V. Si consideri quali tra le seguenti rappresenta l'espressione del coefficiente di correlazione tra  $x$  e  $y$

- A.   $\frac{E[(x - E[x])(y - E[y])]}{E[(x - E[x])^2]E[(y - E[y])^2]}$                       B.   $E[(x - E[x])(y - E[y])]$   
 C.   $\frac{E[xy] - E[x]E[y]}{E[(x - E[x])^2]E[(y - E[y])^2]}$                       D.   $\frac{E[(x - E[x])(y - E[y])]}{\sqrt{E[(x - E[x])^2]E[(y - E[y])^2]}}$

**MASB 18/07/11 AA0910 test #1. Esercizio 1** Fornire una descrizione delle metodiche necessarie per acquisire informazioni sulla funzione e sulla anatomia del cuore. Per ogni metodica scelta indicarne una classificazione e finalità.

**Esercizio 2.**

Si consideri il segnale  $s(t)$  in figura e se ne calcoli la Trasformata Continua di Fourier.  $A$  vale 2 V e  $T$  è pari a 1 s.



Si consideri il segnale periodico ottenuto in questo modo

$$s_1(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} s(t - kT)$$

Farne il grafico e discutere in quali modi ne possa essere fatta l'analisi in frequenza e qual è il risultato atteso. In questo caso si chiede di discutere qualitativamente l'andamento atteso in frequenza. Ove possibile fornire informazioni quantitative senza ricorrere a calcoli complessi (ad es. integrazione).

**Esercizio 3** Si consideri l'operatore convoluzione lineare indicato con il simbolo  $\otimes$ , dire quale tra le seguenti affermazioni è vera

- A.   $x[n] - x[n - 1] = [1 - u[n - 1]] \otimes x[n]$       B.   $x[n] - x[n - 1] = [1 - \delta[n - 1]] \otimes x[n]$   
 C.   $x[n] - x[n - 1] = [u[n] - u[n - 1]] \otimes x[n]$       D.   $x[n] - x[n - 1] = [\delta[n] - \delta[n - 1]] \otimes x[n]$

Si consideri il seguente segnale periodico  $s(t) = 1 + \sin\left(\frac{\pi}{6}t\right) + \sin\left(\frac{\pi}{9}t\right)$ , se volessimo campionare correttamente il segnale quale sarebbe il massimo passo di campionamento utilizzabile?

- A.  18 s                      B.  6 s                      C.  9 s                      D.  12 s

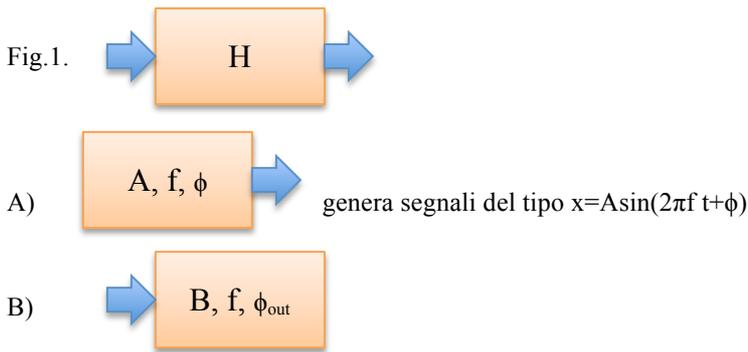
Sia dato un segnale con banda compresa tra 115 e 165 kHz si indichi qual è la minima frequenza di campionamento utilizzabile

- A.  165 kHz                      B.  100 kHz                      C.  110 kHz                      D.  330 kHz

Si consideri un segnale di tipo passa banda e  $f_c$  la frequenza ottenuta dall'applicazione delle regole per il campionamento di segnali passa banda. Indicare quale tra le seguenti affermazioni è falsa

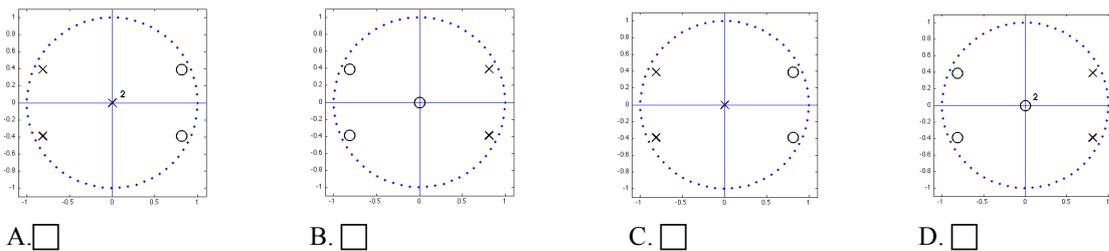
- A.  alla frequenza  $f_c$  non si assiste al fenomeno di aliasing dello spettro  
 B.   $f_c$  può essere uguale alla frequenza di Nyquist per il segnale  
 C.  per frequenze di campionamento superiori a  $f_c$  non si assiste mai al fenomeno di aliasing dello spettro

**Esercizio 4** Si consideri il sistema lineare e tempo invariante in figura 1, del quale non si conosce la risposta in frequenza. Dopo aver fornito una definizione di risposta in frequenza, si indichi come sia possibile stimarla avendo a disposizione il generatore di forme d'onda in A) in grado di generare onde sinusoidali a frequenza, ampiezza e fase variabili, e l'oscilloscopio B) in grado di misurare il segnale in uscita permettendo di stimarne ampiezza, frequenza e ritardo rispetto all'ingresso.



**Esercizio 5.** Descrivere il modello di regressione lineare indicando le ipotesi per una corretta applicazione a dati sperimentali. Indicare le finalità dell'utilizzo di tale modello e discutere un esempio di applicazione. Specificare i criteri per la determinazione dei parametri del modello e indicare il legame esistente tra i parametri del modello e altre statistiche di una o più variabili aleatorie (i.e. coefficiente di correlazione, deviazione standard, valore medio di una variabile).

**Esercizio 6.** Data il sistema tempo discreto descritto dalla seguente equazione alle differenze  $y[n]=x[n-2]-1.6217x[n-3]+0.81x[n-4]-1.6217y[n-1]-0.81y[n-2]$ , si dica quali dei seguenti grafici rappresenta la posizione dei poli e degli zeri della funzione di trasferimento del filtro nel piano di Gauss (con "o" si indicano gli zeri, con "x" i poli)



Si consideri un sistema con risposta impulsiva in figura 1. Si indichi quali dei seguenti grafici poli/zeri è compatibile con tale sistema

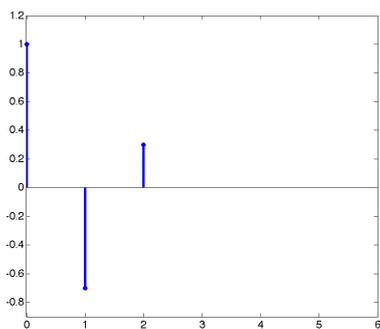
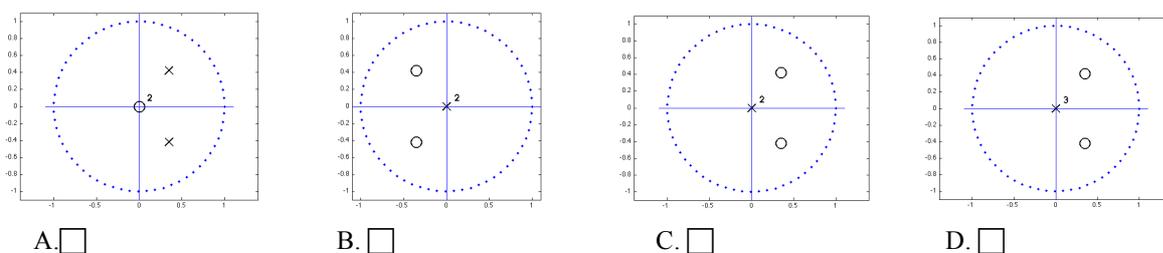
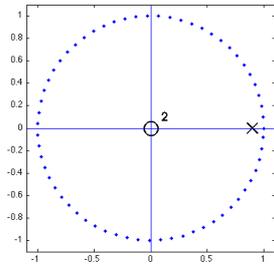


Fig. 1



Si consideri il sistema TD caratterizzato dai seguenti poli e zeri.



Dire se si tratta di:

- A.  IIR, passa basso    B.  FIR, passa alto    C.  IIR, passa alto    D.  FIR, passa basso

Si consideri la sequenza in figura 1. L'unità delle ascisse è il secondo.

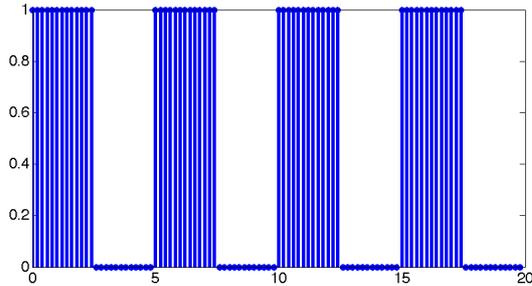


fig1

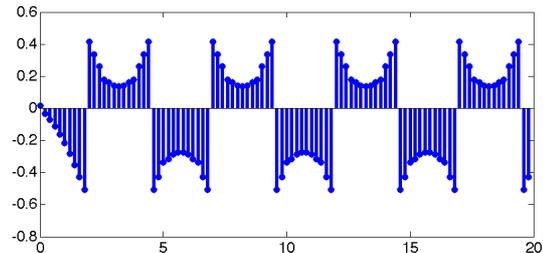


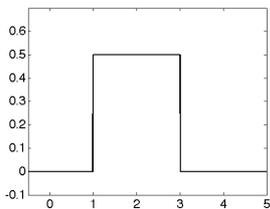
fig2

In fig 2 è presente la sequenza di fig1 filtrata. Dire quale tipo di filtro potrebbe essere stato usato per ottenerla

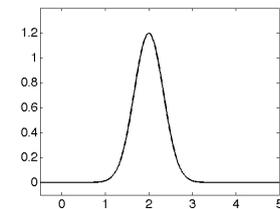
- A.  passa basso con frequenza di taglio inferiore a 0.3 Hz  
 B.  passa alto con frequenza di taglio superiore a 0.3 Hz  
 C.  passa alto con frequenza di taglio superiore a 0.1 Hz  
 D.  passa basso con frequenza di taglio inferiore a 0.1 Hz

**Esercizio 7**

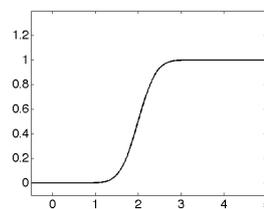
I. Si indichi quali tra i seguenti andamenti descrive la funzione di distribuzione di una variabile aleatoria uniformemente distribuita tra 1 e 3



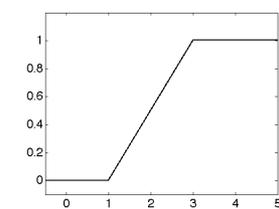
A.



B.



C.



D.

II. Quali tra le seguenti espressioni indica correttamente la densità di probabilità di una variabile aleatoria discreta

- A.   $f_x(x) = \sum_{i=1}^k p_i \delta(x - x_i)$     B.   $f_x(x) = \sum_{i=1}^k p_i u(x - x_i)$   
 C.   $f_x(x) = \sum_{i=1}^k p_i x_i u(x - x_i)$     D.   $f_x(x) = \sum_{i=1}^k p_i x_i \delta(x - x_i)$

III. Siano  $x_i$  variabili aleatorie indipendenti, aventi distribuzione uniforme, con uguali varianze e valori medi. Si consideri la variabile  $y = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$  con  $n \gg 30$ . Si dica quale tra le seguenti affermazioni è falsa

- A.  il valore medio e la deviazione standard di  $y$  sono uguali ai valori medi e le dev. std. delle singole  $x_i$   
 B.  la distribuzione di  $y$  è più simile ad una distribuzione normale rispetto alle distribuzioni delle  $x_i$   
 C.  la varianza di  $y$  è pari alla varianza delle variabili  $x_i$  scalata di  $n$

IV. Si considerino due variabili aleatorie  $x$  e  $y$ , per le quali vale la seguente relazione  $E[xy] = E[x]E[y]$ . Dire quali tra le seguenti affermazioni è vera

- A.  la relazione precedente è una condizione sufficiente per l'indipendenza statistica di  $x$  e  $y$   
 B.  la relazione precedente è una condizione necessaria per l'indipendenza statistica di  $x$  e  $y$   
 C.  la relazione precedente è una condizione necessaria e sufficiente per l'indipendenza statistica di  $x$  e  $y$

**MASB AA0910 22/09/11 test #2. Esercizio 1** Fornire una descrizione delle metodiche necessarie per acquisire informazioni sull'attività del sistema muscoloscheletrico. Indicare inoltre le caratteristiche dei segnali acquisiti in termini di ampiezza e frequenza.

**Esercizio 2.** Discutere l'ambito di applicazione dello Sviluppo in Serie di Fourier. Dire cosa si intende per fasore e discutere il significato delle frequenze negative.

Rappresentare lo sviluppo in Serie, modulo e fase del seguente segnale.

$$s(t) = -j + 4\sin\left(\frac{\pi}{8}t + \frac{\pi}{8}\right) + \cos(2\pi t)$$

Calcolare la frequenza fondamentale e riportare le ascisse in funzione dell'indice  $n$ .

**Esercizio 3** Si consideri l'operatore convoluzione lineare indicato con il simbolo  $\otimes$ , e la funzione segno indicata con  $\text{sgn}[n]$ . Si indichi quale equazione è corretta.

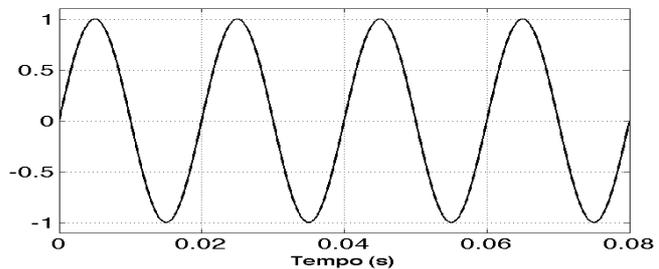
A.   $-\text{sgn}[n-1] = [u[-n] - u[n]] \otimes \delta[n-1]$

B.   $-\text{sgn}[n-1] = [-u[1-n] + u[n-1]] \otimes \delta[-n]$

C.   $-\text{sgn}[n-1] = [u[n] - u[-n]] \otimes \delta[n-1]$

D.   $-\text{sgn}[n-1] = u[-n] \otimes \delta[n+1] + u[n] \otimes \delta[n-1]$

Si consideri il seguente segnale periodico (ne viene rappresentato un segmento)



Se volessimo campionare correttamente il segnale qual è il numero minimo di campioni al secondo necessario?

- A.  0.04      B.  0.16      C.  100      D.  25

Sia dato un segnale con banda compresa tra 150 e 185 Hz si indichi qual è la minima frequenza di campionamento utilizzabile

- A.  74 Hz      B.  70 kHz      C.  185 kHz      D.  370 kHz

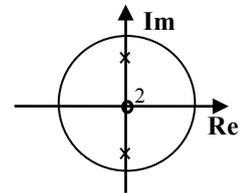
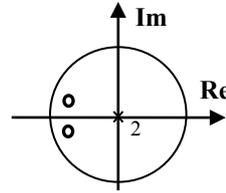
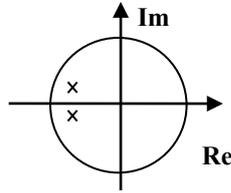
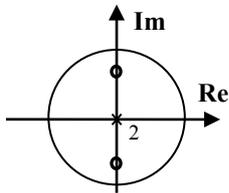
Si consideri una sequenza del tipo  $x[n]=u[n]-u[n-6]$ . Si ipotizzi di renderla periodica in questo modo  $x_p[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[n - kN_0]$  dove  $N_0=6$ . Quale di queste affermazioni è vera:

- A.  la TDF della sequenza è pari alla replica in frequenza della funzione *sinc*  
 B.  la TDF della sequenza possiede 6 campioni diversi da zero centrati in  $k/6$  (frequenza normalizzata)  
 C.  la TDF della sequenza ha solo un campione diverso da zero centrato nell'origine

**Esercizio 4.** Dare la definizione di risposta impulsiva per un sistema lineare tempo invariante tempo discreto e indicare come possa essere utilizzata per calcolare la risposta ad un ingresso generico. Fornire un esempio di risposta impulsiva tipica di un sistema di tipo passa basso e una di un sistema di tipo passa alto.

**Esercizio 5.** Dare la definizione di processo stocastico stazionario in senso lato. Definire la funzione di autocorrelazione del processo. Fornire esempi di andamenti di autocorrelazione e di come queste siano legate all'andamento delle funzioni campione.

**Esercizio 6.** Data la seguente equazione alle differenze che descrive un sistema tempo discreto, dire quale tra le seguenti rappresentazioni è compatibile con tale sistema  $y[n]=x[n]+1.5x[n-1]+0.6x[n-2]$



A.

B.

C.

D.

Dire inoltre se l'equazione alle differenze del punto seguente è caratteristica di un filtro di tipo:

A.  FIR, passa basso

B.  FIR, passa alto

C.  IIR, passa basso

C.  IIR, passa alto

Si consideri il sistema caratterizzato dalla seguente trasformazione ingresso uscita, applicata al segnale di ingresso  $x(t)$ :  $y_1(t) = x(t - t_0) + \sin(t)$  con  $t_0$  costante. Si dica se tale sistema è:

A.  lineare e tempo variante

B.  lineare e tempo invariante

C.  non lineare e tempo invariante

D.  non lineare e tempo variante

**Esercizio 7.**

I. Detta  $x$  una variabile aleatoria, caratterizzata da una densità di probabilità  $f_x(x)$  e detto  $E[\cdot]$  l'operatore di aspettazione, Si dica quali tra queste grandezze rappresenta la varianza di  $x$

A.   $\int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f_x(x) dx$

B.   $\int_{-\infty}^{+\infty} (x - E[x])^2 f_x(x) dx$

C.   $E[x]$

II. Si consideri una seconda variabile  $y$ , caratterizzata da una densità di probabilità  $f_y(y)$  dire quali tra le seguenti condizioni è valida nel caso di incorrelazione

A.   $\rho_{xy} = -1$

B.   $E[xy] = E[x]E[y]$

C.   $f_{xy}(xy) = f_x(x)$

III. Consideriamo due eventi indipendenti A e B. Quali delle seguenti affermazioni è vera

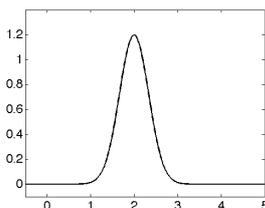
A.   $P(A|B) = P(B|A)P(B)/P(A)$

B.   $P(A|B) = [P(A) + P(B) - P(A+B)]/P(B)$

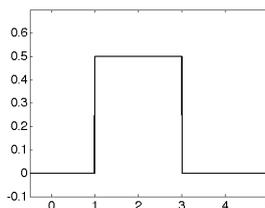
C.   $P(A|B) = P(A)$

**Esercizio 7**

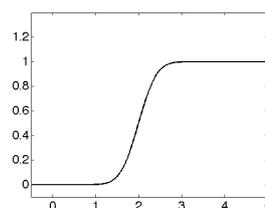
IV. Si indichi quali tra i seguenti andamenti descrive la densità di probabilità di una variabile aleatoria uniformemente distribuita tra 1 e 3



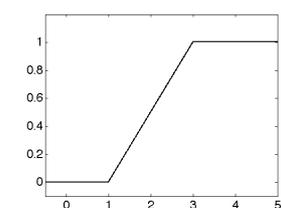
A.



B.



C.



D.

V. Quali tra le seguenti espressioni indica correttamente la funzione di distribuzione di una variabile aleatoria discreta

A.   $f_x(x) = \sum_{i=1}^k p_i u(x - x_i)$

B.   $f_x(x) = \sum_{i=1}^k p_i x_i \delta(x - x_i)$

C.   $f_x(x) = \sum_{i=1}^k p_i x_i u(x - x_i)$     D.   $f_x(x) = \sum_{i=1}^k p_i \delta(x - x_i)$

Sia  $x$  una variabile aleatoria, caratterizzata da una densità di probabilità  $f_x(x) = 0.1995 e^{-\frac{(x-10)^2}{8}}$

VI. Si dica quanto vale la seguente statistica  $\int_{-\infty}^{+\infty} (x - 10)^2 f_x(x) dx$

- A.  4                      B.  0                      C.  1

VII. Si dica quale tra le seguenti statistiche assume valore maggiore

- A.   $\int_0^{20} f_x(x) dx$                       B.   $\int_{-\infty}^{10} f_x(x) dx$                       C.   $\int_{10}^{30} f_x(x) dx$

**MASB AA0910 16/11/11 test #1.**

**Esercizio 1** Fornire un esempio di segnale biomedico spontaneo, indicando applicazioni cliniche, metodi di acquisizione e valori tipici.

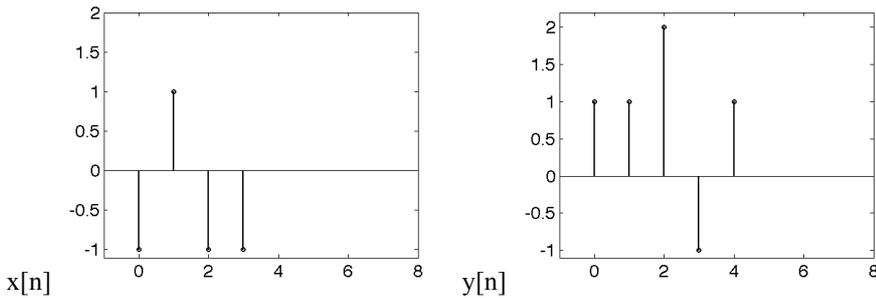
**Esercizio 2.** Disegnare il segnale periodico  $s(t)$ . Il grafico deve essere fatto per  $-20 \leq t \leq 20$

$$s(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \text{rect}\left(\frac{t-T_0/2-kT_0}{T}\right) \text{ con } T_0=10 \text{ s e } T=5 \text{ s.}$$

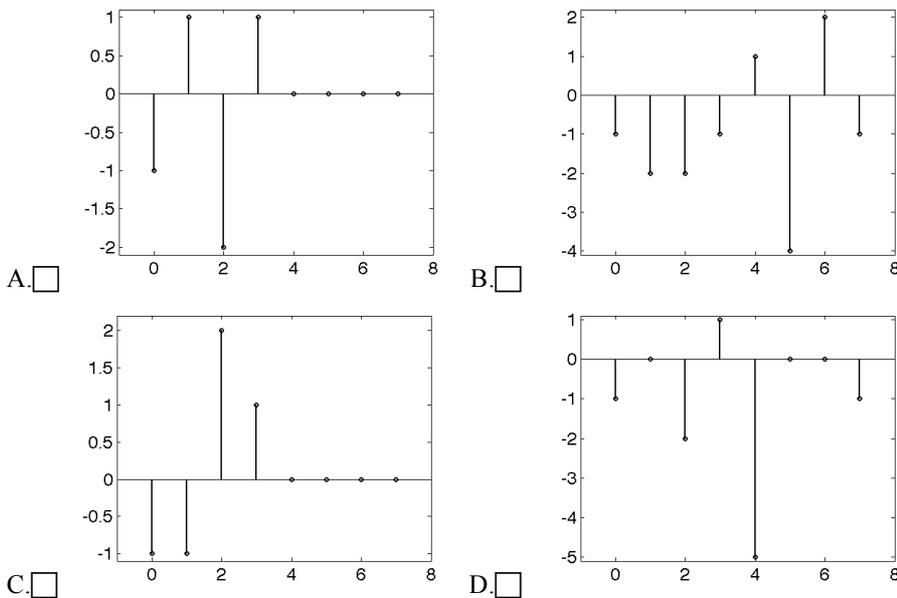
Stimare i coefficienti dello sviluppo in serie di Fourier del segnale  $S_0$  e  $S_1$

Ricostruire il segnale a partire dai suoi coefficienti, considerando solo i termini per  $n=-1,1$   
Sovrapporre il grafico del segnale ricostruito in questo modo a quello del segnale completo.

**Esercizio 3** Si considerino le sequenze nelle seguenti figure



I. Dire quale tra le seguenti è la convoluzione tra  $x[n]$  e  $y[n]$



Si consideri il segnale  $s(t) = \cos\left(\frac{\pi}{4}t\right) + \sin\left(\frac{\pi}{10}t\right)$ . Si dica qual è la minima frequenza di campionamento utilizzabile.

- A.  0.25 Hz      B.  0.1 Hz      C.  0.05 Hz      D.  0.5 Hz

Si consideri il segnale  $s(t) = \cos\left(\frac{\pi}{5}t\right) + \sin\left(\frac{\pi}{2}t\right)$ . Si dica qual è il periodo del segnale.

- A.  10 s      B.  5 s      C.  20 s      D.  2 s

Si consideri un segnale  $s(t)$  con trasformata  $S(f)$ . Si consideri adesso la sequenza  $s[n]=s(nT)$ . Quali delle seguenti affermazioni rispecchia la relazione tra  $S(f)$  e la Trasformata di Fourier della Sequenza,  $\bar{S}(f)$

- A.  il campionamento comporta una ripetizione in frequenza di repliche di  $S(f)$  centrate attorno a  $1/T$   
 B.  il campionamento nel tempo si riflette in un campionamento nel dominio frequenziale della  $S(f)$  a frequenze multiple di  $1/T$   
 A.  nelle frequenze comprese tra  $-1/(2T)$  e  $1/(2T)$ ,  $\bar{S}(f)$  e  $S(f)$  coincidono qualunque sia  $s(t)$

**Esercizio 4.** Dare la definizione di risposta impulsiva per un sistema lineare tempo invariante tempo discreto e indicare come possa essere utilizzata per calcolare la risposta ad un ingresso generico. Fornire un esempio di risposta impulsiva tipica di un sistema di tipo passa basso e una di un sistema di tipo passa alto.

**Esercizio 5.** Dare la definizione di processo stocastico stazionario in senso lato. Definire la funzione di autocorrelazione del processo. Fornire esempi di andamenti di autocorrelazione e di come queste siano legate all'andamento delle funzioni campione.

**Esercizio 6.**

Si consideri un sistema con risposta impulsiva in figura 1. Si indichi quali dei seguenti grafici poli/zeri è compatibile con tale sistema

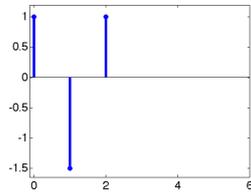
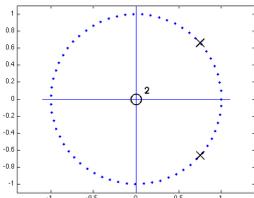
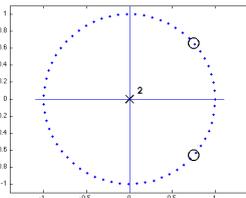


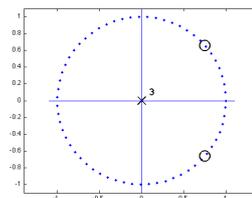
Fig. 1



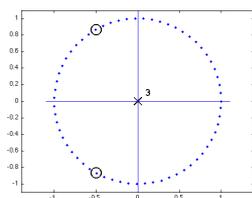
A.



B.



C.

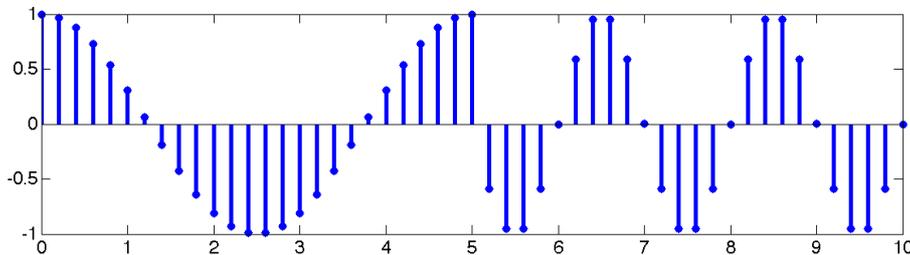


D.

Si consideri il sistema caratterizzato dalla seguente trasformazione ingresso uscita, applicata al segnale di ingresso  $x(t)$ :  $y_1(t) = x(t - t_0) + a$  con  $t_0$  e  $a$  costanti. Si dica se tale sistema è:

- A.  lineare e tempo variante
- B.  lineare e tempo invariante
- C.  non lineare e tempo invariante
- D.  non lineare e tempo variante

Si consideri la sequenza in figura. L'unità delle ascisse è il secondo.



Dire quale tipo di filtro potrebbe essere usato per rilevare la discontinuità presente a 5 s

- A.  passa basso con frequenza di taglio inferiore a 2.5 Hz
- B.  passa alto con frequenza di taglio superiore a 0.5 Hz
- C.  passa alto con frequenza di taglio superiore a 0.1 Hz
- C.  passa basso con frequenza di taglio inferiore a 0.5 Hz

**Esercizio 7**

I. Dette  $x$  e  $y$  due variabili aleatorie a valore medio nullo, dire quale delle seguenti affermazioni è vera:

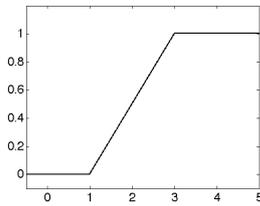
- A.   $\rho_{xy} = 0$
- B.   $C_{xy} = E[xy]$
- C.   $E[xy] = 0$

Con  $E[.]$  si indica l'operatore di aspettazione,  $C_{xy}$  la covarianza tra  $x$  e  $y$ , e  $\rho_{xy}$  il coefficiente di correlazione tra  $x$  e  $y$

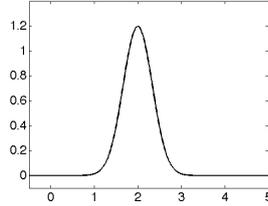
II. Date due variabili aleatorie  $x$  e  $y$  incorrelate tra loro. Dire quali delle seguenti affermazioni è falsa:

- A.  l'incorrelazione è una condizione sufficiente per l'indipendenza statistica
- B.  la covarianza tra  $x$  e  $y$  è nulla
- C.  l'incorrelazione è una condizione necessaria per l'indipendenza statistica

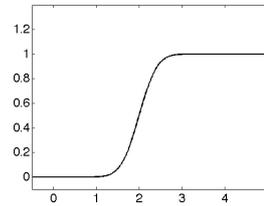
III. Si indichi quali tra i seguenti andamenti descrive la funzione di distribuzione di probabilità di una variabile aleatoria uniformemente distribuita tra 1 e 3



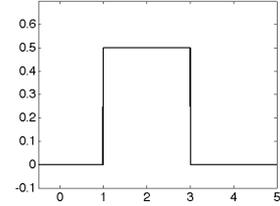
A.



B.



C.



D.

IV. Detta  $x$  una variabile aleatoria, caratterizzata da una densità di probabilità  $f_x(x)$  e detto  $E[.]$  l'operatore di aspettazione, Si dica quali tra queste grandezze rappresenta la varianza di  $x$

A.   $\int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f_x(x) dx$     B.   $\int_{-\infty}^{+\infty} (x - E[x])^2 f_x(x) dx$     C.   $\sqrt{\int_{-\infty}^{+\infty} (x - E[x])^2 f_x(x) dx}$

D.   $\sqrt{\int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f_x(x) dx}$

V. Si consideri una seconda variabile  $y$ , caratterizzata da una densità di probabilità  $f_y(y)$  dire quali tra le seguenti condizioni è valida nel caso di incorrelazione

A.   $\rho_{xy} = -1$

B.   $E[xy] = E[x]E[y]$

C.   $f_{xy}(xy) = f_x(x)$

**MASB 10/01/12 AA0910 test #1. Esercizio 1** Fornire una classificazione dei segnali biomedici spontanei in base al fenomeno fisico utilizzato per la loro acquisizione, riportando esempi. Scegliere un segnale e descriverne in dettaglio caratteristiche e applicazioni cliniche.

**Esercizio 2.** Discutere l'ambito di applicazione dello Sviluppo in Serie di Fourier e le condizioni per un suo corretto utilizzo.

Rappresentare lo sviluppo in Serie, modulo e fase del seguente segnale.

$$s(t) = 1 + \sin\left(\frac{\pi}{3}t + \frac{\pi}{4}\right) + e^{j2\pi t}$$

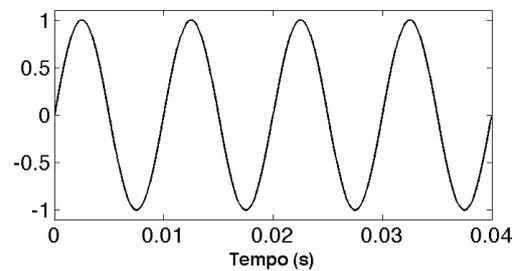
Calcolare la frequenza fondamentale e riportare le ascisse in funzione dell'indice  $n$ .

Aggiungere al segnali componenti opportune in modo che il nuovo segnale sia reale.

**Esercizio 3** Si consideri il segnale  $s(t) = \cos\left(\frac{\pi}{6}t\right) + \sin\left(\frac{\pi}{8}t\right)$ . Si dica qual è il periodo del segnale.

- A.  6 s                      B.  48 s                      C.  12 s                      D.  16 s

Si consideri il seguente segnale periodico (ne viene rappresentato un segmento)



Se volessimo campionare correttamente il segnale, qual sarebbe il numero minimo di campioni al secondo necessario?

- A.  50                      B.  0.02                      C.  200                      D.  0.08

Sia dato un segnale con banda compresa tra 50 e 65 Hz si indichi qual è la minima frequenza di campionamento utilizzabile

- A.  130 Hz                      B.  32.5 Hz                      C.  30 Hz                      D.  65 Hz

Sia  $s[n]$  una sequenza di 7 campioni ottenuti con una frequenza di campionamento pari a 50 Hz. Si indichi quale tra le seguenti rappresenta la corretta taratura dell'asse frequenziale utilizzabile applicando la TDF senza zero padding alla sequenza.

- A.  [-25.0 -17.9 -10.7 -3.6 3.6 10.7 17.9]  
 B.  [-150 -100 -50 0 50 100 150]  
 C.  [-21.4 -14.3 -7.1 0 7.1 14.3 21.4]

**Esercizio 4.** Indicare come sia possibile determinare la risposta in frequenza, in modulo e fase, di un sistema LTI utilizzando funzioni del tipo  $e^{jat}$  con  $a$  reale. Fornire l'esempio della risposta in frequenza di un sistema passa basso e della relativa risposta impulsiva.

**Esercizio 5.** Dare la definizione di processo stocastico. Definire le statistiche del primo e del secondo ordine da esso estratte, specificandone proprietà nel caso di stazionarietà in senso lato. Scegliere una statistica del secondo ordine e descrivere i passi per la sua stima a partire dall'osservazione di un processo.

**Esercizio 6.** Si consideri il sistema caratterizzato dalla seguente trasformazione ingresso uscita, applicata al segnale di ingresso  $x[n]$ :  $y_1[n] = n x[n - n_0]$  con  $n_0$  costante. Si dica se tale sistema è:

- A.  lineare e tempo variante                      B.  lineare e tempo invariante  
 C.  non lineare e tempo invariante              D.  non lineare e tempo variante

Si consideri un sistema con risposta impulsiva in figura 1. Si indichi quali dei seguenti grafici poli/zeri è compatibile con tale sistema

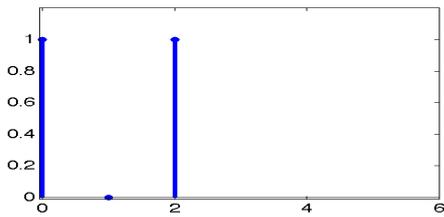


Fig. 1

A.

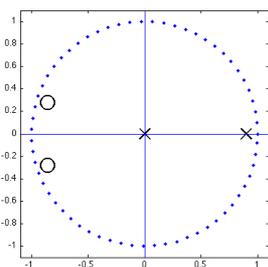
B.

C.

D.

nessuna corretta

Si consideri il sistema TD caratterizzato dai seguenti poli e zeri.



Dire se si tratta di:

- A.  FIR, passa basso      B.  IIR, passa alto      C.  FIR, passa alto      D.  IIR, passa basso

**Esercizio 7.** Si consideri il modello di regressione lineare che lega una variabile dipendente  $y$  ad una indipendente  $x$ .

I. Il modello di regressione assume che la retta di regressione in ogni punto sia pari a

- A.   $E(y|x)$       B.   $E(y)$       C.   $E(x|y)$       D.   $E\left(\frac{y}{x}\right)$

II. A parità dei parametri intercetta e pendenza, quali delle seguenti affermazioni è vera:

- A.  all'aumentare del modulo del coefficiente di correlazione tra  $x$  e  $y$ , la varianza dell'errore aumenta  
B.  all'avvicinarsi del coefficiente di correlazione tra  $x$  e  $y$ , a 0 la deviazione standard dell'errore diminuisce  
C.  all'avvicinarsi del coefficiente di correlazione tra  $x$  e  $y$ , a +1 la deviazione standard dell'errore diminuisce

III. Si consideri il modello di regressione lineare che lega una variabile dipendente  $y$  ad una indipendente  $x$ . Quale delle seguenti affermazioni è vera:

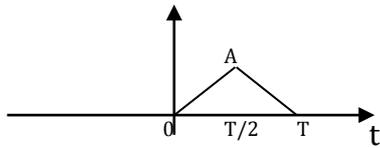
- A.  il valore medio dell'errore dipende dal coefficiente di correlazione tra  $x$  e  $y$   
B.  il valore medio dell'errore cresce al diminuire del coefficiente di correlazione tra  $x$  e  $y$   
C.  il valore medio dell'errore è indipendente dal coefficiente di correlazione tra  $x$  e  $y$

IV. Detta  $x_i$  la  $i$ -esima osservazione della variabile  $x$  in corrispondenza alla osservazione  $i$ -esima di  $y$ ,  $y_i$  si dica quale tra i seguenti è il criterio per la scelta dei parametri del modello:

- A.  minimizzare la quantità  $\sum_{i=1}^N (y_i - a - bx_i)^2$       B.  azzerare la quantità  $\sum_{i=1}^N (y_i - a - bx_i)^2$   
C.  minimizzare la quantità  $\sum_{i=1}^N (y_i - a - bx_i)$       D.  azzerare la quantità  $\sum_{i=1}^N (y_i - a - bx_i)$

**MASB AA0910 30/01/12 test #1. Esercizio 1** Descrivere brevemente le metodiche per l'acquisizione dei segnali spontanei direttamente legati all'attività elettrica del cervello, sottolineando le differenze sia nella fase di acquisizione che nel tipo di informazione ottenibile.

**Esercizio 2.** Si consideri il segnale  $s(t)$  in figura e se ne calcoli la Trasformata Continua di Fourier. A vale 2 V e T è pari a 1 s.

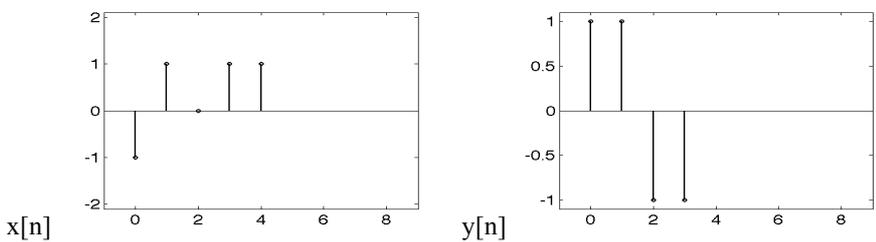


Si consideri il segnale periodico ottenuto in questo modo

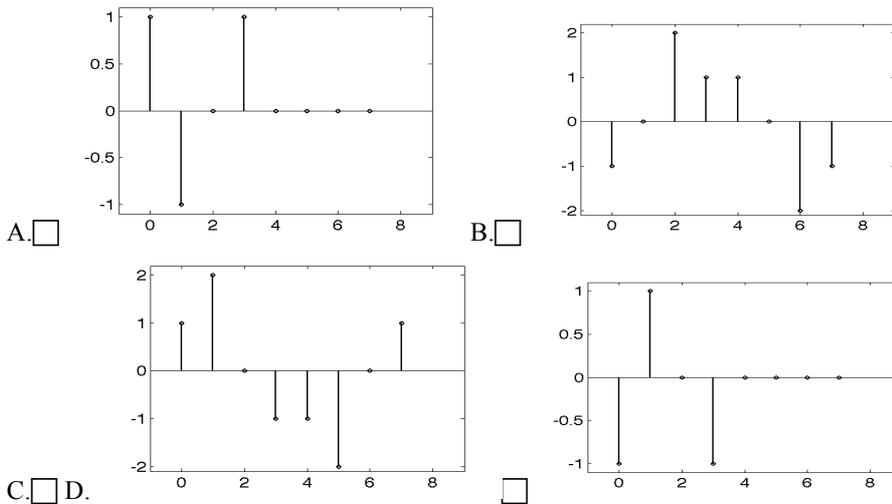
$$s_1(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} s(t - kT)$$

Farne il grafico e discutere in quali modi ne possa essere fatta l'analisi in frequenza e qual è il risultato atteso. In questo caso si chiede di discutere qualitativamente l'andamento atteso in frequenza. Ove possibile fornire informazioni quantitative senza ricorrere a calcoli complessi (ad es. integrazione).

**Esercizio 3** Si considerino le sequenze nelle seguenti figure



I. Dire quale tra le seguenti è la convoluzione tra  $x[n]$  e  $y[n]$



Si consideri il segnale  $s(t) = \cos\left(\frac{2\pi}{3}t\right) + \sin\left(\frac{\pi}{4}t\right)$ . Si dica qual è il periodo del segnale.

- A.  8 s      B.  16 s      C.  24 s      D.  12 s

Si consideri il segnale  $s(t) = 1 + \cos\left(\frac{2\pi}{5}t\right) + \sin\left(\frac{\pi}{5}t\right)$ . Si dica qual è la minima frequenza di campionamento utilizzabile.

- A.  0.2 Hz      B.  0.1 Hz      C.  0.4 Hz      D.  5 Hz

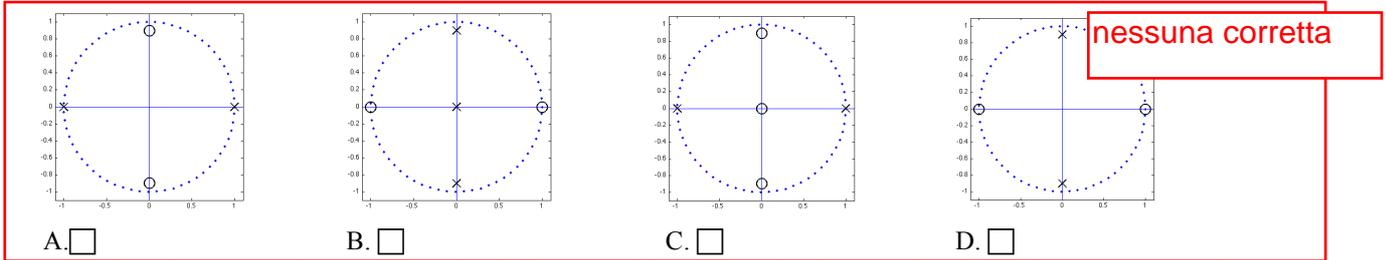
Sia dato un segnale con banda compresa tra 750 e 950 Hz si indichi qual è la minima frequenza di campionamento utilizzabile

- A.  950 Hz      B.  400 Hz      C.  475 Hz      D.  1900 Hz

**Esercizio 4**

- Dato un sistema lineare tempo invariante (LTI) a tempo continuo definire la risposta impulsiva  $h(t)$ .
- Dare una definizione di risposta in frequenza di un sistema LTI e fornire indicazioni, **utilizzando grafici nel dominio della frequenza**, di come questa possa essere usata per calcolare l'uscita di un ingresso tipo  $s_1(t) = e^{j10\pi t}$
- Dimostrare che le funzioni del tipo  $s(t) = e^{j2\pi ft}$  sono autofunzioni dei sistemi LTI

**Esercizio 5.** Dato il sistema tempo discreto descritto dalla seguente equazione alle differenze  $y[n]=x[n-2]- x[n-3]- 0.81y[n-2]$ , si dica quali dei seguenti grafici rappresenta la posizione dei poli e degli zeri della funzione di trasferimento del filtro nel piano di Gauss (con "o" si indicano gli zeri, con "x" i poli)



Si consideri un sistema con risposta impulsiva in figura 1. Si indichi quali dei seguenti grafici poli/zeri è compatibile con tale sistema

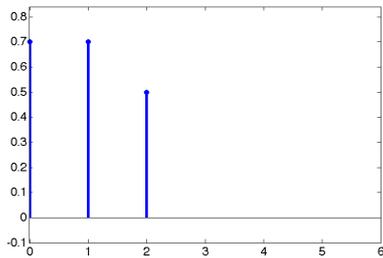
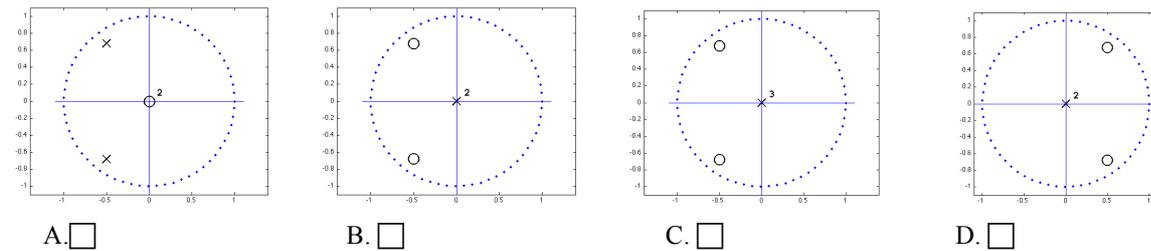


Fig. 1



Si consideri la sequenza in figura 1. L'unità delle ascisse è il secondo.

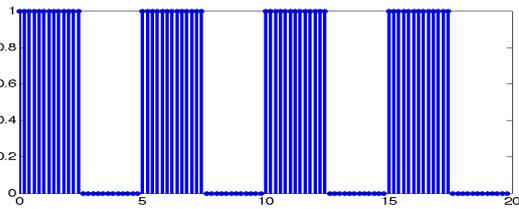


fig1

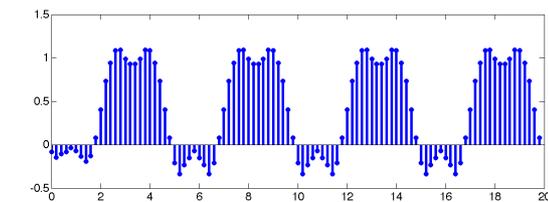


fig2

In fig 2 è presente la sequenza di fig1 filtrata. Dire quale tipo di filtro potrebbe essere stato usato per ottenerla

- A.  passa basso con frequenza di taglio pari a 0.4 Hz
- B.  passa alto con frequenza di taglio pari a 1 Hz
- C.  passa alto con frequenza di taglio pari a 0.2 Hz
- C.  passa basso con frequenza di taglio pari a 0.8 Hz

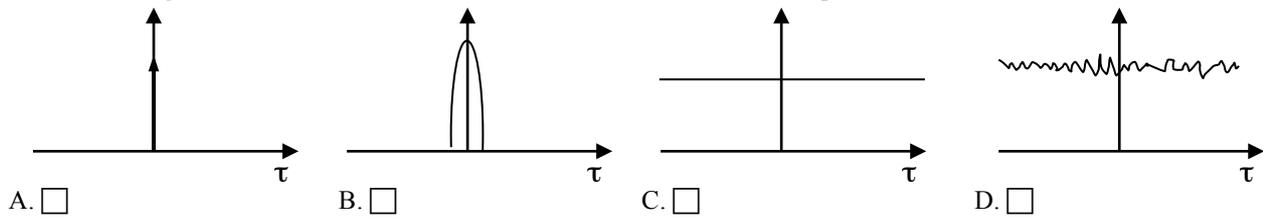
**Esercizio 6.** Si consideri la definizione di processo stocastico. Si scelga quale tra le seguenti definizioni è corretta

- A.  se fissiamo un istante di tempo  $t$ , l'insieme dei valori del processo per tale istante è una funzione deterministica
- B.  ogni realizzazione è una funzione deterministica
- C.  se fissiamo tempo ed evento otteniamo una variabile aleatoria

Detta  $R_X(t_1, t_2)$  la funzione di autocorrelazione di un processo stazionario in senso stretto, dire quali tra le seguenti affermazioni è vera

- A.   $R_X(t_1, t_2) = \text{costante}$ .
- B.   $R_X(t_1, t_2) = R_X(t_1 + T_A, t_2 + T_A)$  per ogni  $T_A$
- C.   $R_X(t_1, t_2) = R_X(t_1 + \varepsilon, t_2)$  per ogni  $\varepsilon$

Quale tra le seguenti funzioni di autocorrelazione sono caratteristiche di un processo di rumore bianco:



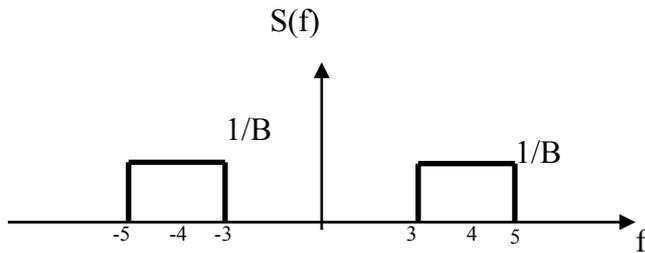
Detta la  $R_x(\tau)$  la funzione di autocorrelazione di un processo stazionario in senso lato, dire quali tra queste affermazioni è falsa:

- A.   $R_x(0)$  è la potenza media statistica del processo
- B.   $R_x(0)$  è pari all'energia del processo
- C.   $R_x(0) \geq |R_x(\tau)|$

**Esercizio 7.** Descrivere il modello di regressione lineare indicando le ipotesi per una corretta applicazione a dati sperimentali. Indicare le finalità dell'utilizzo di tale modello e discutere un esempio di applicazione. Specificare i criteri per la determinazione dei parametri del modello e indicare il legame esistente tra i parametri del modello e altre statistiche di una o più variabili aleatorie (i.e. coefficiente di correlazione, deviazione standard, valore medio di una variabile).

**MASB AA0910 13/02/12. Esercizio 1** Fornire una descrizione delle metodiche necessarie per acquisire informazioni sull'attività del sistema muscolo-scheletrico tramite la misura di potenziali elettrici. Indicare inoltre le caratteristiche dei segnali acquisiti in termini di ampiezza e frequenza.

**Esercizio 5** Determinare l'andamento temporale del segnale  $s(t)$  la cui Trasformata Continua di Fourier è descritta dal seguente grafico. La banda del segnale è pari a  $B=2$  Hz ed è centrata in 4 Hz.



Fare il grafico del segnale temporale per  $t$  compreso tra  $-1$  s e  $1$  s.

Discutere come variano  $S(f)$  e il segnale nel tempo per  $B$  che tende a zero.

**Esercizio 3.**

Si consideri il segnale  $s(t) = \cos\left(\frac{2\pi}{5}t\right) + \sin\left(\frac{\pi}{6}t\right)$ . Si dica qual è il periodo del segnale.

- A.  60 s      B.  12 s      C.  30 s      D.  7 s

Si consideri una sequenza del tipo  $x[n] = u[n] - u[n-4]$ . Si ipotizzi di renderla periodica in questo modo  $x_p[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[n - kN_0]$  dove  $N_0=8$ . Quale di queste affermazioni è vera:

- A.  la TDF della sequenza, in un periodo, ha 4 campioni diversi da zero  
 B.  la TDF della sequenza, in un periodo, possiede 8 campioni diversi da zero centrati in  $k/8$  (frequenza normalizzata)  
 C.  la TDF della sequenza, in un periodo, ha 5 campioni diversi da zero

Si consideri un segnale di tipo passa banda e  $f_c$  la frequenza ottenuta dall'applicazione delle regole per il campionamento di segnali passa banda. Indicare quale tra le seguenti affermazioni è falsa

- A.  alla frequenza  $f_c$  non si assiste al fenomeno di aliasing dello spettro  
 B.   $f_c$  può essere uguale alla frequenza di Nyquist per il segnale  
 C.  per frequenze di campionamento superiori a  $f_c$  non si assiste mai al fenomeno di aliasing dello spettro

Sia  $s(t)$  un segnale tempo continuo finito, integrabile e derivabile e che non presente discontinuità di specie, e sia

$s_p(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} s(t - kT_0)$ . Quale delle seguenti affermazioni è vera:

- A.  è possibile eseguire lo sviluppo in serie di Fourier di  $s_p(t)$  e i coefficienti  $S_n$  si possono ottenere scalando e campionando opportunamente la trasformata di  $s(t)$ ,  $S(f)$   
 B.  è possibile eseguire lo sviluppo in serie di Fourier di  $s_p(t)$  e i coefficienti  $S_n$  sono uguali ad un sottoinsieme di quelli di  $S(f)$  nell'intervallo  $\left(-\frac{1}{T_0}, \frac{1}{T_0}\right)$   
 C.  è possibile eseguire lo sviluppo in serie di Fourier di  $s_p(t)$  e i coefficienti  $S_n$  si possono ottenere periodicizzando con periodo  $1/T_0$  la trasformata di  $S(f)$

**Esercizio 4** Si consideri il sistema descritto dalla seguente risposta impulsiva  $h(t) = e^{-\frac{t}{10}}u(t)$ .

Farne il grafico rispetto al tempo.

Si consideri in ingresso il segnale  $y(t) = \delta(t) + 3\delta(t-5)$ .

Si calcoli l'uscita e se ne faccia il grafico.

Si faccia il grafico della risposta in frequenza modulo e fase.

Utilizzando il grafico della risposta in frequenza calcolare l'uscita del sistema all'ingresso  $z(t) = e^{-j2\pi\frac{t}{20}}$

**Esercizio 5.**

Si consideri il sistema caratterizzato dalla seguente trasformazione ingresso uscita, applicata al segnale di ingresso  $x[n]$ :

$$y_1[n] = x[n - n_0] + b \text{ con } n_0 \text{ e } b \text{ costanti. Si dica se tale sistema è:}$$

- A.  lineare e tempo variante                      B.  lineare e tempo invariante  
 C.  non lineare e tempo invariante                      D.  non lineare e tempo variante

Si consideri un sistema con risposta impulsiva in figura 1. Si indichi quali dei seguenti grafici poli/zeri è compatibile con tale sistema (gli zeri sono indicati con un cerchio, i poli con una x)

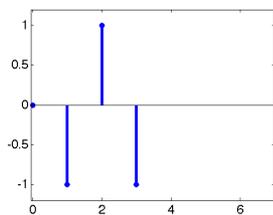
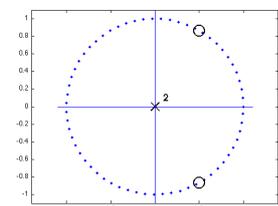
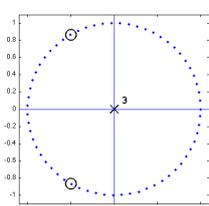


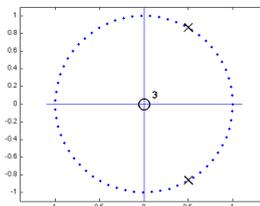
Fig. 1



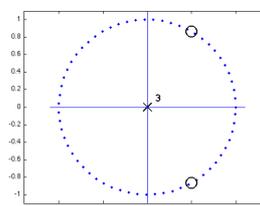
A.



B.

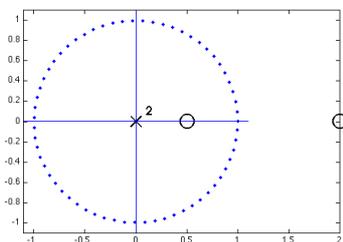


C.



D.

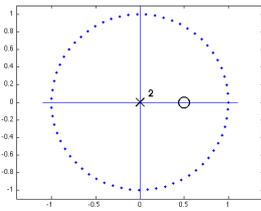
Si consideri il sistema TD caratterizzato dai seguenti poli e zeri.



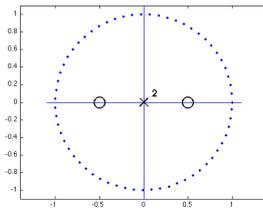
Dire se si tratta di:

- A.  IIR, passa alto                      B.  IIR, passa basso                      C.  FIR, passa basso                      D.  FIR, passa alto

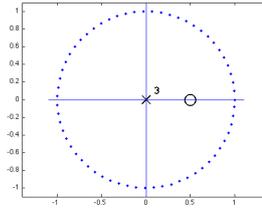
Si considerino i sistemi TD caratterizzati dai poli e zeri specificati nei grafici seguenti. Dire quale tra questi sistemi introduce in uscita un ritardo minore



A.



B.



C.

**Esercizio 6.** Si consideri il modello di regressione lineare che lega una variabile dipendente  $y$  ad una indipendente  $x$ .

I. Il modello di regressione assume che:

A.   $E(Y|X) = 0$       B.   $\eta_{Y|X} = a + bx$       C.   $\eta_{Y|X} = a + bx + \varepsilon$       D.   $\eta_{Y|X} = y - (a + bx) = \varepsilon = 0$

II. Si supponga che l'errore abbia una deviazione standard pari a 5 e che il numero di campioni di  $y$  e  $x$  sia pari a 1000. Nel caso si volessero determinare a priori gli estremi degli intervalli per la creazione dell'istogramma dell'errore, dire quali tra le seguenti è la coppia di valori migliore.

A.  0 e 15      B.  -5 e 5      C.  -15 e 15      D.  0 e 1000

III. Si consideri la variabile  $y$ , caratterizzata da una densità di probabilità  $f_y(y)$  e la variabile  $x$ , caratterizzata da una densità di probabilità  $f_x(x)$ , dire quali tra le seguenti condizioni è una condizione necessaria e sufficiente per l'indipendenza statistica delle variabili  $x$  e  $y$

A.   $E[xy] = 0$       B.   $E[xy] = E[x]E[y]$   
 C.   $f_{xy}(xy) = f_x(x)f_y(y)$       D.   $f_{xy}(xy) = f_x(x)$

IV. Dire quali tra le seguenti condizioni è valida nel caso di incorrelazione

A.   $\rho_{xy} = -1$       B.   $f_{xy}(xy) = f_x(x)$       C.   $E[xy] = E[x]E[y]$

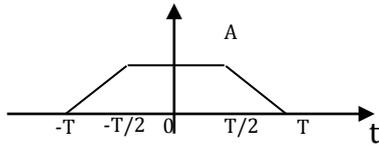
**Esercizio 7.**

- Dare la definizione di processo stocastico e di statistica di ordine 2, mostrandone il significato sia dal punto di vista teorico che tramite esempi (sfruttando una rappresentazione grafica del processo).
- Discutere le differenze tra statistica di ordine 2 e momento di ordine 2, fornendo un esempio di quest'ultimo.
- Scegliere due statistiche del primo ordine e descrivere i passi per la loro stima a partire dall'osservazione di un processo ovvero senza conoscere la funzione densità di probabilità ma solo i campioni.

**MASB 0910 2/04/12 test 1. Esercizio 1** Dare la definizione di segnale biomedico spontaneo. Fornire una descrizione del sistema di acquisizione, dei valori tipici e del significato fisiopatologico del segnale Elettrocardiografico.

**Esercizio 2.**

Si consideri il segnale  $s(t)$  in figura e se ne calcoli la Trasformata Continua di Fourier.  $A$  vale 2 V e  $T$  è pari a 1 s. Sfruttare le proprietà della trasformata per la soluzione.



Si consideri il segnale periodico ottenuto in questo modo

$$s1(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} s(t - k2T)$$

Farne il grafico e discutere in quali modi ne possa essere fatta l'analisi in frequenza.

Si discuta qualitativamente l'andamento atteso in frequenza (proprietà dello spettro, simmetrie, andamento in frequenza del modulo).

Ove possibile fornire informazioni quantitative senza ricorrere a calcoli complessi (ad es. integrazione).

Ricostruire il segnale  $s1(t)$  utilizzando solo la componente fondamentale positiva e negativa e il termine  $S_0$

**Esercizio 3**

Si consideri il segnale  $s(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \text{rect}(t - k4) + \sin\left(\frac{2\pi}{6}t\right)$ . Si dica qual è il periodo del segnale.

- A.  4s                      B.  6 s                      C.  12 s                      D.  24 s

Si consideri il seguente segnale periodico  $s(t) = \sin(2\pi 150t) + \sin(2\pi 151t)$ . Se volessimo campionare il segnale utilizzando il criterio per segnali passa basso, qual è il tempo di campionamento massimo necessario?

- A.  0.0033                      B.  0.5                      C.  1                      D.  0.0066

Si consideri  $dt$  il tempo di campionamento ottenuto applicando il campionamento per segnali passa banda. Si consideri quale tra le seguenti affermazioni è falsa

- A.  è possibile usare tutte le frequenze di campionamento superiori a  $1/dt$   
 B.  è comunque possibile applicare il campionamento per segnali passa basso con frequenze superiori a  $1/dt$   
 C.  non è possibile applicare usare tutte le frequenze di campionamento inferiori a  $1/dt$

Sia  $s[n]$  una sequenza di 8 campioni ottenuti con una frequenza di campionamento pari a 50 Hz. Si indichi quale tra le seguenti rappresenta la corretta taratura dell'asse frequenziale utilizzabile applicando la TDF senza zero padding alla sequenza.

- A.  [-0.50 -0.38 -0.25 -0.13      0   0.13   0.25   0.38]  
 B.  [-21.88 -15.63 -9.38 -3.13   3.13   9.38   15.63   21.88]  
 C.  [-25.00 -18.75 -12.50 -6.25      0   6.25   12.50   18.75]

**Esercizio 4** Disegnare in modulo e fase la seguente risposta in frequenza  $H(f) = \text{rect}\left(\frac{f}{2B}\right) \cos\left(\frac{2\pi f}{2B}\right)$

Stimare l'uscita al sistema quando in ingresso è presente il seguente segnale

$$x(t) = \sin(\pi Bt) + 2\cos\left(\pi\frac{B}{2}t\right)$$

Si risolva tale quesito trasformando il segnale  $x(t)$  nel dominio della frequenza e andando a stimare la trasformata dell'uscita.

Il risultato finale dovrà essere riportato nel dominio tempo.

**Esercizio 5**

Dare la definizione di processo stocastico e di statistica di ordine  $k$ , mostrandone il significato sia dal punto di vista teorico che tramite esempi (sfruttando una rappresentazione grafica del processo).

Discutere le proprietà di un sistema stazionario in senso lato. Descrivere la funzione di autocorrelazione in questo ultimo caso, fornendo esempi che ne chiariscano il significato. In particolare si chiede di legare andamenti possibili della funzione di autocorrelazione con i corrispondenti andamenti delle funzioni campione del processo..

**Esercizio 6.**

Si consideri il sistema caratterizzato dalla seguente trasformazione ingresso uscita, applicata al segnale di ingresso  $x[n]$ :

$$y_1[n] = x[n - n_0] + bn \quad \text{con } n_0 \text{ e } b \text{ costanti. Si dica se tale sistema è:}$$

- A.  lineare e tempo variante      B.  lineare e tempo invariante  
 C.  non lineare e tempo invariante      D.  non lineare e tempo variante

Si consideri il sistema TD caratterizzato dalla seguente equazione alle differenze  $y[n]=x[n]-x[n-1]+y[n-2]$ . Dire il numero condizioni iniziali necessario per determinare la risposta del sistema.

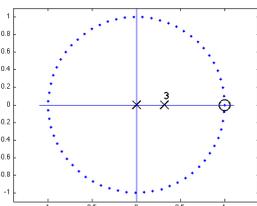
- A.  2  
 B.  1  
 C.  0

Si consideri il sistema TD caratterizzato dalla seguente equazione alle differenze  $y[n]=x[n]-x[n-1]$

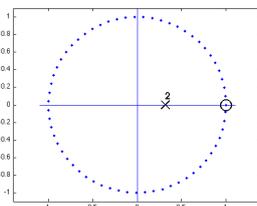
Dire se si tratta di:

- A.  FIR, passa basso      B.  FIR, passa alto      C.  IIR, passa alto      D.  IIR, passa basso

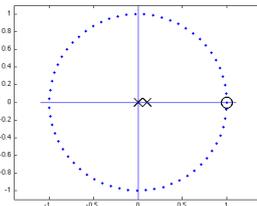
Sia dato il sistema TD descritto dalla seguente equazione alle differenze  $y[n]=x[n]-x[n-1]-0.1y[n-2]$ . Dire quali tra i seguenti grafici descrive correttamente la posizione dei poli e degli zeri nel piano di Gauss.



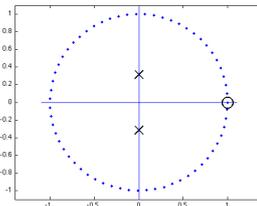
A.



B.



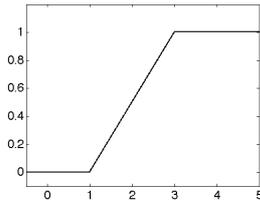
C.



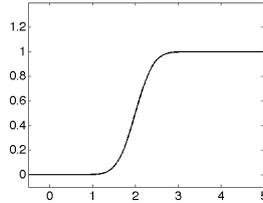
D.

**Esercizio 7**

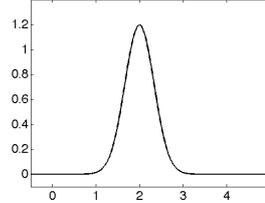
I. Si indichi quali tra i seguenti andamenti descrive la funzione di distribuzione di una variabile aleatoria gaussiana



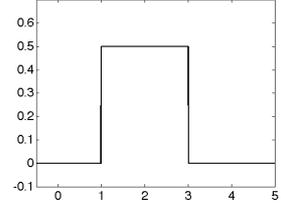
A.



B.



C.



D.

II. Quali tra le seguenti espressioni indica correttamente la densità di probabilità di una variabile aleatoria discreta

- A.   $\sum_{i=1}^k p_i x_i \delta(x - x_i)$       B.   $\sum_{i=1}^k p_i \delta(x - x_i)$   
 C.   $\sum_{i=1}^k p_i x_i u(x - x_i)$       D.   $\sum_{i=1}^k p_i u(x - x_i)$

Sia  $x$  una variabile aleatoria, caratterizzata da una densità di probabilità  $f_x(x) = 0.133e^{-\frac{(x^2-18x+81)}{18}}$

III. Si dica quanto vale la seguente statistica  $\int_{-\infty}^{+\infty} (x - 9)^2 f_x(x) dx$

- A.  9      B.  3      C.  0

IV. Sempre considerando la densità di probabilità di cui sopra, si dica quale tra le seguenti statistiche assume valore maggiore

- A.   $\int_0^{18} f_x(x) dx$       B.   $\int_{-\infty}^{10} f_x(x) dx$       C.   $\int_9^{+\infty} f_x(x) dx$

**MASB 0910 12/06/12 test 1. Esercizio 1** Descrivere le differenze tra segnale biomedico spontaneo e indotto. Riportare esempi di due segnali appartenenti a ciascuna delle due classi discutendo il principio fisico alla base della loro misura e le applicazioni cliniche.

**Esercizio 2.** Utilizzando il legame tra coefficienti dello sviluppo in serie di Fourier e TCF determinare il valore dei coefficienti del segnale

$$s_1(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} s(t - kT) \quad \text{con } T = 2\tau \quad \text{dove } s(t) = \begin{cases} \frac{|t|}{\tau} & \text{per } |t| \leq \tau \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

Fare il grafico di  $s(t)$  e di  $s_1(t)$  nel dominio del tempo.

Confrontare l'andamento ottenuto dei coefficienti con quello atteso dall'analisi della forma d'onda nel tempo.

Fare il grafico dei coefficienti per  $n=0, -1$  e  $1$  in funzione della frequenza.

Quali variazioni ci aspettiamo nell'andamento e nella posizione dei coefficienti nel caso di un aumento di  $T$ ?

**Esercizio 3** Si consideri il segnale  $s(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} 5e^{j\pi kt/6} + \sum_{k \neq 0, k=-\infty}^{+\infty} \frac{5}{k} e^{j\pi kt/4}$ . Si dica qual è il periodo del segnale.

- A.  6s      B.  8s      C.  24s      D.  48s

Si consideri il segnale reale con banda compresa tra 19 e 24 Hz dire qual è la frequenza di campionamento utilizzabile secondo il campionamento di tipo passa banda.

- A.  24      B.  10      C.  48      D.  12

Si consideri il seguente segnale periodico  $s(t) = 1 + \sin\left(\frac{\pi}{5}t\right) + \sin\left(\frac{\pi}{7}t\right)$ , se volessimo campionare correttamente il segnale quale sarebbe il massimo passo di campionamento utilizzabile?

- A.  5s      B.  7s      C.  14s      D.  35s

Si consideri l'operatore convoluzione lineare indicato con il simbolo  $\otimes$ , e la funzione segno indicata con  $sgn[n]$ . Si indichi quale equazione è corretta.

- A.   $\sum_{i=1}^3 \delta[n-i] = [u[n] - u[n-3]] \otimes \delta[n-1]$   
 B.   $\delta[n-1] + \delta[n-2] = [u[n] - u[n-3]] \otimes \delta[n-1]$   
 C.   $\sum_{i=1}^4 \delta[n-i] = [u[n] - u[n-3]] \otimes \delta[n-1]$

**Esercizio 4** Dato il sistema LTI la cui risposta impulsiva vale  $h(t) = \delta(t) - 2\text{sinc}(2t)$

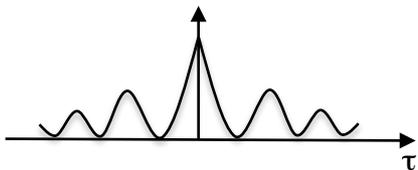
Stimarne la risposta in frequenza e farne il grafico. Descrivere le proprietà del sistema (passa balto/alto etc., filtro a fase lineare, causale/anti-causale).

Calcolare l'uscita del sistema quando in ingresso è presente il segnale  $s(t) = \cos(3\pi t) + 2\cos(\pi t)$ .

**Esercizio 5.** In figura viene mostrato l'andamento della funzione di autocorrelazione di un processo stocastico stazionario.

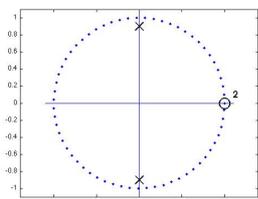
Discutere anche con grafici, il significato del grafico della funzione di autocorrelazione, come possa essere ricavata, cosa rappresenta la variabile  $\tau$  e come il valore dell'ordinata è legato ai valori assunti dal processo.

Disegnare e discutere anche in maniera qualitativa gli andamenti delle funzioni campione del processo al quale possa corrispondere l'andamento della funzione di autocorrelazione mostrata in figura. In particolare dire a cosa possono essere legati i picchi presenti e per quale motivo il loro andamento è decrescente al crescere di  $\tau$ .

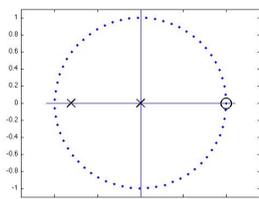


**Esercizio 6.** Dato il sistema tempo discreto descritto dalla seguente equazione alle differenze

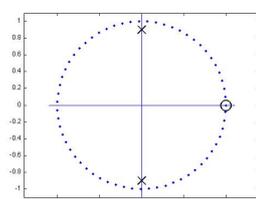
$y[n]=x[n-1]- x[n-2]- 0.81y[n-2]$ , si dica quali dei seguenti grafici rappresenta la posizione dei poli e degli zeri della funzione di trasferimento del filtro nel piano di Gauss (con "o" si indicano gli zeri, con "x" i poli)



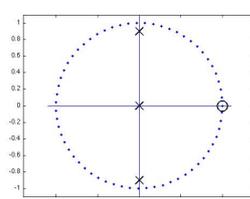
A.



B.

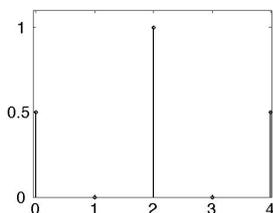


C.



D.

Si consideri un sistema con risposta impulsiva in figura. Si dica per quali valori della frequenza la risposta in frequenza si annulla. Il tempo di campionamento è pari a  $T=2s$  (in figura la risposta è riportata in funzione di  $n$ ).



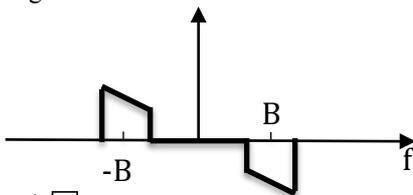
A.   $f=0.125, f=-0.125$

B.   $f=0.25, f=-0.25$

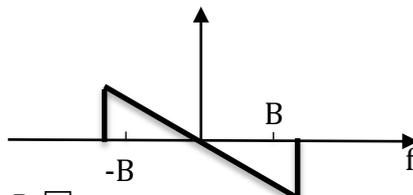
C.   $f=0, f=0.125, f=-0.125$

D.   $f=0.5, f=-0.5$

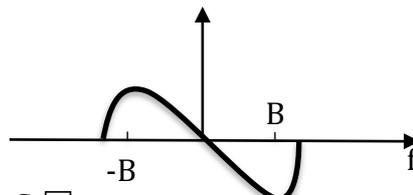
Nelle figure seguenti sono mostrate le risposte di fase di sistemi LTI. I sistemi hanno modulo della risposta costante tra 0 e B. Dato un segnale con banda compresa tra 0 e B, si indichi quale tra tali filtri non modifica la forma temporale del segnale in uscita.



A.



B.



C.

**Esercizio 7.** Si consideri il modello di regressione lineare che lega una variabile dipendente  $y$  ad una indipendente  $x$ .

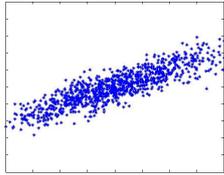
I. Il modello di regressione assume che:

- A.   $\eta_{Y|X} = a + bx + \varepsilon$     B.   $E(Y|X) = 0$     C.   $\eta_{Y|X} = a + bx$     D.   $\eta_{Y|X} = y - (a + bx) = \varepsilon = 0$

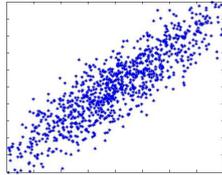
II. Si dica quali tra le seguenti espressioni descrive correttamente il legame tra il coefficiente angolare della retta,  $b$ , e il coefficiente di correlazione  $\rho$  tra la variabile dipendente e quella indipendente. Con  $\sigma_x$  e  $\sigma_y$  si indicano le deviazioni standard delle variabili indipendente e dipendente rispettivamente.

- A.   $b = \frac{\sigma_y}{\sigma_x}$     B.   $b = \rho \frac{\sigma_y}{\sigma_x}$     C.   $b = \rho$     D.   $b = \frac{\rho}{\sigma_x^2}$     E.   $b = \rho \frac{\sigma_x}{\sigma_y}$

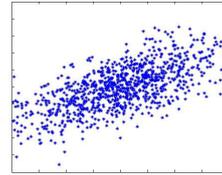
III. Dire quali tra i seguenti scatter plot dei dati (ogni punto rappresenta una coppia di valori  $(x,y)$ ) è relativo a variabili più fortemente correlate tra loro. Le scale sono le medesime per le diverse figure.



A.



B.



C.

IV. Quale tipo di informazioni tra variabili possiamo dedurre dal modello di regressione:

- A.  predizione    B.  indipendenza statistica    C.  causa-effetto    D.  nessuna delle precedenti

A.

**MASB AA09/10 04/07/12. Esercizio 1** Fornire una classificazione delle bioimmagini in funzione del principio fisico alla base della loro formazione. Indicare il tipo di energia utilizzata e le frequenze in gioco. Scegliere una particolare tipologia di bioimmagine discutendone l'applicazione clinica.

**Esercizio 2.**(Questo esercizio è valutato 1.25\*30/7) Si considerino i seguenti segnali a tempo continuo

$$s_1(t) = \cos(10\pi t) \quad \text{e} \quad s_2(t) = |\cos(10\pi t)|$$

Fare il grafico dei due segnali nel dominio del tempo

Discutere comparativamente il contenuto frequenziale dei due segnali.

Rispondere ai seguenti quesiti:

- quante componenti frequenziali sono necessarie per descrivere i segnali?
- quali sono le componenti frequenziali necessarie per descrivere i segnali?
- in quali modi è possibile determinare il contenuto frequenziale dei due segnali? In particolare si dica se e come potrebbe essere sfruttato il legame tra TCF e Serie di Fourier per determinare il contenuto frequenziale del segnale  $s_2(t)$ .

Sovrapporre al grafico del segnale del tempo  $s_2(t)$  il segnale ottenuto dall'equazione di sintesi considerando solo la componente fondamentale. Per la risoluzione di questo punto è richiesto un approccio quantitativo.

**Esercizio 3 (Questo esercizio è valutato 0.75\*30/7)**

Si consideri il segnale  $s(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \text{rect}(t - k10) + \sum_{h=-\infty}^{+\infty} S_h e^{j2\pi th/4}$ . Si dica qual è il periodo del segnale.

- A.  4s      B.  10 s      C.  20 s

Si consideri il segnale reale con banda compresa tra 78 e 100 Hz dire qual è la frequenza di campionamento utilizzabile secondo il campionamento di tipo passa banda.

- A.  44      B.  50      C.  200      D.  100

Si consideri il seguente segnale periodico  $s(t) = 1 + \sin\left(\frac{\pi}{6}t\right) + \sin\left(\frac{\pi}{7}t\right)$ , se volessimo campionare correttamente il segnale quale sarebbe il massimo passo di campionamento utilizzabile?

- A.  7 s      B.  6 s      C.  42 s      D.  0.5 s

Si consideri una sequenza del tipo  $x[n] = [u[n] - u[n - 8]] \otimes \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta[n - k8]$ . Quale di queste affermazioni è vera:

- A.  la TDF della sequenza, in un periodo, ha 7 campioni diversi da zero
- B.  la TDF della sequenza, in un periodo, possiede 8 campioni diversi da zero centrati in  $k/8$  (frequenza normalizzata)
- C.  la TDF della sequenza, in un periodo, ha 1 campione diverso da zero

**Esercizio 4.** Fornire la definizione di processo stocastico e indicare un esempio di segnale biomedico che può essere studiato ricorrendo alla rappresentazione tramite tale modello statistico. Indicare la differenza tra statistica di ordine 1 e statistica di ordine 2, discutendone anche tramite esempi il significato e l'informazione che possono fornire sulle funzioni campione del processo.

**Esercizio 5 (Questo esercizio è valutato 1.25\*30/7)** Si consideri il sistema dato dalla seguente relazione ingresso

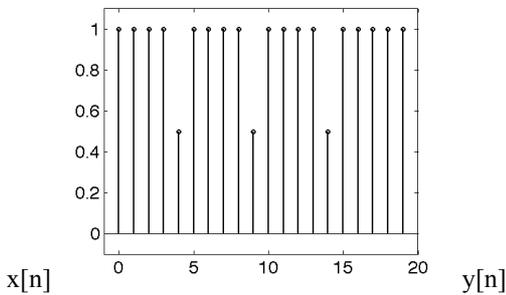
uscita  $y(t) = \frac{x(t) - x(t - t_0)}{t_0}$  con  $t_0$  costante, si indichi se tale sistema sia lineare e tempo invariante. Ove possibile si

stimoli la risposta in frequenza del sistema, e si rappresenti in modulo e fase.

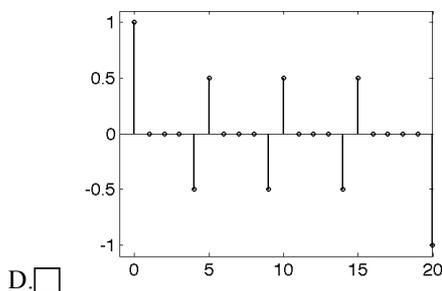
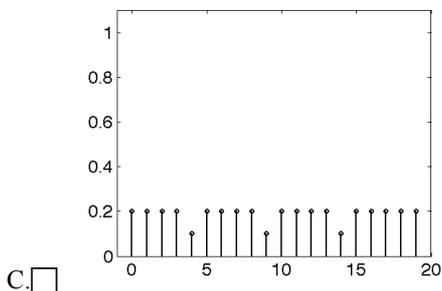
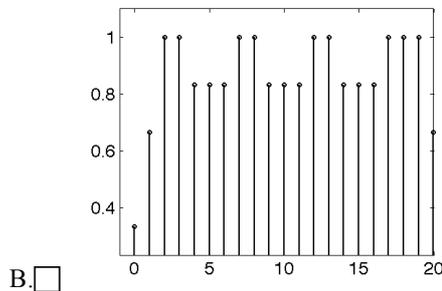
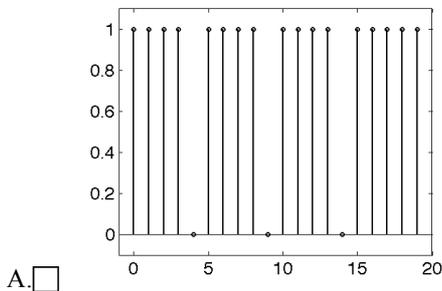
Discutere come variano le caratteristiche in frequenza del sistema al variare di  $t_0$ .

Si supponga che  $x(t)$  sia un'onda quadra con periodo  $T_1 = t_0/2$  discutere qualitativamente come il sistema agisca su tale segnale sia nel dominio del tempo che in frequenza.

**Esercizio 6.** Si consideri la seguente sequenza



I. Dire quale tra le seguenti è l'uscita di tale sequenza se mandata in ingresso ad un sistema di tipo passa basso



Si consideri un sistema con risposta impulsiva in figura 1. Si indichi quali dei seguenti grafici poli/zeri è compatibile con tale sistema (gli zeri sono indicati con un cerchio, i poli con una x)

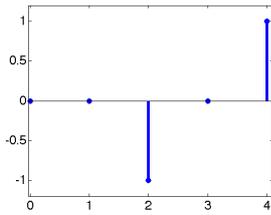
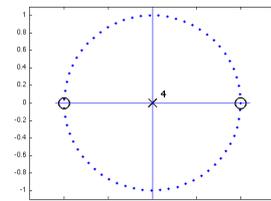
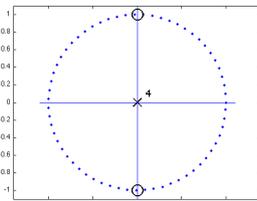


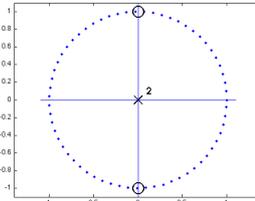
Fig. 1



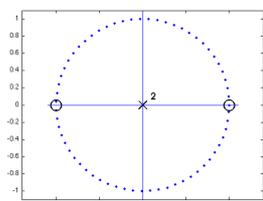
A.



B.



C.



D.

Date le seguenti risposte impulsive di sistemi a tempo discreto  $h[n]$ , si dica per quale di questi sia possibile ricavare la risposta in frequenza a partire dalla trasformata z di  $h[n]$  e ponendo  $z$  appartenente alla circonferenza di raggio unitario

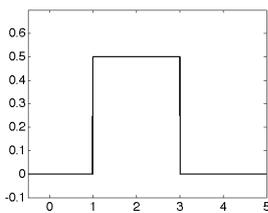
- A.   $h[n]=2^n u[n]$       B.   $h[n]=0.5^n \cos(2n) u[n]$   
 C.   $h[n]=0.5^n u[n]-0.2^n u[-n-1]$

**Esercizio 7 (Questo esercizio è valutato 0.75\*30/7)**

I. Una variabile aleatoria è una funzione che

- A.  associa gli eventi a numeri reali      B.  lega il un valore di una misura ad una probabilità  
 C.  fornisce la probabilità che la misura sia minore di un valore dato

II. Data una variabile aleatoria la cui densità di probabilità è mostrata in figura



si dica quanto vale la probabilità che la variabile assuma valori minori di 1.1

- A.  0.05      B.  0.5      C.  0.55

III. Data una variabile aleatoria  $x$  con la seguente densità di probabilità

$$f_x(x) = 0.1\delta(x - 2) + 0.5\delta(x - 3) + 0.4\delta(x - 4), \text{ indicare il valore medio di tale variabile.}$$

- A.  3      B.  3.3      D.  0.3333

**MASB AA0910 24/07/12. Esercizio 1** Fornire una classificazione dei segnali biomedici in funzione della dimensionalità del dato fornendo esempi.

**Esercizio 2 (Questo esercizio è valutato 1.25\*30/7)** Si consideri il segnale tempo continuo dato da

$$s(t) = \cos(10\pi t) \operatorname{rect}\left(\frac{t}{0.1}\right)$$

Si supponga di volerlo campionare con un tempo di campionamento pari a T.

Dire se l'operazione implichi la nascita di problemi di aliasing. In caso positivo, specificare perché insorgono tali problemi e come sia possibile ridurli o evitarli.

Fare il grafico della sequenza  $s[n]$  ottenuta campionando  $s(t)$  con  $T=0.025$ s a partire da  $t=-0.1$ s.

Dopo avere introdotto dal punto di vista teorico il legame tra la TCF di  $s(t)$  e la trasformata di Fourier (TF) della sequenza  $s[n]$ , mostrare tale legame dal punto di vista grafico. Mentre è richiesto di calcolare e rappresentare la TCF della sequenza, non è richiesta la rappresentazione grafica esatta della TF della sequenza, ma dei passi necessari per calcolarla.

Considerare adesso il segnale dato da  $s(t) = \cos(10\pi t) \operatorname{rect}\left(\frac{t}{0.05}\right)$ . Discutere, evidenziando le differenze col caso precedente, l'effetto del campionamento e di eventuali fenomeni di aliasing.

**Esercizio 3(Questo esercizio è valutato 0.75\*30/7).** Si consideri il segnale periodico a tempo continuo

$$s(t) = -0.5 + \sum_{k=-\infty}^{k=+\infty} \operatorname{rect}\left(\frac{t - k20}{10}\right)$$

Dati i coefficienti dello sviluppo in serie di Fourier  $S_n = R_n + jI_n$  dire quale delle seguenti proprietà viene da loro soddisfatta

A.   $S_n = jI_n$                       B.   $S_n = R_n$                       C.   $S_n = -S_{-n}$

Dire qual è l'ampiezza del coefficiente dello Sviluppo in Serie di Fourier per  $n=0$

A.  -0.5                      B.  0                      C.  1

Dire qual è il valore della frequenza fondamentale

A.  0.05                      B.  0                      C.  0.1

Dire qual è il valore della frequenza della seconda armonica con ampiezza diversa da zero

A.  0.25                      B.  0.15                      C.  0.5                      D.  0.1

Dire quali sono i valori possibili della fase dei coefficienti  $S_n$  per il segnale dato

A.  la fase di  $S_n$  può assumere tutti i valori tra  $-\pi$  e  $\pi$                       B.  0                      C.   $0, \pi, -\pi$

**Esercizio 4. (Questo esercizio è valutato 1.25\*30/7)** Dare la definizione di processo stocastico indicandone le proprietà in caso di stazionarietà di ordine k. Indicare cosa si intende per valore medio del processo e come questo possa essere stimato, sia utilizzando la conoscenza delle statistiche del processo, sia quando queste non sono disponibili. Fare un esempio di andamento del valore medio di un processo stocastico nei casi di non-stazionarietà e stazionarietà in senso lato.

**Esercizio 5(Questo esercizio è valutato 1.25\*30/7)** Si consideri il sistema LTI con risposta in frequenza data da

$$H(f) = \frac{1}{j2\pi f}$$

- Si rappresentino modulo e fase di tale risposta.
- Si dica se e per quali segnali, limitati in ampiezza, l'uscita di tale sistema risulti invece non limitata
- Fornire la trasformazione che lega ingresso uscita nel dominio del tempo  $y(t)=T[x(t)]$

Al sistema viene mandato in ingresso il segnale  $s(t) = \cos(10\pi t) + \sin(15\pi t)$

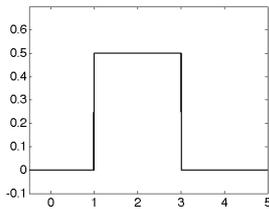
- Si calcoli il valore dell'uscita  $y(t)$  in corrispondenza dell'ingresso  $s(t)$
- Si rappresentino modulo e fase delle trasformate dei segnali in ingresso e in uscita  $s(t)$  e  $y(t)$  rispettivamente e si leghino alla trasformata del sistema  $H(f)$

**Esercizio 6(Questo esercizio è valutato 0.75\*30/7)**

La funzione di distribuzione di una variabile aleatoria

- A.  associa gli eventi a numeri reali                      B.  lega un valore di una misura ad una probabilità
- C.  fornisce la probabilità che la misura sia minore di un valore dato

I. Data una variabile aleatoria la cui densità di probabilità è mostrata in figura



si dica quanto vale la probabilità che la variabile assuma valori tra 1.4 e 2.2

- A.  0.5                      B.  0.4                      C.  0.6

II. Data una variabile aleatoria  $x$  con la seguente densità di probabilità

$$f_x(x) = 0.4\delta(x - 1) + 0.5\delta(x - 2) + 0.1\delta(x - 4), \text{ indicare la deviazione standard di tale variabile.}$$

- A.  2.2361                      B.  0.8718                      D.  0.2944

III. Sia  $x$  una variabile aleatoria, caratterizzata da una densità di probabilità  $f_x(x) = 0.133e^{-\frac{(x-10)^2}{18}}$  si dica quale tra le seguenti statistiche assume valore maggiore

- A.   $\int_{-\infty}^{10} f_x(x) dx$                       B.   $\int_0^{20} f_x(x) dx$                       C.   $\int_{10}^{30} f_x(x) dx$

(continua esercizio 7 pagina seguente)

**Esercizio 7 (Questo esercizio è valutato 0.75\*30/7).**

Si consideri il sistema caratterizzato dalla seguente trasformazione ingresso uscita, applicata al segnale di ingresso  $x[n]$ :

$$y_1[n] = n_0 |x[n - n_0]| \text{ con } n_0 \text{ costante. Si dica se tale sistema è:}$$

- A.  lineare e tempo variante                      B.  non lineare e tempo variante  
C.  non lineare e tempo invariante              D.  lineare e tempo invariante

Si consideri il sistema TD caratterizzato dalla seguente equazione alle differenze  $y[n]=x[n]-x[n-1]+y[n-3]$ . Dire il numero condizioni iniziali necessario per determinare la risposta del sistema.

- A.  3                      B.  1                      C.  2                      D.  0

Si consideri il sistema TD caratterizzato dalla seguente equazione alle differenze  $y[n]=x[n]+x[n-1]+0.9y[n-1]$   
Dire se si tratta di:

- A.  IIR, passa basso              B.  IIR, passa alto              C.  FIR, passa alto              D.  FIR, passa basso

Date il sistema avente la seguente risposta impulsiva  $h[n]=a^n u[n+b]$  dire per quali valori delle costanti il sistema è causale e stabile

- A.   $a=-0.9, b=-1$                       B.   $a=0.9, b=1$   
C.   $a=-1.1, b=-1$

**MASB AA0910 11/09/12. Esercizio 1** Descrivere un sistema per l'acquisizione del segnale ECG. Fornire i valori tipici del segnale in termini di ampiezza e descriverne significato fisiologico e patologico.

**Esercizio 2 (Questo esercizio è valutato 1.25\*30/7)** Si consideri il segnale a tempo continuo dato da

$$s(t) = \begin{cases} \cos \frac{2\pi t}{T_0} & |t| \leq \frac{T_0}{4} \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

Farne il grafico in funzione del tempo e calcolarne la Trasformata Continua di Fourier.

Si consideri adesso il segnale

$$s_p(t) = s(t) \otimes \text{rep}_{T_0}(\delta(t))$$

Se ne faccia il grafico nel tempo.

Dire come è possibile studiare il segnale  $s_p(t)$  in frequenza. Specificare quali e quante sono le componenti necessarie per rappresentarlo.

Calcolare il valore delle componenti frequenziali per  $f=0$  e  $f=1/T_0$ .

**Esercizio 3 (Questo esercizio è valutato 0.75\*30/7)**

Si consideri il segnale  $s(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \text{rect}(t - k6) + \sin\left(\frac{2\pi}{10}t\right)$ . Si dica qual è il periodo del segnale.

- A.  6s                      B.  10s                      C.  60 s                      D.  30 s

Si consideri il seguente segnale periodico  $s(t) = \sin(0.4\pi t) + \sin(0.6\pi t)$ . Se volessimo campionare il segnale utilizzando il criterio per segnali passa basso, qual è il tempo di campionamento massimo necessario?

- A.  5                      B.  3.333                      C.  1.6667                      D.  10

Si consideri la sequenza  $s[n] = (\delta[n] - \delta[n - 1]) \otimes \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta[n - 4k]$

Dire quanti campioni diversi da zero possiede la TDF di tale sequenza in un periodo

- A.  3                      B.  2                      C.  4

Sia  $s[n]$  una sequenza di 9 campioni ottenuti con una frequenza di campionamento pari a 50 Hz. Si indichi quale tra le seguenti rappresenta la corretta taratura dell'asse frequenziale, in Hz, utilizzabile applicando la TDF senza zero padding alla sequenza.

- A.  [-25.0000 -19.4444 -13.8889 -8.3333 -2.7778 2.7778 8.3333 13.8889 19.4444]  
 B.  [-22.2222 -16.6667 -11.1111 -5.5556 0 5.5556 11.1111 16.6667 22.2222]  
 C.  [-0.5000 -0.3889 -0.2778 -0.1667 -0.0556 0.0556 0.1667 0.2778 0.3889]

**Esercizio 4.** Descrivere il modello di regressione lineare indicando le ipotesi per una corretta applicazione a dati sperimentali. Indicare le finalità dell'utilizzo di tale modello e discutere un esempio di applicazione. Specificare i criteri per la determinazione dei parametri del modello e indicare il legame esistente tra i parametri del modello e altre statistiche di una o più variabili aleatorie (i.e. coefficiente di correlazione, deviazione standard, valore medio di una variabile). Fare un grafico che rappresenti le coppie di valori di due variabili aleatorie e un possibile modello di regressione: si supponga che la variabile indipendente possa assumere solo due valori indicati rispettivamente con c e d.

**Esercizio 5** Si consideri il sistema lineare tempo invariante la cui risposta impulsiva è data da

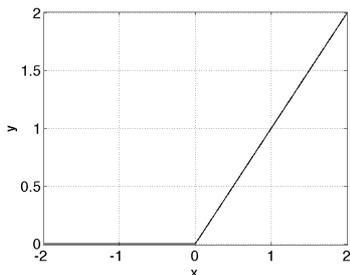
$$h(t) = e^{-\alpha t}u(t) \text{ con } \alpha \in \mathbb{R}, \alpha > 0$$

Si calcoli l'andamento temporale dell'uscita a tale sistema quando in ingresso è presente il segnale

$$s(t) = \delta(t) + \sin 4\pi t$$

**Esercizio 6**

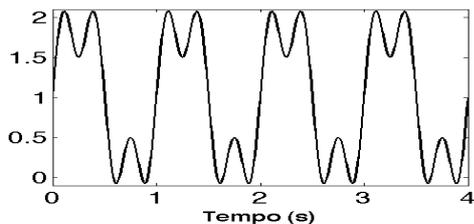
I. Si consideri un sistema a tempo continuo la cui relazione ingresso (x(t)) uscita (y(t)) è ricavabile dal grafico seguente. Il comportamento per  $x < -2$  e quello per  $x > 2$  è una prosecuzione con le stesse leggi di quello raffigurato.



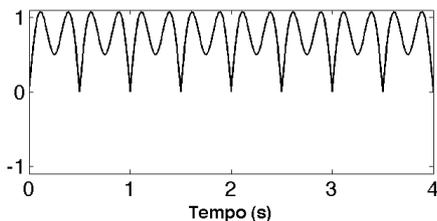
si indichi se tale sistema sia:

- A.  non lineare e tempo invariante
- B.  lineare e tempo invariante
- C.  non lineare e tempo variante
- D.  lineare e tempo variante

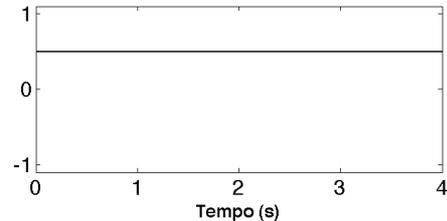
II. Si consideri il segnale nella seguente figura.



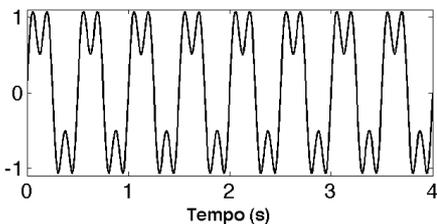
Si supponga di mandare il segnale in ingresso ad un sistema Lineare Tempo Invariante. Dire quale tra i seguenti segnali potrebbe rappresentare l'uscita di tale sistema



A.

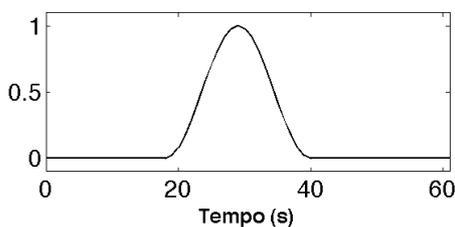


B.

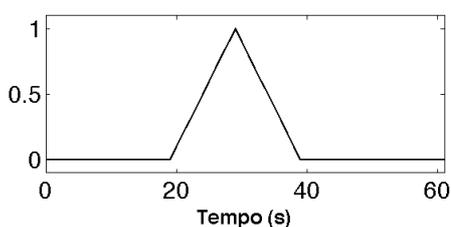


C.

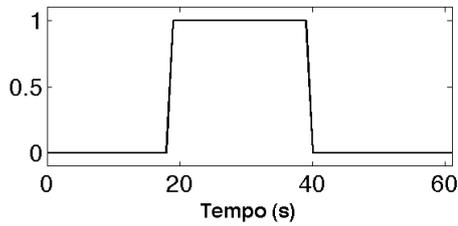
III. Si considerino le seguenti finestre e si dica quale permette, se utilizzata per la realizzazione di un filtro FIR con il metodo delle finestre, di ottenere un filtro con maggiore selettività



A.

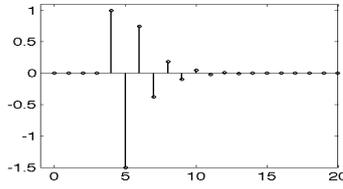


B.

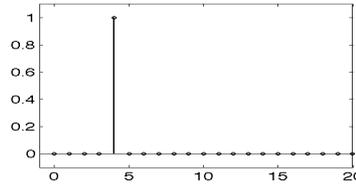


C.

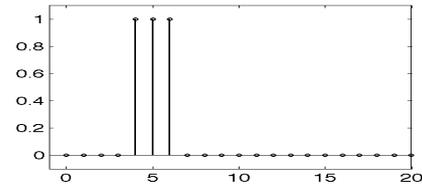
IV. Nelle seguenti figure sono rappresentati gli andamenti delle risposte impulsive di tre sistemi TD. Si indichi quella corrispondente ad un sistema di tipo passa basso



A.



B.



C.

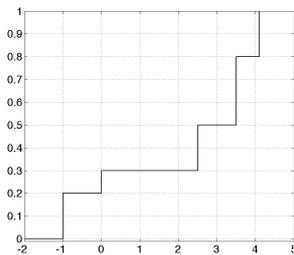
### Esercizio 7

I. La funzione di distribuzione di una variabile aleatoria

A.  fornisce la probabilità che la misura sia minore di un valore dato

B.  associa gli eventi a numeri reali      C.  lega un valore di una misura ad una probabilità

II. Data una variabile aleatoria la cui funzione di distribuzione è mostrata in figura



si dica quanto vale la probabilità che la variabile assuma valori uguali o inferiori a 2

A.  0.3

B.  0.5

C.  1

III. Data una variabile aleatoria  $x$  con la seguente densità di probabilità

$f_x(x) = 0.1\delta(x + 1) + 0.2\delta(x) + 0.3\delta(x - 2) + 0.4\delta(x - 3)$ , indicare il valore medio di tale variabile.

A.  0.25

B.  1.7

D.  1

IV. Sia  $x$  una variabile aleatoria, caratterizzata da una densità di probabilità  $f_x(x) = 0.0665e^{-\frac{x^2}{72}}$ . Si dica quanto vale la seguente statistica  $\int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f_x(x) dx$

A.  6

B.  36

C.  72

**MASB AA0910 12/11/12 test#1 . Esercizio 1** Dare la definizione di segnale biomedico spontaneo. Fornire una descrizione delle diverse modalità di acquisizione del segnale elettromiografico, dei valori tipici in termini di ampiezza e frequenza del segnale elettromiografico.

**Esercizio 2 (Questo esercizio è valutato 1.25\*30/7)** Si consideri il segnale a tempo continuo dato da

$$s(t) = \text{sinc}\left(\frac{t - T_1}{T_1}\right) \cos\left(\frac{8\pi t}{T_1}\right)$$

Farne il grafico in funzione del tempo e calcolarne la Trasformata Continua di Fourier.

Calcolare e rappresentare modulo e fase della Trasformata.

Discutere come varia il segnale e il suo contenuto frequenziale al variare di  $T_1$ .

Discutere comparativamente il contenuto frequenziale dei segnali

$$s1(t) = \text{sinc}\left(\frac{t - T_1}{T_1}\right) \cos\left(\frac{16\pi t}{T_1}\right)$$

$$s2(t) = \text{sinc}\left(\frac{2(t - T_1)}{T_1}\right) \cos\left(\frac{8\pi t}{T_1}\right)$$

**Esercizio 3 (Questo esercizio è valutato 0.75\*30/7)**

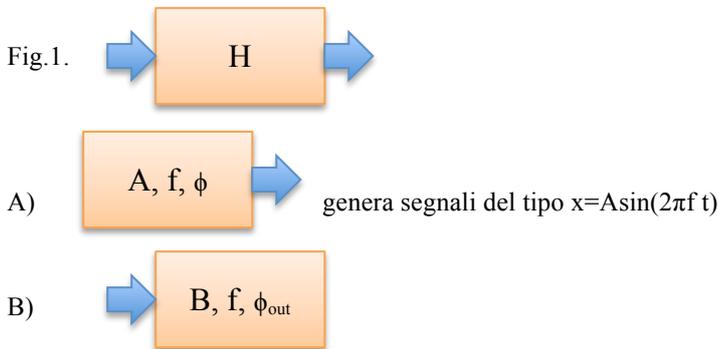
- I. Si consideri l'operatore convoluzione lineare indicato con il simbolo  $\otimes$ , dire quale tra le seguenti affermazioni è vera
- A.   $\sum_{k=0}^3 x[n-k] = [u[-n] - u[4-n]] \otimes x[n]$     B.   $\sum_{k=0}^3 x[n-k] = [\delta[n] - \delta[n-4]] \otimes x[n]$   
 C.   $\sum_{k=0}^3 x[n-k] = [u[n] - u[n-4]] \otimes x[n]$
- II. Si consideri il seguente segnale periodico  $s(t) = 1 + \sin\left(\frac{\pi}{2}t\right) + \sin\left(\frac{\pi}{3}t\right)$ , se volessimo campionare correttamente il segnale quale sarebbe il massimo passo di campionamento utilizzabile?
- A.  2 s                      B.  3 s                      C.  6 s                      D.  12 s
- III. Sia dato un segnale con banda compresa tra 95 e 115 kHz si indichi qual è la minima frequenza di campionamento utilizzabile
- A.  40 kHz                      B.  230 kHz                      C.  46 kHz                      D.  115 kHz
- IV. Sia  $s[n]$  una sequenza di 9 campioni ottenuti con una frequenza di campionamento pari a 30 Hz. Si indichi quale tra le seguenti rappresenta la corretta taratura dell'asse frequenziale, in Hz, utilizzabile applicando la TDF senza zero padding alla sequenza.
- A.  [-0.5000 -0.3889 -0.2778 -0.1667 -0.0556 0.0556 0.1667 0.2778 0.3889]  
 B.  [-13.3333 -10.0000 -6.6667 -3.3333 0 3.3333 6.6667 10.0000 13.3333]  
 C.  [-15.0000 -11.6667 -8.3333 -5.0000 -1.6667 1.6667 5.0000 8.3333 11.6667]

**Esercizio 4**

Dare la definizione di processo stocastico e di statistica di ordine 2, mostrandone il significato dal punto di vista teorico.

- Discutere anche tramite esempi il significato della funzione di autocorrelazione di un processo e come questa sia legata all'andamento delle funzioni campione
- Fornire l'esempio di un esperimento in ambito biomedico che possa essere rappresentato tramite un processo stocastico.

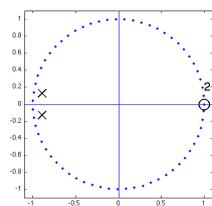
**Esercizio 5 (Questo esercizio è valutato 1.25\*30/7)** Si consideri il sistema lineare e tempo invariante in figura 1, del quale non si conosce la risposta in frequenza. Dopo aver fornito una definizione di risposta in frequenza, si indichi come sia possibile stimarne il **modulo** avendo a disposizione il generatore di forme d'onda in A) in grado di generare onde sinusoidali a frequenza, ampiezza, e l'oscilloscopio B) in grado di misurare il segnale in uscita permettendo di stimarne ampiezza, frequenza e ritardo rispetto all'ingresso.



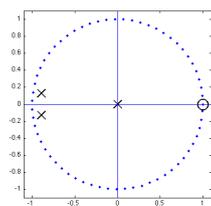
Si discutano inoltre le differenze di comportamento in frequenza tra un sistema non lineare e uno lineare. Fornire un esempio di un sistema non lineare al cui ingresso è posto un segnale sinusoidale, discutendo il contenuto frequenziale dell'uscita rispetto a quello in ingresso.

**Esercizio 6.**

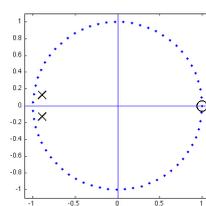
I. Data il sistema tempo discreto descritto dalla seguente equazione alle differenze  $y[n]=x[n-2]-x[n-3]-1.782y[n-1]-0.81y[n-2]$ , si dica quali dei seguenti grafici rappresenta la posizione dei poli e degli zeri della funzione di trasferimento del filtro nel piano di Gauss (con "o" si indicano gli zeri, con "x" i poli)



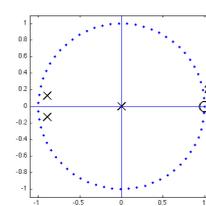
A.



B.



C.



D.

II. Si consideri un sistema con risposta impulsiva in figura 1

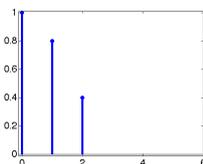


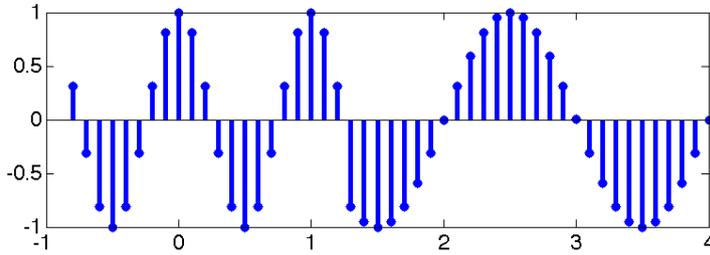
Fig. 1

Si indichi se il sistema è di tipo

A.  passa basso

B.  passa alto

C.  passa banda



III. Dire quale tipo di filtro potrebbe essere usato per rilevare la discontinuità presente poco dopo 2 s, nel segnale della figura precedente

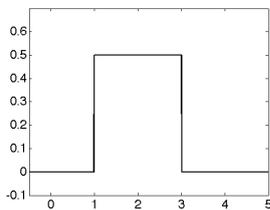
- A.  passa basso con frequenza di taglio inferiore a 0.6 Hz  
 B.  passa alto con frequenza di taglio superiore a 1 Hz  
 C.  passa alto con frequenza di taglio superiore a 0.6 Hz  
 C.  passa basso con frequenza di taglio inferiore a 1.1 Hz

IV. Date le seguenti risposte impulsive di sistemi a tempo discreto  $h[n]$ , si dica per quale di questi sia possibile ricavare la risposta in frequenza a partire dalla trasformata  $z$  di  $h[n]$  e ponendo  $z$  appartenente alla circonferenza di raggio unitario

- A.   $h[n]=0.9^n \sin(n)u[n]$                       B.   $h[n]=0.3^n u[-n-1]$   
 C.   $h[n]=1.1^n \sin(2n)u[n]$

**Esercizio 7 (Questo esercizio è valutato 0.75\*30/7)**

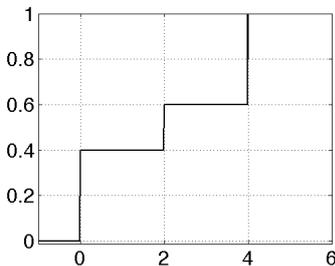
I. Data una variabile aleatoria la cui densità di probabilità è mostrata in figura



si indichi qual è la probabilità che la variabile assuma valori inferiori a 4

- A.  1                      B.  0.5                      C.  0

II. Data una variabile aleatoria la cui funzione di distribuzione è mostrata in figura



si dica quanto vale la probabilità che la variabile assuma valori uguali o inferiori a 2.5

- A.  1  
 B.  0.83  
 C.  0.6

III. Data una variabile aleatoria  $x$  con la seguente densità di probabilità

$$f_x(x) = 0.3\delta(x + 1) + 0.5\delta(x) + 0.2\delta(x - 2), \text{ indicare la varianza di tale variabile.}$$

- A.  1.09                      B.  1.14                      C.  4.83                      D.  1.20