

**Esercizio 1.**

Dare una definizione di segnali biomedici spontanei riportando uno schema di principio di un'apparecchiatura per la loro misura. Quali sono in termini di metodologie di acquisizione le maggiori differenze tra segnali spontanei e indotti? Fornire un esempio di segnale spontaneo riportando alcuni valori tipici e discutendone le applicazioni cliniche.

**Esercizio 2**

Discutere l'ambito di applicazione della Trasformata Continua di Fourier. Dire inoltre se e come questa possa essere estesa a segnali periodici. Specificare cosa si intende per descrizione di un segnale nel dominio frequenziale e significato di componenti ad alta o bassa frequenza.

Si consideri il segnale  $s(t) = 3 + 5 \cos\left(10\pi t + \frac{\pi}{3}\right) + 2e^{j\frac{\pi}{4}} e^{j2\pi t}$ .

Dire se il segnale è ad energia o potenza finite ed indicarne i valori.

Rappresentare modulo e fase la Trasformata Continua di Fourier (TCF) del segnale  $s(t)$ .

Il segnale  $s(t)$  possiede componenti complesse. Sommare a  $s(t)$  componenti frequenziali in modo da ottenere un segnale reale.

Utilizzando le proprietà della TCF si determini la trasformata del segnale  $s_1(t) = s(t) * \text{rect}\left(\frac{t}{2}\right)$

dove con '\*' si indica l'operazione di moltiplicazione.

**Esercizio 3** Sia data una sequenza di N campioni, con N pari, ottenuta campionando un segnale analogico con passo di campionamento T. Quanto vale la frequenza massima (in valore assoluto) visualizzabile?

- A.   $\frac{1}{2T}$       B.   $\frac{1}{2}$       C.   $\frac{N-1}{2NT}$       D.   $\frac{2}{T}$

Sia dato un segnale analogico con banda compresa tra 7 e 10 MHz. Si calcoli la minima frequenza di campionamento utilizzabile.

- A.  10MHz      B.  6MHz      C.  20 MHz      D.  6.667MHz

Si consideri un altro segnale  $s_2$  campionato alla frequenza di 1 MHz con banda compresa tra 0 e 100kHz. Quanti campioni sono necessari affinché un'analisi tramite TDF permetta di avere una risoluzione di 100 Hz?

- A.   $200 \cdot 10^3$       B.   $10^6$       C.  10000      D.  2000

Si ipotizzi che il segnale assuma valori tra 0 e 10 V. Si indichi il numero minimo di bit necessari affinché l'errore di quantizzazione sia inferiore a 5 mV.

- A.  11      B.  12      C.  10      D.  45

**Esercizio 1.** Descrivere i parametri che determinano il contenuto informativo delle bioimmagini. Descrivere uno schema di principio per la loro misura. Fornire esempi di bioimmagini ottenute con metodiche differenti.

**Esercizio 2**

Si consideri lo sviluppo in serie di Fourier di un'onda quadra dato dai seguenti coefficienti.

$$\begin{cases} S_n = 0.5 & \text{per } n = 0 \\ S_n = 0.5 \frac{\sin\left(\frac{\pi n}{2}\right)}{\frac{\pi n}{2}} & \text{per } n \neq 0 \end{cases}$$

Discutere il significato dei vari termini e come questi concorrano a comporre il segnale temporale.

In particolare sottolineare in cosa consiste il segnale temporale associato ad ogni coefficiente per  $n=0$  e  $n \neq 0$ .

Spiegare inoltre le differenze nello sviluppo in serie di Fourier di un'onda quadra e di un'onda triangolare, specificando le differenze nell'andamento del modulo dei coefficienti al variare di  $n$ . Si raccomanda di descrivere come queste differenze giustifichino i diversi andamenti nel dominio temporale.

**Esercizio 3**

Si consideri un segnale con banda compresa tra 75 e 95 Hz. Si dica qual è la minima frequenza di campionamento utilizzabile.

- A.  95 Hz                      B.  190 Hz                      C.  40 Hz                      D.  47.5 Hz

Sia data una sequenza di  $N=13$  campioni, ottenuti con una frequenza di campionamento pari a 4 Hz, si specifichi per quali, tra i seguenti valori di  $f$ , verrà valutata la Trasformata Discreta di Fourier (valori in Hz approssimati alla terza cifra decimale)

- A.  da -1.846 a 1.846 con passo pari a 0.308                      B.  da -24 a 24 con passo pari a 4  
C.  da -2 a 1.69 con passo pari a 0.308                      D.  da -2 a 2 con passo pari a 0.25

Si consideri la seguente sequenza  $s[n] = \cos\left(\frac{\pi n}{12}\right)$ . Se ne voglia analizzare il contenuto frequenziale tramite la Trasformata Discreta di Fourier. Di quanti campioni della sequenza abbiamo bisogno per valutarla?

- A.  24 campioni                      B.  tutti quelli a disposizione nella finestra di osservazione  
C.  12 campioni                      D.  un numero infinito

Si ipotizzi adesso di eseguire la Trasformata di Fourier (TF) di una sequenza finita  $x[n]$ . Si indichi quale tra le seguenti frasi indica le proprietà di tale Trasformata.

La TF è:

- A.  continua in  $f$  e periodica                      B.  continua in  $f$  e aperiodica  
C.  discreta in  $f$  e periodica                      D.  discreta in  $f$  e aperiodica

**07/06/10 AA0910 test#2 Esercizio 1.** Descrivere come si formano le bioimmagini, riportando uno schema di principio per la loro misura. Descrivere come vengono ottenute immagini tramite Risonanza Magnetica fornendo esempi di applicazioni cliniche.

**Esercizio 2.** Rappresentare modulo e fase la Trasformata Continua di Fourier (TCF) del segnale  $s(t) = -2 + 5 \cos\left(14\pi t + \frac{\pi}{6}\right) + 3\delta(t)$ .

Dato un segnale limitato in banda  $s_1(t)$  discutere, anche con l'uso di grafici, l'effetto del campionamento sullo spettro del segnale.

**Esercizio 3.** Si consideri un segnale con banda compresa tra 90 e 112 Hz. Si dica qual è la minima frequenza di campionamento utilizzabile.

- A.  224 Hz      B.  44 Hz      C.  112 Hz      D.  44.8 Hz

Sia data una sequenza di N campioni, con N dispari, ottenuta campionando un segnale analogico con passo di campionamento T. Quanto vale la frequenza massima (in valore assoluto) visualizzabile?

- A.   $\frac{1}{2T}$       B.   $\frac{N-1}{2NT}$       C.   $\frac{1}{2}$       D.   $\frac{2}{T}$

Si consideri la seguente sequenza  $s[n] = \cos\left(\frac{\pi n}{30}\right) + 2 \sin\left(\frac{\pi n}{10}\right)$ . Se ne voglia analizzare il contenuto frequenziale tramite la Trasformata Discreta di Fourier. Di quanti campioni della sequenza abbiamo bisogno per valutarla?

- A.  60 campioni      B.  tutti quelli a disposizione nella finestra di osservazione  
C.  20 campioni      D.  80 campioni

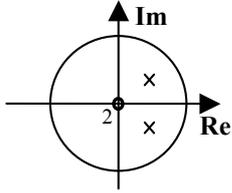
Si considerino la Trasformata Discreta di Fourier (TDF) e la Trasformata di Fourier (TF) di una sequenza finita  $x[n]$ . Si indichi quale tra le seguenti frasi è vera  
La TF è:

- A.  sono entrambe definite per valori di f discreti  
B.  la TDF può essere usata per stimare la TF  
C.  si possono entrambe ottenere in modo completo con l'utilizzo dell'algoritmo fft  
D.  le due denominazioni si riferiscono allo stesso operatore

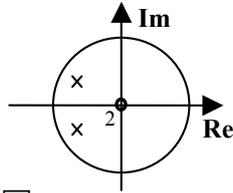
**Esercizio 4.** Descrivere cosa si intende per modello di sistema biologico, riportandone una classificazione ed esempi.

**Esercizio 5.** Discutere brevemente cosa si intende per sistema Lineare e Tempo Invariante. Dare la definizione di risposta impulsiva di tale sistema e come da questa si possa ricavare la Risposta in Frequenza. Fare un esempio di risposta impulsiva di un sistema di tipo passa basso.

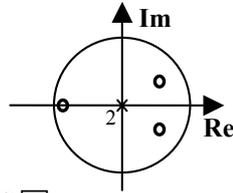
**Esercizio 6.** Sia data la seguente rappresentazione sul piano z dei seguenti filtri tempo discreti ("x" polo, "o" zero). Dire quale rappresenta un filtro passa alto.



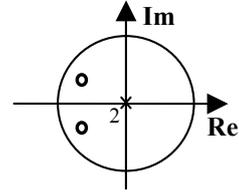
A.



B.

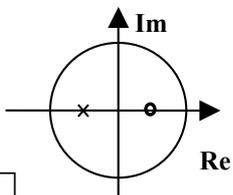


C.

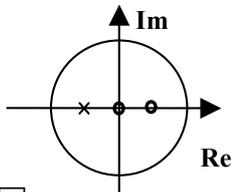


D.

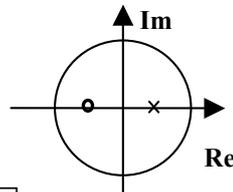
Data la seguente equazione alle differenze che descrive un sistema tempo discreto, dire quale tra le seguenti rappresentazioni è compatibile con tale sistema  $y[n] - 0.5y[n-1] = x[n-1] + 0.5x[n-2]$



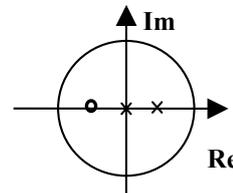
A.



B.

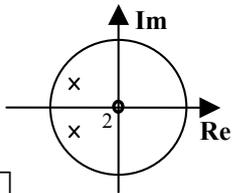


C.

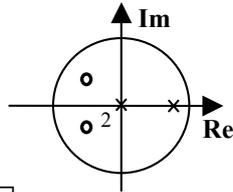


D.

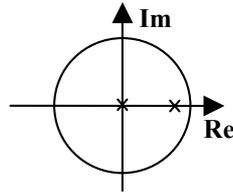
Sia data la seguente rappresentazione sul piano z dei seguenti filtri tempo discreti. Dire quale tra i seguenti rappresenta un filtro di tipo FIR.



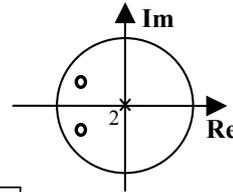
A.



B.

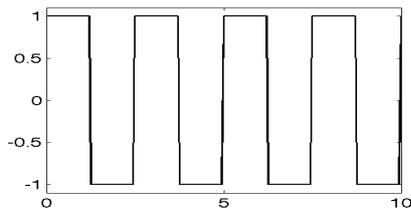


C.

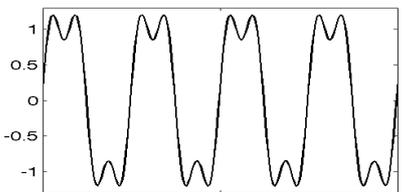


D.

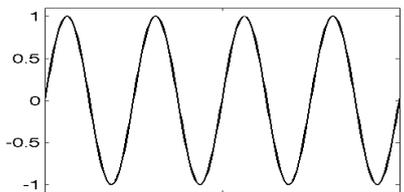
Dato il seguente segnale temporale



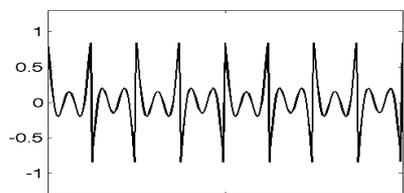
Si indichi quali tra le seguenti figure rappresenta l'uscita di un sistema passa basso con frequenza di taglio inferiore alla prima armonica diversa da zero e maggiore della fondamentale del segnale di partenza



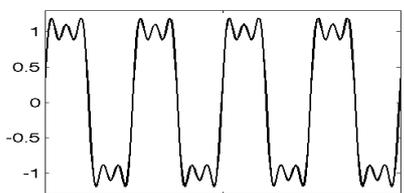
A.



B.



C.



D.

**Esercizio 7.** Si consideri il modello di regressione lineare che lega una variabile dipendente  $y$  ad una indipendente  $x$ .

I. Il modello di regressione assume che:

- A.   $E(Y | X) = 0$       B.   $\eta_{Y|X} = a + bx$       C.   $\eta_{Y|X} = a + bx + \varepsilon$       D.   $\eta_{Y|X} = y - (a + bx) = \varepsilon = 0$

II. Si dica quali tra le seguenti espressioni descrive correttamente il legame tra il coefficiente angolare della retta,  $b$ , e il coefficiente di correlazione  $\rho$  tra la variabile dipendente e quella indipendente. Con  $\sigma_x$  e  $\sigma_y$  si indicano le deviazioni standard delle variabili indipendente e dipendente rispettivamente.

- A.   $b = \frac{\rho}{\sigma_x^2}$       B.   $b = \frac{\sigma_y}{\sigma_x}$       C.   $b = \rho$       D.   $b = \rho \frac{\sigma_y}{\sigma_x}$       E.   $b = \rho \frac{\sigma_x}{\sigma_y}$

III. Dire quali tra i seguenti scatter plot dei dati (ogni punto rappresenta una coppia di valori  $(x,y)$ ) è relativo a variabili più fortemente correlate tra loro. Le scale sono le medesime per le diverse figure.



A.



B.



C.



D.

IV. Si supponga che l'errore abbia una deviazione standard pari a 4 e che il numero di campioni di  $y$  e  $x$  sia pari a 1000.

Nel caso si volessero determinare a priori gli estremi degli intervalli per la creazione dell'istogramma dell'errore, dire quali tra le seguenti è la coppia di valori più probabile.

- A.  0 e 8      B.  -12 e 12      C.  -4 e 4      D.  0 e 1000

**28/06/10 AA0910 test#1 Esercizio 1.** Elencare sistemi di imaging che si basano sull'utilizzo di radiazioni elettromagnetiche ionizzanti, specificando l'ordine di grandezza delle frequenze utilizzate. Descrivere brevemente quali di queste metodiche possano essere utilizzate per ottenere informazioni di tipo metabolico e in quali applicazioni cliniche.

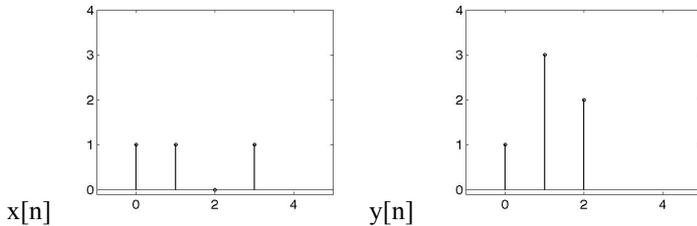
**Esercizio 2.** Calcolare la Trasformata di Fourier della sequenza  $x(n)$  tale che  $x(0)=1$   $x(1)=0.5$   $x(2)=1$  e 0 per gli altri valori di  $n$ . Il tempo di campionamento usato è pari a 2 secondi.

Calcolare la Trasformata Discreta di Fourier della medesima sequenza.

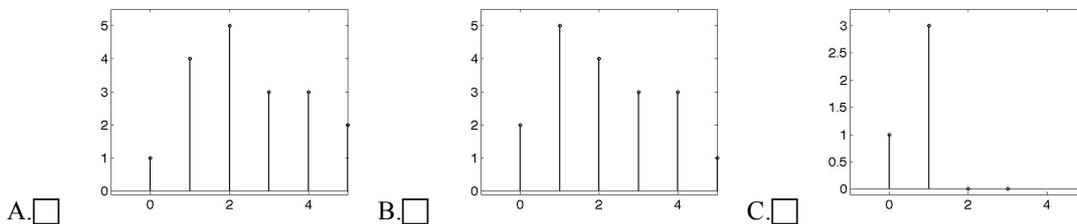
Sottolineare anche con l'uso di grafici la relazione tra le due Trasformate (a questa domanda si può rispondere con valutazioni indipendenti dalla particolare sequenza in oggetto).

**Esercizio 3.**

Si considerino le sequenze nelle seguenti figure



Dire quale tra le seguenti è la convoluzione tra  $x[n]$  e  $y[n]$



Il campionamento passa banda prevede che la frequenza di campionamento di un segnale con frequenza minima pari a  $f_{min}$  e massima pari a  $f_{max}$  avvenga alla frequenza

- A.   $f_c \geq \frac{2f_{max}}{f_{max} - f_{min}} = 2(f_{max} - f_{min})$
- B.   $f_c \geq \frac{2f_{max}}{m}$  con  $m = \left\lceil \frac{f_{max}}{f_{max} - f_{min}} \right\rceil$
- C.   $f_c = \frac{2f_{max}}{m}$  con  $m = \left\lceil \frac{f_{max}}{f_{max} - f_{min}} \right\rceil$
- D.   $f_c = 2(f_{max} - f_{min})$

Sia dato il modulo dello spettro di Fourier, rappresentato in figura.

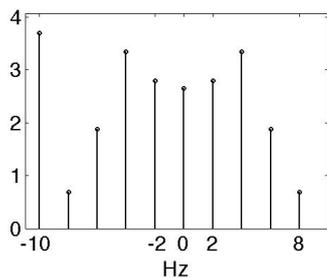


Fig. 1.

Si ipotizzi che tale risultato sia ottenuto applicando la TDF ad una sequenza discreta  $x[n]$  osservata per un tempo  $T$  e con una frequenza di campionamento pari a  $f_c$ .

Si indichi quale tra queste coppie di valori è compatibile con il risultato in figura 1, senza che venga operato uno zero padding:

- A.   $T=0.5s, f_c=10 \text{ Hz}$     B.   $T=0.5s, f_c=20 \text{ Hz}$     C.   $T=1s, f_c=10 \text{ Hz}$     D.   $T=1 \text{ s}, f_c=20 \text{ Hz}$

Si ipotizzi che il segnale assuma valori tra 0 e 1 V. Si indichi il numero **minimo** di bit necessari affinché l'errore di quantizzazione sia inferiore a  $20 \mu V$ .

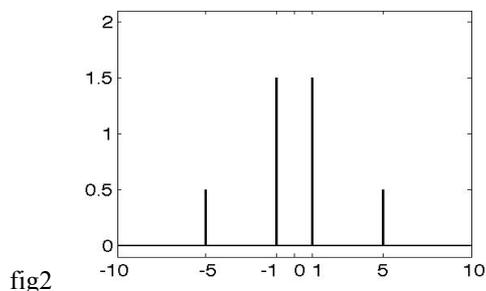
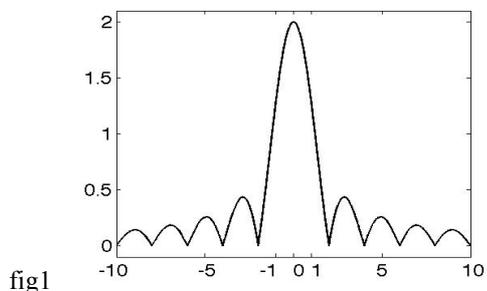
- A.  15 bit    B.  11 bit    C.  16 bit    D.  12 bit

**Esercizio 4.** Dato un sistema lineare tempo invariante discutere il significato di risposta nel dominio frequenziale. Sottolineare come questa rappresentazione possa essere utilizzata per dedurre il comportamento di tale sistema quando in ingresso è presente un segnale generico. Riportare l'esempio di un sistema biologico che possa essere descritto attraverso tale rappresentazione.

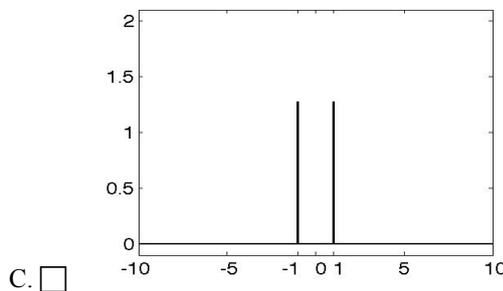
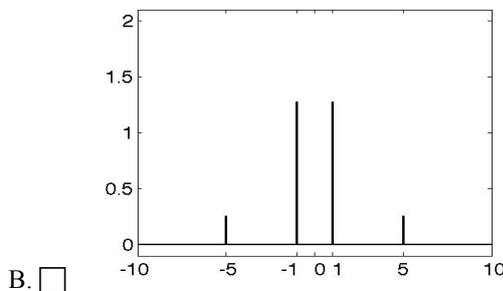
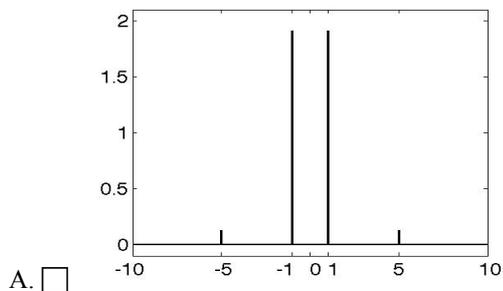
**Esercizio 5.** Descrivere utilizzo e caratteristiche dell' algoritmo fft. Sottolineare tutte le applicazioni conosciute e i vantaggi che hanno portato ad una sua diffusione.

**Esercizio 6.**

Dato il filtro passa basso  $h[n]$ , con modulo della risposta in frequenza  $H[k]$  in figura 1 e il segnale  $x[n]$  il cui modulo della trasformata è mostrato in fig 2



Si indichi quali tra le seguenti figure rappresenta il modulo della trasformata del segnale ottenuto in uscita dal filtro quando in ingresso è presente  $x[n]$



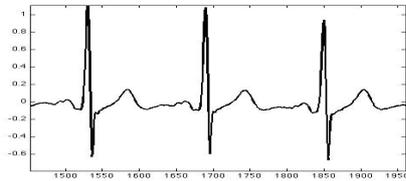
Si consideri la progettazione di un filtro FIR col metodo delle finestre. Quale vantaggio comporta a parità di ordine del filtro, l'utilizzo della finestra di Hanning in confronto all'utilizzo della finestra rettangolare?

- A.  permette una aumento dei lobi laterali delle risposta in frequenza
- B.  diminuisce la larghezza del lobo principale della risposta in frequenza
- C.  migliora la selettività del filtro
- D.  aumenta il rapporto tra l'altezza del lobo principale e l'altezza dei lobi laterali

Dato il filtro descritto dalla seguente equazione alle differenze,  $y[n]+0.8y[n-1]=x[n]-0.3333x[n-1]$ , dove  $y[n]$  è l'uscita e  $x[n]$  è l'ingresso, dire se si tratta di

- A.  filtro passa basso
- B.  filtro passa alto
- C.  filtro elimina banda
- D.  filtro passa banda

Dato un segnale ECG del tipo in figura, quale tipo di filtraggio potrebbe essere necessario per migliorare le prestazioni di un sistema per la stima della frequenza cardiaca (calcolando la distanza dei picchi R). La distanza media si consideri circa 1 secondo (approssima il periodo del segnale)



- A.  filtro passa basso con frequenza di taglio superiore ad 1 Hz  
inferiore ad 1 Hz
- B.  filtro passa alto con frequenza di taglio  
inferiore ad 1 Hz
- C.  filtro passa basso con frequenza di taglio inferiore ad 1 Hz  
superiore ad 1 Hz
- D.  filtro passa alto con frequenza di taglio  
superiore ad 1 Hz

### Esercizio 7.

Si consideri la funzione densità di probabilità di una variabile continua  $f_X(x)$  si dica quale delle seguenti affermazioni è falsa

- A   $\int_b^c f_X(x) dx = P\{b \leq x \leq c\}$
- B   $\int_{-\infty}^0 f_X(x) dx = 0.5$
- C   $f_X(x) > 0$

Data una variabile aleatoria di tipo gaussiano si dica quali delle seguenti affermazioni è vera

- A  i momenti della variabile superiori al secondo sono nulli
- B  i momenti della variabile aleatoria superiori al terzo sono non nulli
- C  la variabile aleatoria è descritta solo da momenti del primo ordine

Consideriamo due eventi indipendenti A e B. Quali delle seguenti affermazioni è vera

- A   $P(A|B) = P(B|A)P(B)/P(A)$
- B   $P(A|B) = [P(A) + P(B) - P(A+B)]/P(B)$
- C   $P(A|B) = P(A)$

Date due variabili aleatorie incorrelate X e Y, e detto  $E[\#]$  l'operatore aspettazione, dire quali tra le seguenti affermazioni è vera

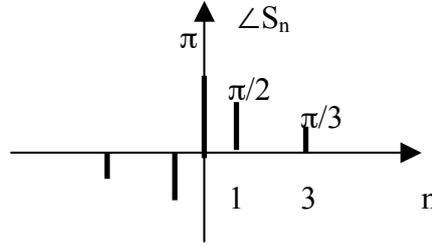
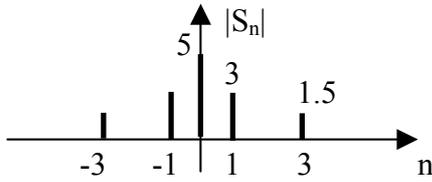
- A   $E[XY] = E[X]E[Y]$
- B  la covarianza delle due variabili è uguale al momento congiunto del secondo ordine
- C   $E[XY] = 0$

**MASB 19/07/10 Esercizio 1.** Dare una definizione di segnali biomedici spontanei riportando uno schema di principio di un'apparecchiatura per la loro misura. Dare una breve descrizione delle diverse componenti del sistema. Fornire un esempio di segnale spontaneo riportando alcuni valori tipici e discutendone le applicazioni cliniche.

**Esercizio 2** Discutere l'ambito di applicazione dello Sviluppo in Serie di Fourier.

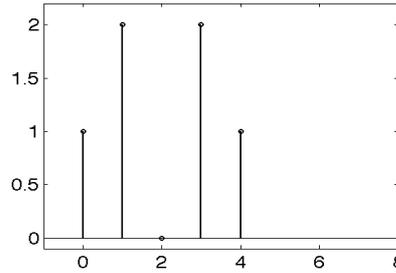
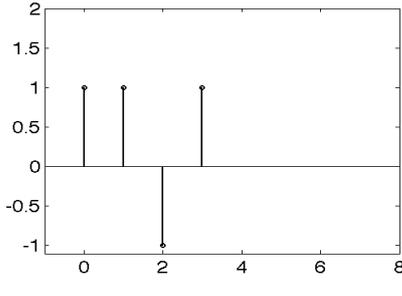
Specificare il significato delle alte e delle basse frequenze individuando sull'asse frequenziale la loro posizione.

Dato lo sviluppo in serie di Fourier dato dai seguenti spettri di ampiezza e fase trovare l'andamento temporale del segnale reale  $s(t)$  dal quale tale spettro deriva.

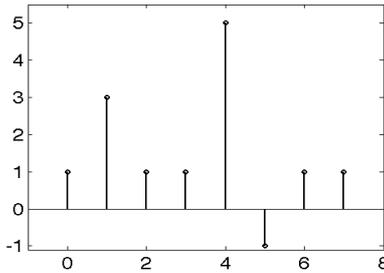


**Esercizio 3**

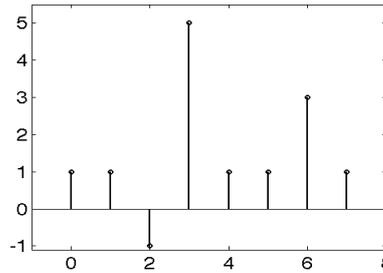
Si considerino le sequenze nelle seguenti figure



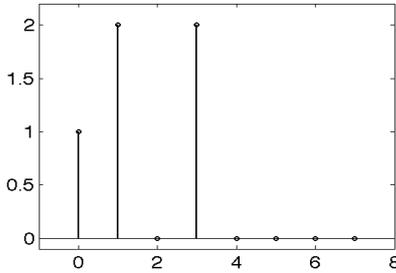
I. Dire quale tra le seguenti è la convoluzione tra  $x[n]$  e  $y[n]$



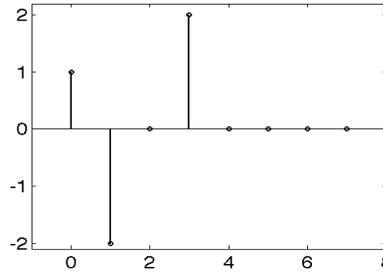
A.



B.



C.



D.

Si consideri un segnale con banda compresa tra 450 e 350 Hz. Si dica qual è la minima frequenza di campionamento utilizzabile.

- A.  200 Hz      B.  225 Hz      C.  450 Hz      D.  900 Hz

Dato un segnale  $s(t)$  complesso di tipo passa banda, con banda compresa tra 4 e 6 MHz, si consideri il segnale  $s_1(t) = s(t)e^{j2\pi f_0 t}$ , con  $f_0 = 5\text{MHz}$ . Quale è la banda occupata dal segnale  $s_1(t)$ ?

- A.  [9:11] MHz      B.  [-1:1] MHz      C.  [0:11] MHz      D.  [4:6] MHz

Si considerino un segnale  $s(t)$  con trasformata  $S(f)$ . Si consideri adesso la sequenza  $s[n]=s(nT)$  e la Trasformata di Fourier di  $s[n]$ . Si indichi quale tra le seguenti relazioni è vera

- A.   $\bar{S}(f) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} S\left(f - \frac{k}{T}\right)$  con  $\bar{S}(f)$  la Trasformata di Fourier di  $s[n]$
- B.   $S_k = \frac{1}{N} S\left(\frac{k}{T}\right)$  con  $S_k$  il coefficiente della Trasformata di  $s[n]$
- C.   $\bar{S}(f) = S(f)$  per  $-\frac{1}{2T} \leq f \leq \frac{1}{2T}$  qualsiasi sia  $S(f)$  e con  $\bar{S}(f)$  la Trasformata di Fourier di  $s[n]$

**Esercizio 4**

Descrivere le differenze tra i modelli anatomico-fisiologici e i modelli ingresso uscita riportando alcuni esempi.

**Esercizio 5**

Dato un sistema tempo discreto, lineare tempo invariante, definire la risposta impulsiva del sistema e dimostrare se e come questa possa essere utilizzata per calcolare l'uscita del sistema ad un ingresso generico. Riportare alcuni esempi, anche utilizzando grafici, di risposte impulsive di tipo passa basso e di tipo passa alto.

**Esercizio 6**

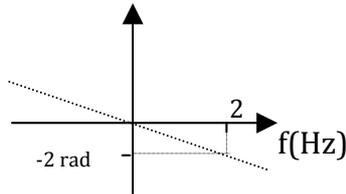
Indicare quali tra le seguenti funzioni sono autofunzioni di un sistema lineare tempo invariante (in questo caso in uscita si trova la stessa funzione in ingresso eventualmente ritardata e moltiplicata per una costante)

- A.   $u[k]$                       B.   $\delta[k]$                       C.   $e^{j2\pi k \frac{n}{N}}$

Si consideri il sistema caratterizzato dalla seguente trasformazione ingresso uscita, applicata al segnale di ingresso  $x(t)$ :  $y_1(t) = A \log(t)x(t)$  con  $A$  costante. Si dica se tale sistema è:

- A.  lineare e tempo variante                      B.  lineare e tempo invariante  
 C.  non lineare e tempo invariante                      D.  non lineare e tempo variante

Sia data la seguente rappresentazione della fase della risposta in frequenza di un sistema LTI.



Si indichi il valore del ritardo introdotto dal sistema

- A.  0s                      B.  il ritardo varia al variare della frequenza                      C.  1s                      D.  0.1592s

Dato il filtro descritto dalla seguente equazione alle differenze,  $y[n]=x[n]+1.3x[n-1]+0.5x[n-2]$ , dove  $y[n]$  è l'uscita e  $x[n]$  è l'ingresso, dire se si tratta di

- A.  filtro passa basso                      B.  filtro passa alto                      D.  filtro passa banda

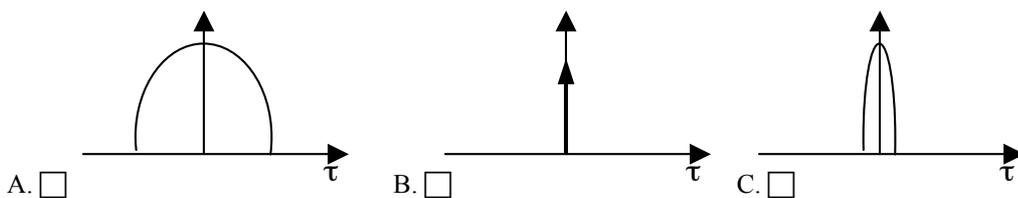
**Esercizio 7.** Si consideri la definizione di processo stocastico. Si scelga quale tra le seguenti definizioni è corretta

- A.  se fissiamo un istante di tempo  $t$ , l'insieme dei valori del processo per tale istante è una funzione deterministica  
 B.  se fissiamo tempo ed evento otteniamo una variabile aleatoria  
 C.  ogni realizzazione è una funzione deterministica

Detta  $\eta_x(t)$  il valore medio di un processo stazionario in senso lato, dire quali tra le seguenti affermazioni è vera

- A.   $\eta_x(\tau) = 1$  per  $\tau=0$  e 0 altrove  
 B.   $\eta_x(t) = 0$   
 C.   $\eta_x(t) = \eta_x(t + \varepsilon)$  per ogni  $\varepsilon$

Date le seguenti funzioni di autocorrelazione stimate da diversi processi, dire quale di esse è relativa al processo caratterizzato da funzioni campione più lentamente variabili rispetto agli altri:

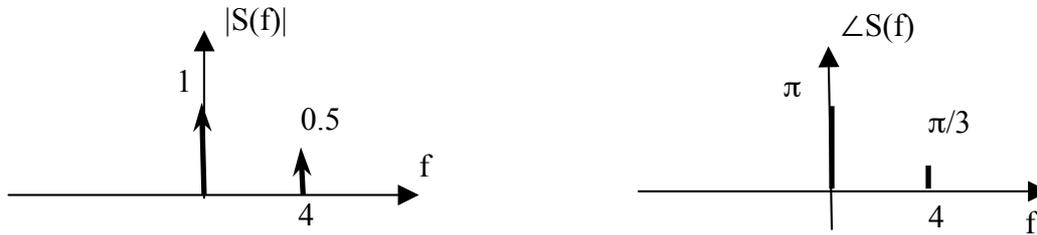


**MASB 13/09/2010 AA0910 Test #1**

**Esercizio 1.** Descrivere i parametri che determinano il contenuto informativo delle bioimmagini. Descrivere uno schema di principio per la loro misura. Fornire esempi di bioimmagini ottenute con metodiche differenti.

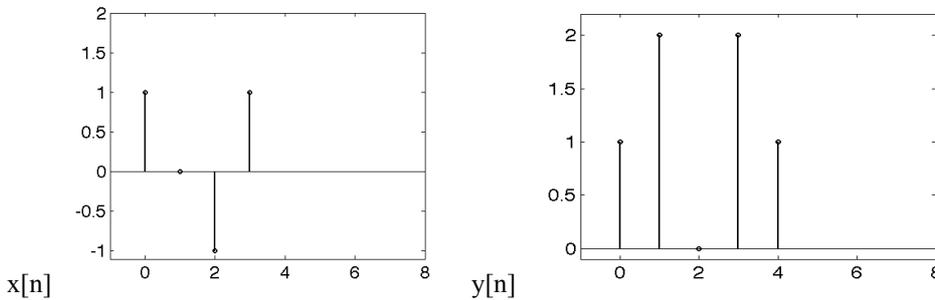
**Esercizio 2** Discutere l'ambito di applicazione della Trasformata Continua di Fourier (TCF) e di come questa possa essere utilizzata per descrivere segnali a potenza media finita.

Specificare il significato temporale delle alte e delle basse frequenze e individuando sull'asse frequenziale la loro posizione. Determinare l'andamento temporale del segnale  $s(t)$  la cui Trasformata Continua di Fourier è descritta dai grafici modulo e fase seguenti.

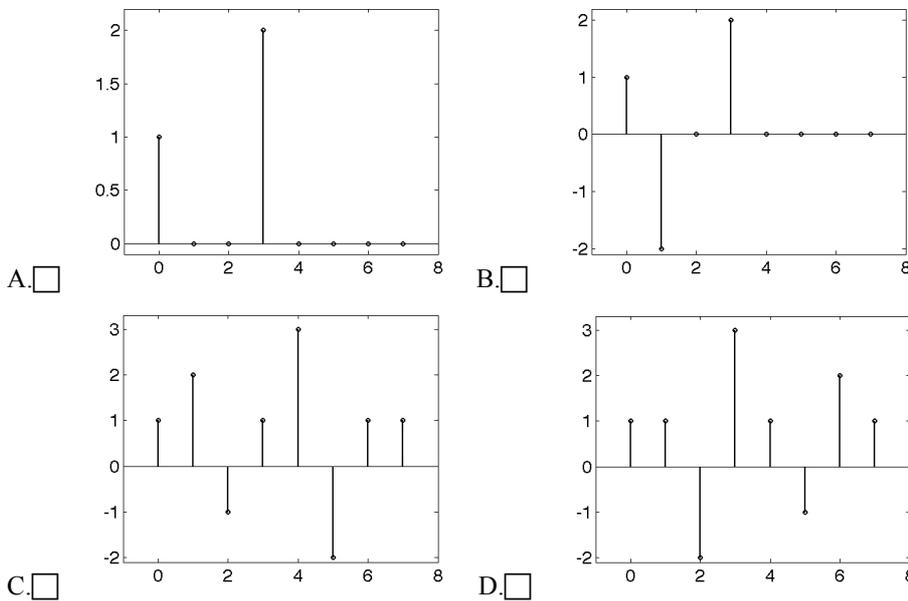


Dire se il segnale possiede una parte immaginaria e, in caso affermativo, aggiungere componenti frequenziali opportune in modo da rendere il segnale  $s(t)$  reale. Fare il grafico modulo e fase della TCF di tale segnale.

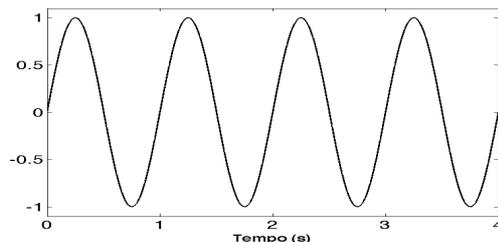
**Esercizio 3** Si considerino le sequenze nelle seguenti figure



I. Dire quale tra le seguenti è la convoluzione tra  $x[n]$  e  $y[n]$



Si consideri il segnale periodico in figura (viene visualizzata una finestra di 4 secondi)



Se volessimo campionare correttamente il segnale qual è il numero minimo di campioni al secondo necessario?

- A.  1 campioni/s      B.  2 campioni/s      C.  4 campioni/s      D.  3 campioni/s

Dato un segnale  $s(t)$  reale di tipo passa basso con frequenza massima pari a 2 kHz, si consideri il segnale  $s_1(t) = s(t)e^{j2\pi f_0 t}$ , con  $f_0 = 6\text{kHz}$ . Quale è la banda occupata dal segnale  $s_1(t)$ ?

- A.  [5:7] kHz      B.  [6:8] kHz      C.  [4:8] kHz      D.  [0:8] kHz

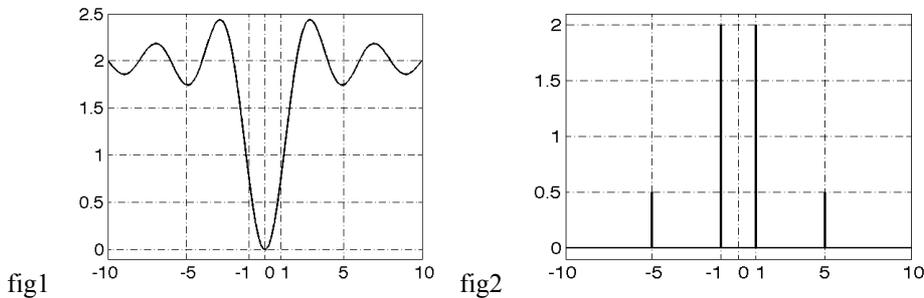
Quale delle seguenti frasi, relative alla Trasformata di Fourier (TF) di una sequenza, è falsa?

- A.  la TF di una sequenza è periodica in  $f$       B.  la Trasformata di Fourier di una sequenza è discreta in  $f$   
C.  la TF di una sequenza può essere stimata per alcuni valori di  $f$  con l'algoritmo fft      D.  la TF di una sequenza è continua in  $f$

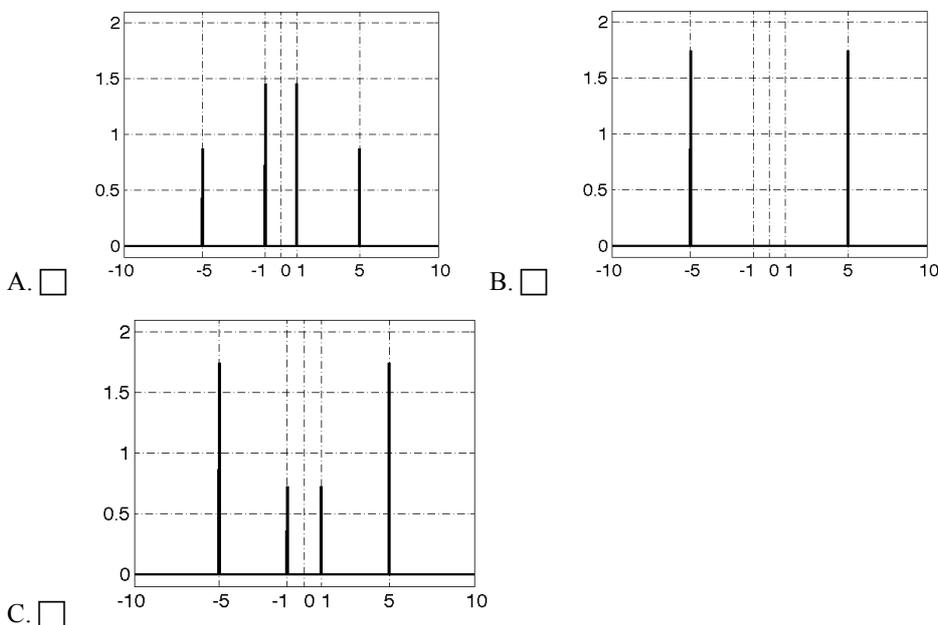
**Esercizio 4.** Dare la definizione di risposta impulsiva per un sistema lineare tempo invariante e indicare come da questa sia possibile ricavarne la risposta in frequenza. Definire le autofunzioni di un sistema lineare tempo invariante e come queste possano essere usate per ricavare la risposta in frequenza del sistema. Discutere il significato della fase della risposta in frequenza.

**Esercizio 5.** Fornire la definizione di processo stocastico: dire cosa si ottiene se osserviamo il processo ad un istante e in due istanti. Dare la definizione e fornire esempi di statistiche del primo e del secondo ordine del processo. Discutere le proprietà dei processi stazionari in senso lato.

**Esercizio 6.** Dato il filtro passa alto  $h[n]$ , con modulo della risposta in frequenza in figura 1 e il segnale  $x[n]$  il cui modulo della trasformata è mostrato in fig 2



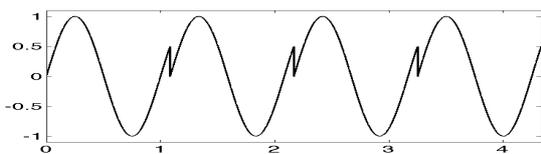
Si indichi quali tra le seguenti figure rappresenta il modulo della trasformata del segnale ottenuto in uscita dal filtro quando in ingresso è presente  $x[n]$



Si consideri la progettazione di un filtro FIR col metodo delle finestre. Quale vantaggio comporta a parità di ordine del filtro, l'utilizzo della finestra di Hanning in confronto all'utilizzo della finestra rettangolare?

- A.  permette una aumento dei lobi laterali della risposta in frequenza
- B.  diminuisce la larghezza del lobo principale della risposta in frequenza
- C.  migliora la selettività del filtro
- D.  aumenta il rapporto tra l'altezza del lobo principale e l'altezza dei lobi laterali

Dato il segnale in figura di periodo di poco superiore a 1 s (1.08 s), si indichi quale dei seguenti filtri dovrebbe essere usato per esaltare la discontinuità presente ?



Si consideri la seguente equazione alle differenze che descrive un sistema tempo discreto,  $y[n]=x[n]+0.7*x[n-1]$ . Quale di questi sistemi è descrivibile da tale equazione:

- A.  Filtro FIR di tipo passa alto
- B.  Filtro FIR di tipo passa basso
- C.  Filtro IIR di tipo passa alto
- D.  Filtro IIR di tipo passa basso

**Esercizio 7.** Si consideri il modello di regressione lineare che lega una variabile dipendente  $y$  ad una indipendente  $x$ .

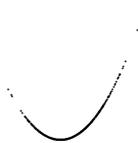
I. quale affermazione è sempre vera

- A.  per ogni valore della variabile indipendente, la variabile dipendente corrispondente appartiene ad una retta
- B.  la variabile indipendente è distribuita secondo una gaussiana
- C.  a parità di altri parametri del modello, il coefficiente di correlazione tra variabile indipendente e dipendente aumenta al diminuire della deviazione standard dell'errore del modello di regressione
- D.  a parità di altri parametri del modello, il coefficiente di correlazione tra variabile indipendente e dipendente aumenta al diminuire del valore medio dell'errore del modello di regressione

II. Considerando  $e_i$  l'errore della misura  $i$ -esima rispetto al modello, i parametri della regressione sono tali da minimizzare

- A.   $\sum_i e_i$
- B.   $\sum_i |e_i|$
- C.   $\left(\sum_i |e_i|\right)^2$
- D.   $\sum_i e_i^2$

III. Dire quali tra i seguenti scatter plot dei dati (ogni punto rappresenta una coppia di valori  $(x,y)$ ) è relativo a variabili più fortemente correlate tra loro. Le scale sono le medesime per le diverse figure.



A.



B.



C.



D.

IV. Si supponga che l'errore abbia una deviazione standard pari a 3 e che il numero di campioni di  $y$  e  $x$  sia pari a 2000. Nel caso si volessero determinare a priori gli estremi degli intervalli per la creazione dell'istogramma dell'errore, dire quali tra le seguenti è la coppia di valori migliore.

- A.  -9 e 9
- B.  0 e 6
- C.  -3 e 3
- D.  0 e 2000