

Esercizio 1

Discutere significato e uso dello sviluppo in serie di Fourier.

Spiegare il significato della base di Fourier.

Discutere l'andamento dello Sviluppo in serie per segnali reali e per segnali immaginari puri.

Discutere l'andamento dello sviluppo in serie di Fourier per segnali pari e dispari.

Discutere comparativamente l'andamento dei coefficienti dello sviluppo per il segnale $s(t)=\sin(2\pi t)$ e del segnale $s_1(t)=|s(t)|$

Esercizio 2 Si consideri il segnale a tempo continuo dato da

$$s(t) = 1 + \sin \frac{2\pi t}{T_0}$$

Farne il grafico in funzione del tempo, calcolare la Trasformata Continua di Fourier e farne il grafico modulo e fase

Si consideri adesso il segnale

$$s_p(t) = s(t) \cdot \text{rep}_{\frac{T_0}{8}}(\delta(t))$$

Se ne faccia il grafico nel tempo.

Elencare tutti i modi tramite i quali è possibile studiare il segnale $s_p(t)$ in frequenza, fornendo indicazioni precise sui passi necessari per eseguire tale studio.

Scegliere quindi un approccio e utilizzarlo per stimare la descrizione in frequenza. Eseguire il grafico del modulo della risposta in frequenza.

Esercizio 3 Si consideri il segnale $s(t) = e^{j\pi t} + \sin\left(\frac{\pi}{6}t\right)$. Si dica qual è la minima frequenza di campionamento utilizzabile.

- A. 1.17 Hz B. 24 Hz C. 1 Hz D. 0.04 Hz

Sia dato un segnale con banda compresa tra 8 e 11 Hz. Si indichi la minima frequenza di campionamento utilizzabile

- A. 6 Hz B. 11Hz C. 7.333 Hz D. 22 Hz

Si consideri un segnale formato da due componenti sinusoidali a 10 e 10.2 Hz rispettivamente. Si supponga di poter campionare il segnale ad una frequenza di 25 Hz. Quali delle seguenti operazioni garantisce che si possano distinguere le due componenti tramite un'analisi in frequenza di un segmento del segnale campionato?

- A. indipendentemente dal numero di campioni considerati applico uno zero padding di almeno 125 campioni
 B. eseguo la TDF di un segmento del segnale lungo 10 secondi
 C. eseguo la TDF di un segmento di lunghezza pari a 2 secondi al quale applico uno zero padding

Esercizio 4

Dare la definizione di processo stocastico mostrando, indicando il significato delle funzioni campione.

Indicare cosa si intende per variabile aleatoria estratta da un processo, sia utilizzando definizioni teoriche sia utilizzando un metodo grafico.

Indicare cosa si intende di statistica di ordine 2, mostrandone il significato sia dal punto di vista teorico che tramite esempi (sfruttando una rappresentazione grafica del processo).

- Discutere anche tramite esempi il significato della funzione di autocorrelazione di un processo e come questa sia legata all'andamento delle funzioni campione
- Fornire l'esempio di un esperimento in ambito biomedico che possa essere rappresentato tramite un processo stocastico indicando il significato delle funzioni campione nel caso in oggetto.

Esercizio 5 Si considerino i seguenti sistemi descritti dalla trasformazione ingresso/uscita

1) $y(t) = e^{-\alpha t}u(t) \otimes x(t)$ con $\alpha \in \mathbb{R}, \alpha > 0$

2) $y(t) = \sin(20\pi t)x(t)$

Discutere linearità e tempo invarianza dei due sistemi.

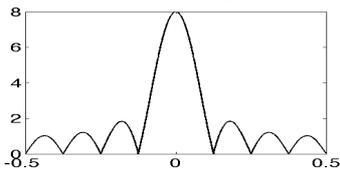
Discutere il comportamento in frequenza dei due sistemi.

Si calcoli l'uscita dei sistemi quando in ingresso è presente il segnale

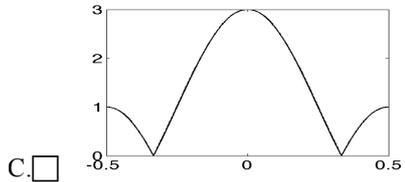
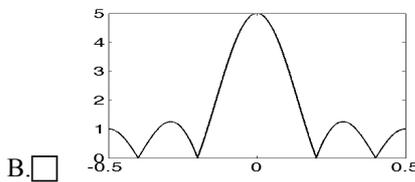
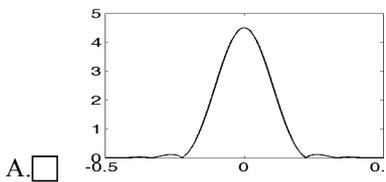
$x(t) = \sin(4\pi t)$

e rappresentare tale uscita in frequenza (solo modulo).

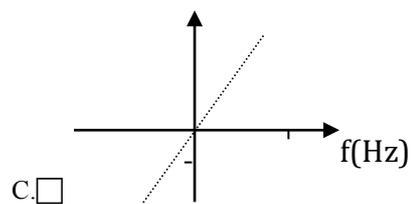
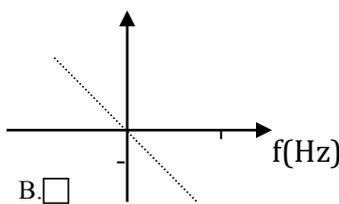
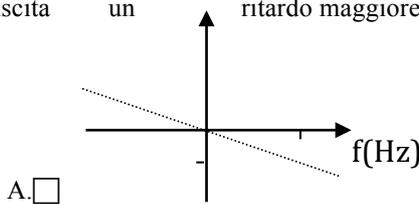
Esercizio 6 Dato il filtro passa basso con il modulo della risposta in frequenza nelle seguente figura



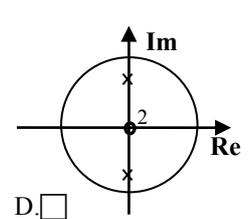
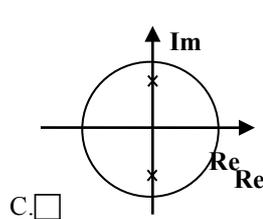
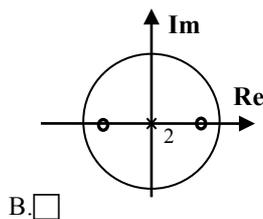
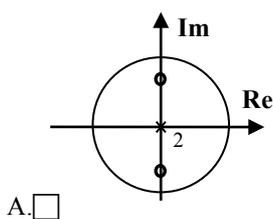
Si indichi quali tra le seguenti figure rappresenta la trasformata della risposta impulsiva del filtro alla quale è stata applicata una finestra di hamming



Siano date le seguente rappresentazione della fase della risposta in frequenza di tre sistemi LTI. Quale dei tre introduce in uscita un ritardo maggiore



Data la seguente equazione alle differenze che descrive un sistema tempo discreto, dire quale tra le seguenti rappresentazioni è compatibile con tale sistema $y[n]=x[n]+0.6x[n-2]$



Esercizio 1 (6 punti)

Si fornisca la definizione di segnale biomedico spontaneo, fornendo alcuni esempi di segnali di interesse biomedico. In particolare si fornisca una classificazione dei segnali in funzione della forma di energia con la quale essi si manifestano.

Fornire lo schema a blocchi di un sistema per l'acquisizione dei segnali biomedici spontanei, descrivendo brevemente l'utilizzo di ogni blocco.

Scegliere un segnale biomedico a piacere, fornire una descrizione in termini di significato fisiologico, di caratteristiche in termini di ampiezza e frequenza e di utilizzo in ambito clinico.

Esercizio 2 (6 punti)

Si consideri il segnale a tempo continuo dato da

$$s(t) = g(t) \otimes \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - T) \quad \text{dove} \quad g(t) = \begin{cases} t & \text{per } |t| < T/2 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

con $T=2$ s. Fare il grafico di $s(t)$ nel dominio del tempo per t compreso tra -8 e 8.

Si consideri il segnale $s_2(t) = |s(t)|$. Se ne faccia il grafico nel tempo per lo stesso intervallo temporale utilizzato nel punto precedente.

Discutere comparativamente il contenuto frequenziale dei due segnali.

Rispondere ai seguenti quesiti:

- quante componenti frequenziali sono necessarie per descrivere i segnali?
- quali sono le componenti frequenziali necessarie per descrivere i segnali?
- è possibile discutere eventuali differenze nel contenuto frequenziale dei due segnali, a partire dall'analisi dell'andamento temporale?
- in quali modi è possibile determinare il contenuto frequenziale dei due segnali? In particolare si dica se e come potrebbe essere sfruttato il legame tra TCF e Serie di Fourier per determinare il contenuto frequenziale di $s(t)$.

Sovrapporre al grafico del segnale del tempo $s(t)$ il segnale ottenuto dall'equazione di sintesi considerando solo le possibili componenti corrispondenti a $n=0$, $n=+1$ e $n=-1$. Per la risoluzione di questo punto è richiesto un approccio quantitativo.

Esercizio 3 (3 punti)

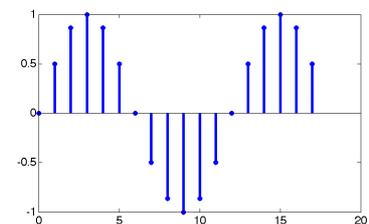
Si consideri una sequenza del tipo $x[n] = [u[n] - u[n - 6]] \otimes \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta[n - k12]$.

Si indichi quale delle seguenti sequenze può essere una componente della sequenza $x[n]$.

Con A si indica una costante

- A. $x[n] = Ae^{j\frac{5\pi n}{12}}$ B. $x[n] = Ae^{j\frac{5\pi n}{6}}$ C. $x[n] = A\cos\left(\frac{\pi n}{12}\right)$

Si consideri la seguente sequenza. Si ipotizzi di renderla periodica con periodo 17 e di farne la TDF.



Quante componenti diverse da zero sono presenti nella TDF?

- A. >3 B. 3 C. 2

Si consideri il segnale a tempo continuo $s(t) = \text{rect}(t/4)$. Supponendo di voler campionare il segnale con passo di campionamento pari a T_c , si dica quali tra le seguenti affermazioni è corretta

- A. per evitare l'aliasing è possibile utilizzare un tempo di campionamento inferiore o uguale a $1/8$ s
- B. non esiste alcun valore di T_c che permetta di evitare il fenomeno dell'aliasing
- C. per evitare l'aliasing è necessario utilizzare un tempo di campionamento inferiore o uguale a $1/4$ s

Esercizio 4 (6 punti) Discutere le differenze tra filtri FIR ed IIR. Dopo avere fornito la definizione di tali categorie di filtri, evidenziare le differenze analizzando nei due casi:
 le equazioni alle differenze
 le funzioni di trasferimento
 la disposizione nel piano di Gauss di poli e zeri

Determinare un filtro IIR di tipo passa basso, con un solo polo ed un solo zero. Dopo averne indicato le condizioni di applicabilità, descrivere il metodo grafico per determinare a partire dalla posizione di poli e zeri nel piano di Gauss, la risposta in frequenza del filtro.

Esercizio 5 (6 punti) Si consideri un sistema la cui risposta impulsiva vale

$$h(t) = \text{sinc}^2(10t)$$

Dire se il sistema è ideale o fisicamente realizzabile, giustificando la risposta data.

Fare il grafico della risposta in frequenza in modulo e fase di tale sistema.

Calcolare l'andamento nel tempo dell'uscita quando in ingresso è presente il segnale

$$x(t) = \sin(5\pi t) + \cos(20\pi t)$$

Esercizio 6 (3 punti)

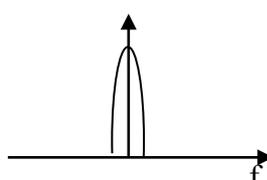
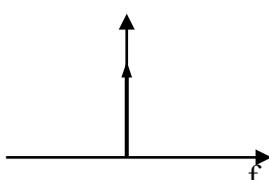
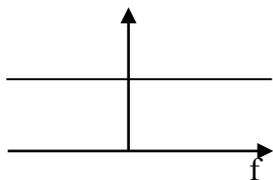
Si consideri la definizione di processo stocastico. Si scelga quale tra le seguenti definizioni è corretta

- A. se fissiamo un istante di tempo t , l'insieme dei valori del processo per tale istante è una funzione deterministica
- B. se fissiamo tempo ed evento otteniamo una variabile aleatoria
- C. ogni realizzazione è una funzione deterministica

Detta $R_X(t_1, t_2)$ la funzione di autocorrelazione di un processo stazionario in senso stretto, dire quali tra le seguenti affermazioni è vera

- A. $R_X(t_1, t_2) = R_X(t_1 + \varepsilon, t_2)$ per ogni ε
- B. $R_X(t_1, t_2) = \text{costante}$
- C. $R_X(t_1, t_2) = R_X(t_1 + T_A, t_2 + T_A)$ per ogni T_A

Quale tra le seguenti *trasformate* di funzioni di autocorrelazione è caratteristica di un processo di rumore bianco:



A.

B.

C.

La deviazione standard di un processo è :

- A. una statistica di ordine 1
- B. una statistica di ordine 2
- C. un momento di ordine 1

Esercizio 1 (6 punti)

Si fornisca la definizione di segnale biomedico spontaneo e si descriva accuratamente lo schema a blocchi di un sistema per la loro acquisizione.

Scegliere un segnale biomedico a piacere, fornire una descrizione in termini di significato fisiologico, di caratteristiche in termini di ampiezza e frequenza e di utilizzo in ambito clinico.

Sottolineare inoltre il tipo di fenomeno fisico (meccanico, elettrico, chimico) attraverso il quale il segnale scelto si manifesta.

Fornire l'esempio di un segnale spontaneo che si manifesta attraverso un fenomeno di altra natura sottolineando l'utilizzo clinico.

Esercizio 2 (6 punti)

Si consideri il segnale a tempo continuo dato da

$$s(t) = \cos\left(2\pi \frac{t}{T_0}\right) \otimes \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \text{rect}\left(\frac{t - 4kT_0}{2T_0}\right)$$

Fare il grafico di $s(t)$ nel dominio del tempo per t compreso tra $-6T_0$ e $+6T_0$.

Si calcolino i coefficienti dello sviluppo in serie di Fourier e se ne faccia il grafico per n compreso tra -4 e 4 .

Sovrapporre al grafico del segnale del tempo $s(t)$ il segnale ottenuto dall'equazione di sintesi considerando solo le componenti corrispondenti a $n=0$, $n=+1$ e $n=-1$.

In un secondo grafico, sovrapporre al grafico del segnale del tempo $s(t)$ il segnale ottenuto dall'equazione di sintesi considerando solo le componenti corrispondenti a $n=+4$ e $n=-4$.

Esercizio 3 (3 punti) Si consideri il segnale $s(t) = 5 + \sum_{k \neq 0, k=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{k^2} e^{j\pi \frac{kt}{3}} + \sum_{k \neq 0, k=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{k} e^{j\pi \frac{kt}{2}}$. Si dica qual è il periodo del segnale.

- A. 12s B. 6 s C. 24 s

Si consideri il seguente segnale periodico $s(t) = 4 + \sin(2\pi 10t) + \sin(2\pi 10.1t)$. Se volessimo campionare il segnale utilizzando il criterio per segnali passa basso, qual è il tempo di campionamento massimo necessario?

- A. 0.099 B. 5 C. 0.0495

Si consideri dt il tempo di campionamento ottenuto applicando il campionamento per segnali passa banda. Si consideri quale tra le seguenti affermazioni è falsa

- A. è comunque possibile applicare il campionamento per segnali passa basso con frequenze superiori a $1/dt$
 B. non è possibile applicare usare tutte le frequenze di campionamento inferiori a $1/dt$
 C. è possibile usare tutte le frequenze di campionamento superiori a $1/dt$

Si consideri un segnale formato da due componenti sinusoidali a 1 e 1.1 Hz rispettivamente. Si supponga di poter campionare il segnale ad una frequenza di 25 Hz. Quali delle seguenti operazioni garantisce che si possano distinguere le due componenti tramite un'analisi in frequenza di un segmento del segnale campionato?

- A. indipendentemente dal tempo di osservazione applico uno zero padding per ottenere almeno 250 campioni
 B. eseguo la TDF di un segmento di lunghezza pari a 2 secondi al quale applico uno zero padding
 C. eseguo la TDF di un segmento del segnale lungo 20 secondi

Esercizio 4 (6 punti)

- Dare la definizione di processo stocastico mostrando, indicando il significato delle funzioni campione.
- Indicare cosa si intende per variabile aleatoria estratta da un processo, sia utilizzando definizioni teoriche sia utilizzando un metodo grafico.
- Indicare cosa si intende di statistica di ordine 1, mostrandone il significato sia dal punto di vista teorico che tramite esempi (sfruttando una rappresentazione grafica del processo).
- Fornire più esempi di diverse statistiche di ordine 1.
- Discutere anche tramite esempi il significato del valore medio di un processo. Dire in quali condizioni può essere dipendente dal tempo, e che cosa questo significhi, e quando invece non è dipendente dal tempo.
- Fornire l'esempio di un esperimento in ambito biomedico che possa essere rappresentato tramite un processo stocastico indicando il significato delle funzioni campione nel caso in oggetto.

Esercizio 5 (6 punti) Si consideri un sistema la cui trasformazione ingresso uscita vale

$$y(t) = x(t) + \sqrt{2}x(t - t_0) + x(t - 2t_0)$$

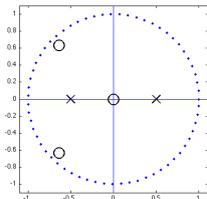
Dimostrare che il sistema è lineare e tempo invariante, giustificando la risposta data.

Stimare la risposta in frequenza e farne il grafico del modulo.

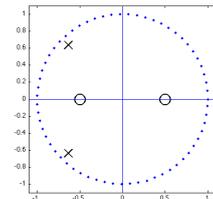
Calcolare l'andamento nel tempo dell'uscita quando in ingresso è presente il segnale

$$x(t) = \sin\left(\frac{3\pi t}{4t_0}\right) + \cos\left(\frac{\pi t}{t_0}\right)$$

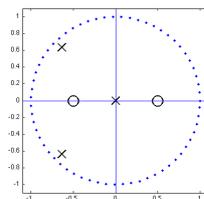
Esercizio 6 (3 punti) Data il sistema tempo discreto descritto dalla seguente equazione alle differenze $y[n]=x[n-1]-0.25x[n-2]-1.2728y[n-1]-0.81y[n-2]$, si dica quali dei seguenti grafici rappresenta la posizione dei poli e degli zeri della funzione di trasferimento del filtro nel piano di Gauss (con "o" si indicano gli zeri, con "x" i poli)



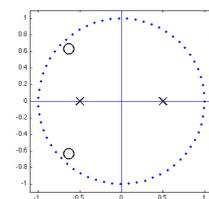
A.



B.



C.



D.

Si consideri un sistema con risposta impulsiva in figura 1. Si indichi quali dei seguenti grafici poli/zeri è compatibile con tale sistema

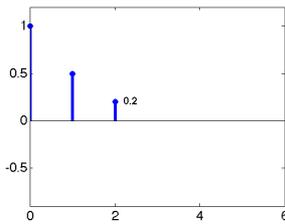
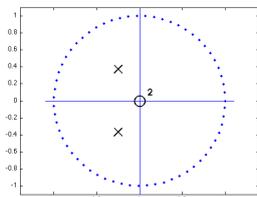
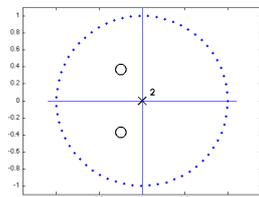


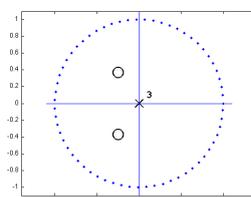
Fig. 1



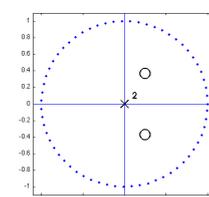
A.



B.



C.



D.

Si consideri la sequenza in figura 1. L'unità delle ascisse è il secondo.

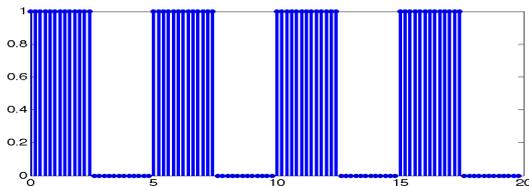


fig1

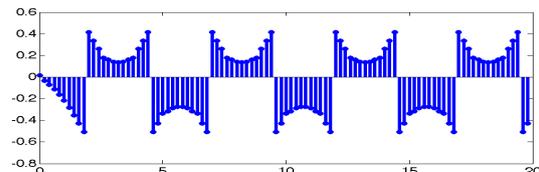


fig2

In fig 2 è presente la sequenza di fig1 filtrata. Dire quale tipo di filtro potrebbe essere stato usato per ottenerla

- A. passa basso con frequenza di taglio inferiore a 0.3 Hz
- B. passa alto con frequenza di taglio superiore a 0.3 Hz
- C. passa alto con frequenza di taglio superiore a 0.1 Hz
- C. passa basso con frequenza di taglio inferiore a 0.1 Hz