

**ASB 21/01/11 test #2 Esercizio 1.** Descrivere le differenze tra segnale temporale ed immagine, nei termini di informazione associata e dimensionalità del dato. Dire se tramite tali misure si possono descrivere fenomeni dinamici, fornendo esempi.

**Esercizio 2.** Dare la definizione di processo stocastico. Definire le statistiche del primo e del secondo ordine da esso estratte, specificandone proprietà nel caso di stazionarietà in senso lato. Scegliere una statistica del primo ordine e descrivere i passi per la sua stima a partire dall'osservazione di un processo.

**Esercizio 3.** Si consideri il significato e l'uso della distribuzione binomiale.

I. Dato un vettore che contiene h numeri la cui distribuzione è di tipo binomiale, che significato il valore i-esimo del vettore?

- A.  è la probabilità di avere i successi
- B.  il numero di successi ottenuti nell'esperimento i-esimo
- C.  indica in quale prova si è avuto successo
- D.  indica la probabilità di avere successo alla i-esima prova

II. Indicati con n il numero di prove e q la probabilità di insuccesso. Indicare qual è il valore atteso della distribuzione

- A.   $\sum_{i=1}^n \frac{q_i}{n}$
- B.   $n/2$
- C.   $n(1-q)$
- D.   $\frac{n(1-q)}{2}$

III. In un esperimento la probabilità di successo su una singola prova sia pari a 0.9. Si consideri un esperimento composto da 12 prove. Si calcoli la probabilità di ottenere più di 10 successi:

- A.  37.66%
- B.  88.91 %
- C.  65.9%

**Esercizio 4.**

I. Detta x una variabile aleatoria, caratterizzata da una densità di probabilità  $f_x(x)$  e detto  $E[\cdot]$  l'operatore di aspettazione, Si dica quali tra queste grandezze rappresenta la varianza di x

- A.   $\int_{-\infty}^{+\infty} (x - E[x])^2 f_x(x) dx$
- B.   $\int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f_x(x) dx$
- C.   $E[x]$

II. Si consideri una seconda variabile y, caratterizzata da una densità di probabilità  $f_y(y)$  dire quali tra le seguenti condizioni è una condizione necessaria e sufficiente per l'indipendenza statistica delle variabili x e y

- A.   $f_{xy}(xy) = f_x(x)f_y(y)$
- B.   $E[xy] = 0$
- C.   $E[xy] = E[x]E[y]$
- D.   $f_{xy}(xy) = f_x(x)$

III. Si consideri quali tra le seguenti rappresenta l'espressione del coefficiente di correlazione tra x e y

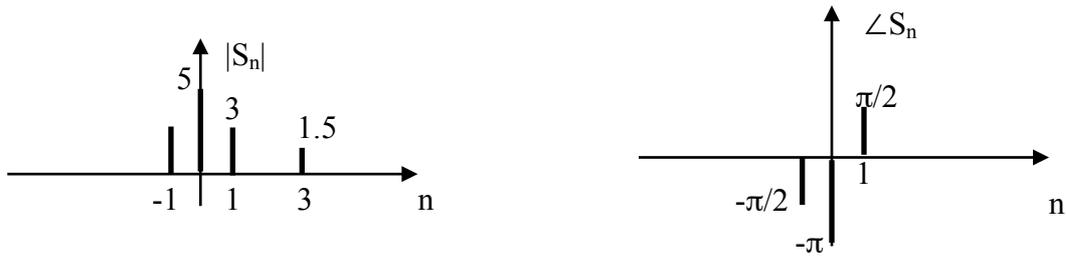
- A.   $E[(x - E[x])(y - E[y])]$
- B.   $\frac{E[xy] - E[x]E[y]}{E[(x - E[x])^2]E[(y - E[y])^2]}$
- C.   $\frac{E[(x - E[x])(y - E[y])]}{\sqrt{E[(x - E[x])^2]E[(y - E[y])^2]}}$
- D.   $\frac{E[(x - E[x])(y - E[y])]}{E[(x - E[x])^2]E[(y - E[y])^2]}$

IV. Si consideri il modello di regressione lineare che lega una variabile dipendente y ad una indipendente x. Si dica quali tra le seguenti espressioni descrive correttamente il modello, dove a e b sono costanti e  $\epsilon$  è l'errore:

- A.   $E[y/x] = a + bx$
- B.   $E[y/x] = a + bx + \epsilon$
- C.   $E[y/x] = b$

**Esercizio 5** Discutere l'ambito di applicazione dello Sviluppo in Serie di Fourier. Dire cosa si intende per fasore e discutere il significato delle frequenze negative.

Dato lo sviluppo in serie di Fourier dato dai seguenti spettri di ampiezza e fase trovare l'andamento temporale del segnale reale  $s(t)$  dal quale tale spettro deriva.

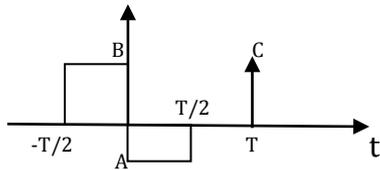


**Esercizio 6** Dato il segnale  $s(t) = \text{rect}\left(\frac{t}{T}\right)$  si calcolino le trasformate di

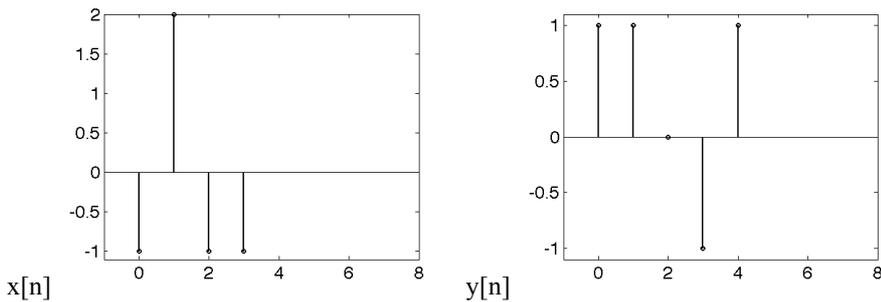
1)  $s_1(t) = As(t - t_0) + s(t)$  con  $t_0$  e  $A$  costanti

2)  $s_2(t) = s(t)\sin(2\pi f_0 t)$  con  $f_0$  costante

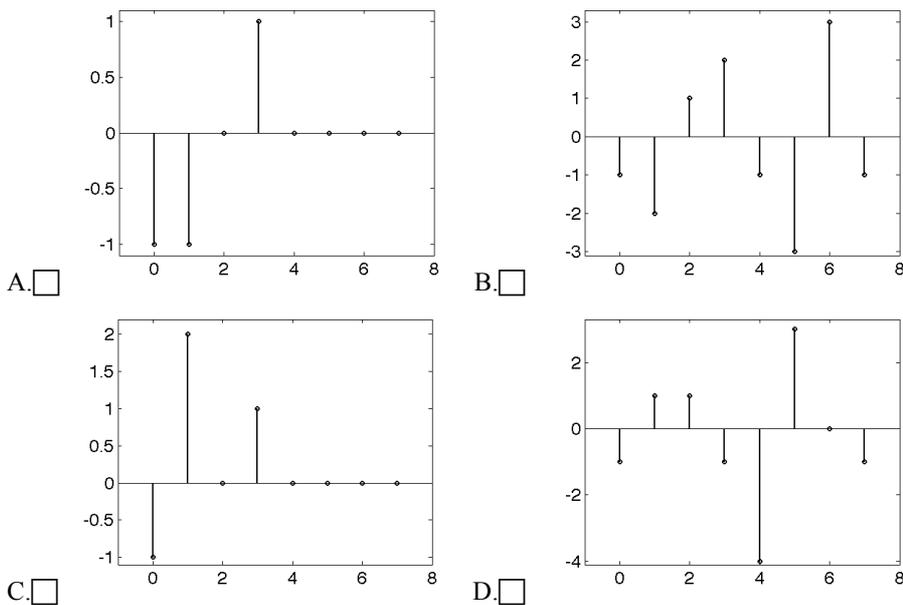
Si descriva l'andamento temporale e si calcoli la trasformata continua di Fourier del segnale rappresentato nella figura seguente



**Esercizio 7** Si considerino le sequenze nelle seguenti figure



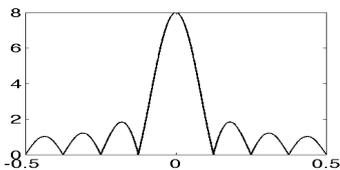
I. Dire quale tra le seguenti è la convoluzione tra  $x[n]$  e  $y[n]$



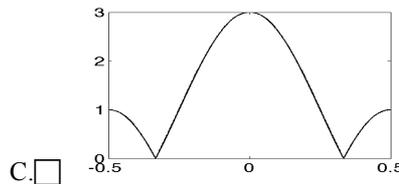
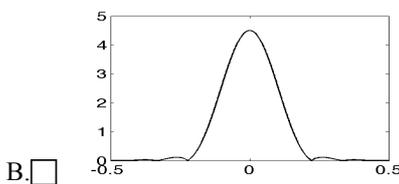
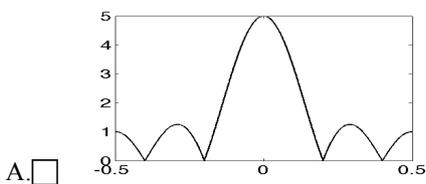
Dato un sistema lineare e tempo invariante al cui ingresso è presente il segnale  $s(t) = 3\sin(6\pi t)$  indicare quale tra i seguenti segnali non può essere un'uscita di tale sistema

- A.   $s(t) = 2e^{j(6\pi t)}$       B.   $s(t) = 3$       C.   $s(t) = 3\cos(6\pi t)$

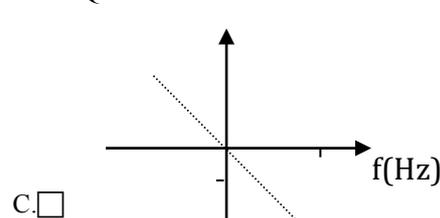
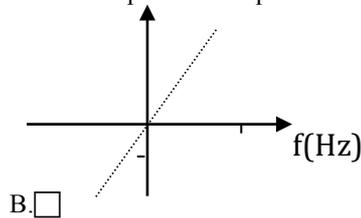
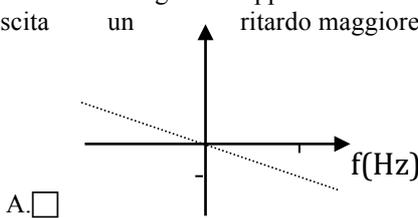
Dato il filtro passa basso con il modulo della risposta in frequenza nelle seguente figura



Si indichi quali tra le seguenti figure rappresenta la trasformata della risposta impulsiva del filtro alla quale è stata applicata una finestra di hamming



Siano date le seguente rappresentazione della fase della risposta in frequenza di tre sistemi LTI. Quale dei tre introduce in uscita un ritardo maggiore



**Esercizio 8** Si consideri il segnale  $s(t) = \cos\left(\frac{\pi}{5}t\right) + \sin\left(\frac{\pi}{2}t\right)$ . Si dica qual è la minima frequenza di campionamento utilizzabile.

- A.  0.5 Hz      B.  1 Hz      C.  0.3 Hz      D.  0.2 Hz

Sia dato un segnale con banda compresa tra 76 e 100 Hz si indichi qual è la minima frequenza di campionamento utilizzabile

- A.  200 Hz      B.  100 Hz      C.  50 Hz      D.  48 Hz

Si consideri un segnale formato da due componenti sinusoidali a 100 e 100.1 Hz rispettivamente. Si supponga di poter campionare il segnale ad una frequenza di 250 Hz. Supponendo di volere fare un'analisi in frequenza di un segmento del segnale campionato in modo che le due componenti siano distinguibili nello spettro di ampiezza, quali delle seguenti operazioni è corretta?

- A.  eseguo la TDF di un segmento del segnale pari ad 1 secondo al quale applico uno zero padding  
 B.  eseguo la TDF di un segmento del segnale lungo 20 secondi  
 C.  eseguo la TDF di un segmento di lunghezza pari a 25 campioni al quale applico uno zero padding  
 D.  eseguo la TDF di un segmento del segnale lungo 5 secondi

**ASB 07/02/11 test #1 Esercizio 1.** Illustrare lo schema generale di un'apparecchiatura per l'acquisizione di segnali spontanei, descrivendo brevemente i diversi componenti. Fornire un esempio di segnale biomedico spontaneo, indicando valori tipici e sottolineandone l'interesse in ambito clinico.

**Esercizio 2.** Dare la definizione di processo stocastico e discuterne le proprietà nel caso esso sia stazionario. Discutere alcuni andamenti tipici della funzione di autocorrelazione nel caso di processo stazionario in senso lato, indicando nei vari casi andamenti tipici delle funzioni campione.

**Esercizio 3.** Si consideri il modello di regressione lineare che lega una variabile dipendente  $y$  ad una indipendente  $x$ .

I. Il modello di regressione assume che la retta di regressione in ogni punto sia pari a

- A.   $E(y|x)$       B.   $E(y)$       C.   $E(x|y)$       D.   $E\left(\frac{y}{x}\right)$

II. Considerando  $e_i$  l'errore delle misura  $i$ -esima rispetto al modello, i parametri della regressione sono tali da minimizzare

- A.   $\sum_i e_i$       B.   $\sum_i e_i^2$       C.   $\left(\sum_i e_i\right)^2$       D.   $\left(\sum_i |e_i|\right)^2$

III. Si dica quali tra le seguenti espressioni descrive correttamente il legame tra il coefficiente angolare della retta,  $b$ , e il coefficiente di correlazione  $\rho$  tra la variabile dipendente e quella indipendente. Con  $\sigma_x$  e  $\sigma_y$  si indicano le deviazioni standard delle variabili indipendente e dipendente rispettivamente.

- A.   $b = \frac{\sigma_y}{\sigma_x}$       B.   $b = \frac{\rho}{\sigma_x^2}$       C.   $b = \rho$       D.   $b = \rho \frac{\sigma_y}{\sigma_x}$       E.   $b = \rho \frac{\sigma_x}{\sigma_y}$

IV. Supposte verificate le ipotesi per la validità del modello di regressione, e detta  $\sigma = 1$  la deviazione standard dell'errore, dire per quali di questi intervalli la probabilità che l'errore sia in essi contenuto è pari a 0.5

- A.   $(-\infty, 0)$       B.   $\left(-\frac{\sigma}{2}, +\frac{\sigma}{2}\right)$       C.   $(0, 0.5)$       D.   $(0, +2\sigma)$

**Esercizio 3.**

Sia dato un test diagnostico tale che il numero di falsi positivi, quando applicato ad una popolazione di 1500 soggetti dei quali 750 malati, sia pari a 13 mentre il numero di falsi negativi è pari a 5.

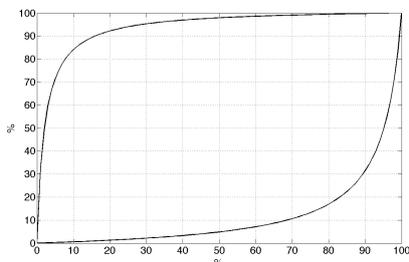
Si indichi la specificità del test (risultati approssimati alla 4<sup>a</sup> cifra decimale)

- A.  0.9933      B.  0.9827      C.  0.9828      D.  0.9934

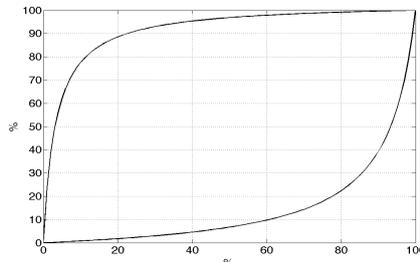
Dato un test con specificità pari a 0.97 e sensibilità pari a 0.98, dire quale è la probabilità che il test fornisca un risultato positivo se applicato ad un soggetto estratto casualmente da una popolazione caratterizzata dalla probabilità di malattia pari al 20%.

- A.  22%      B.  89.09%      C.  21%

Nelle figure seguenti sono rappresentate le curve che legano la probabilità di malattia stimata, dopo aver eseguito un test diagnostico, in funzione della probabilità a priori di malattia e dell'esito del test stesso, relative a due test, rispettivamente test 1 e 2. Un soggetto esegue i due test in cascata. In origine si pensa che sia malato con una probabilità pari a 0.7. Si indichi la probabilità di malattia del soggetto se al primo test risulta negativo e al secondo positivo. Indicare graficamente il processo per la stima di tale probabilità.



1)



2)

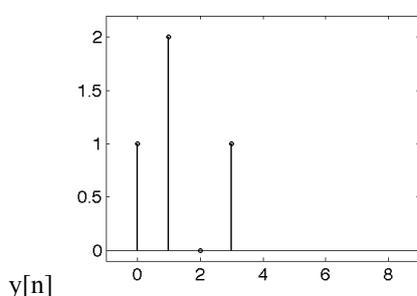
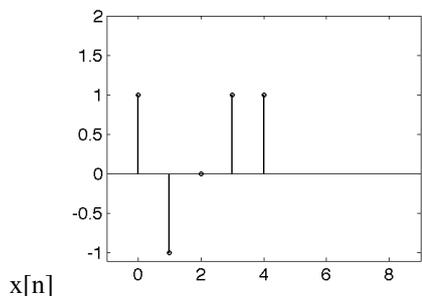
**Esercizio 5** Si disegnino il modulo e la fase della Trasformata Continua di Fourier del seguente segnale

$$s_1(t) = -2 + 5 \sin\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{3}\right) + e^{j6\pi t}$$

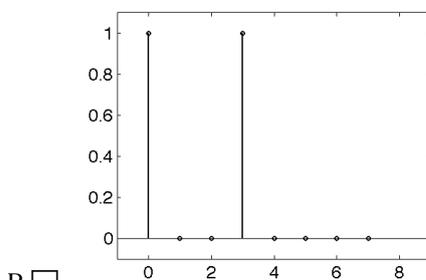
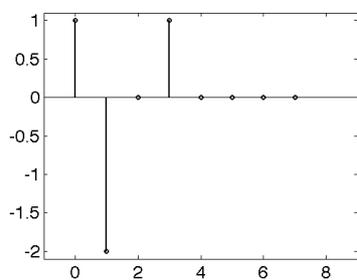
Discutere le differenze di tale rappresentazione con quella relativa allo Sviluppo in Serie di Fourier del medesimo segnale.

Si rappresenti il seguente spettro in modulo e fase  $S_1(f) = c\delta(f + f_A)$  con  $c = e^{j\frac{\pi}{2}}$  e  $f_A = 4$ . Si determini l'espressione dell'antitrasformata di  $S_1(f)$ .

**Esercizio 6** Si considerino le sequenze nelle seguenti figure

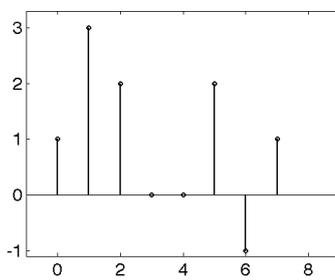
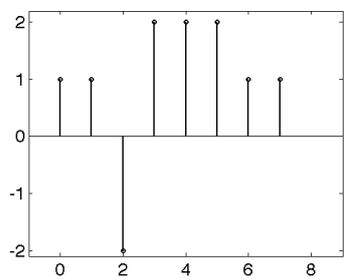


I. Dire quale tra le seguenti è la convoluzione tra  $x[n]$  e  $y[n]$



A.

B.



C.

D.

Date due sequenze  $x$  e  $y$  lunghe rispettivamente 9 e 12 campioni, si vuole calcolare la convoluzione lineare tramite la convoluzione circolare. Dire qual è il periodo della sequenza ottenuta dalla convoluzione circolare.

A.  12 campioni

B.  20 campioni

C.  21 campioni

D.  22 campioni

Dato un sistema lineare e tempo invariante al cui ingresso è presente il segnale  $s(t) = 2 \cos(\pi t)$  indicare quale tra i seguenti segnali non può essere un'uscita di tale sistema

A.   $s(t) = 2 \cos(2\pi t)$

B.   $s(t) = 2e^{-j(\pi t)}$

C.   $s(t) = 8 \cos(\pi t)$

Si considerino il sistema caratterizzato dalla seguente trasformazione ingresso uscita, applicata al segnale di ingresso  $x(t)$ :  $y(t) = \sqrt{t_0} x(t + t_0^2) + \sin(t)$  con  $t_0$  costante. Si dica se tale sistema è:

A.  lineare e tempo variante

B.  lineare e tempo invariante

C.  non lineare e tempo invariante

D.  non lineare e tempo variante

**Esercizio 7.** Sia dato un segnale con banda compresa tra 50 e 39 MHz. Si indichi la minima frequenza di campionamento utilizzabile

- A.  22 MHz                      B.  25 MHz                      C.  100MHz                      D.  50MHz

Dato un segnale reale  $s(t)$  di tipo passa basso con frequenza massima pari a 2 MHz, si consideri il segnale  $s_1(t) = \cos(2\pi f_1 t) + 5s(t)\sin(2\pi f_0 t)$  con  $f_0 = 8\text{MHz}$  e con  $f_1 = 7\text{MHz}$ . Quale è la banda occupata dal segnale  $s_1(t)$  (si indichi solo la banda per frequenze positive)?

- A.  [7:10] MHz                      B.  [6:10] MHz                      C.  [7:9] MHz

Si ipotizzi di avere una sequenza  $x[n]$  con 22 campioni e  $dt=0.2$ . Si scriva il valore della frequenza massima visualizzabile dall'analisi con TDF della suddetta sequenza (si consideri l'intervallo di frequenze centrato nell'origine)

- A.   $f_{\max}=2.5\text{Hz}$                       B.   $f_{\max}=2.2727\text{ Hz}$                       C.   $f_{\max}=5\text{Hz}$                       D.   $f_{\max}= 2.3864\text{Hz}$

Si indichi quale è la risoluzione in frequenza ottenibile dalla TDF della sequenza  $y[n]$  ottenuta in uscita ad un sistema al cui ingresso viene posto la sequenza  $x[n]$  del punto precedente. Il sistema in oggetto possiede una risposta impulsiva finita, lunga 15 punti, ed ha una caratteristica di tipo passa basso con frequenza di taglio 1Hz.

- A.   $df=0.1389\text{Hz}$                       B.   $df=0.1351\text{Hz}$                       C.   $df=0.2273\text{Hz}$                       D.   $df=0.056\text{Hz}$

**Esercizio 8** Discutere la distribuzione statistica della media campionaria nei casi di varianza nota e incognita. Spiegare in cosa consiste l'intervallo di confidenza e le operazioni necessarie per la sua stima nei due casi.

**ASB 21/02/11 test #1 Esercizio 1.** Illustrare lo schema generale di un'apparecchiatura per l'acquisizione di bioimmagini, descrivendo brevemente i diversi componenti. Fornire un esempio di bioimmagine ottenuta attraverso l'utilizzo di fonti di energia di tipo non ionizzanti, sottolineandone l'interesse in ambito clinico.

**Esercizio 2.** Dare la definizione di processo stocastico e di statistica di ordine  $k$ , mostrandone il significato sia dal punto di vista teorico che tramite esempi (sfruttando una rappresentazione grafica del processo). Discutere le differenze tra statistica di ordine  $k$  e momento di ordine  $k$ . Scegliere due statistiche del primo ordine e descrivere i passi per la loro stima a partire dall'osservazione di un processo.

**Esercizio 3.** Si consideri significato e uso della distribuzione binomiale.

I. Dato un vettore che contiene  $h$  numeri la cui distribuzione è di tipo binomiale caratterizzata da numero prove pari a 9, e probabilità di successo pari a 0.3, che valori può assumere il valore  $i$ -esimo del vettore?

- A.  valori compresi tra 0 e 1
- B.  1 in caso di successo, 0 altrimenti
- C.  i valori compresi tra 0 e 9
- D.  numero di volte che su  $h$  numeri si è ottenuto il valore  $i$

II. A parità di numero di prove, per quale valore di  $p$ , probabilità di successo, la distribuzione binomiale si avvicina di più alla distribuzione gaussiana. Nel seguito si indica con  $q$  la probabilità di insuccesso

- A.   $p \gg 1$
- B.   $p = q$
- C.   $pq \gg 1$
- D.   $p = 1$

In un esperimento la probabilità di successo su una singola prova sia pari a 0.1. Si consideri un esperimento composto da 8 prove. Si calcoli:

III. la probabilità di ottenere 6 successi.

- A.   $1.488 \cdot 10^{-5}$
- B.   $2.268 \cdot 10^{-5}$
- C.   $2.8 \cdot 10^{-7}$
- D.  0.1488

IV. la probabilità di ottenere meno di 3 successi

- A.  0.3826
- B.  0.9619
- C.  0.5314

**Esercizio 4.**

I. Dete  $x$  e  $y$  due variabili aleatorie a valore medio nullo, dire quale delle seguenti affermazioni è vera:

- A.   $\rho_{xy} = 0$
- B.   $C_{xy} = E[xy]$
- C.   $E[xy] = 0$

Con  $E[\cdot]$  si indica l'operatore di aspettazione,  $C_{xy}$  la covarianza tra  $x$  e  $y$ , e  $\rho_{xy}$  il coefficiente di correlazione tra  $x$  e  $y$

II. Date due variabili aleatorie  $x$  e  $y$  incorrelate tra loro. Dire quali delle seguenti affermazioni è falsa:

- A.  l'incorrelazione è una condizione sufficiente per l'indipendenza statistica
- B.  la covarianza tra  $x$  e  $y$  è nulla
- C.  l'incorrelazione è una condizione necessaria per l'indipendenza statistica

III. Si consideri il modello di regressione lineare che lega una variabile dipendente  $y$  ad una indipendente  $x$ . Quale delle seguenti affermazioni è falsa:

- A.  all'aumentare del modulo del coefficiente di correlazione tra  $x$  e  $y$  il valore medio dell'errore del modello di regressione si avvicina maggiormente a zero
- B.  al diminuire del modulo del coefficiente di correlazione tra  $x$  e  $y$  la deviazione standard dell'errore aumenta
- C.  il modello di regressione assume che la distribuzione statistica dell'errore sia normale

IV. Si consideri il modello di regressione lineare che lega una variabile dipendente  $y$  ad una indipendente  $x$ . Si dica quali tra le seguenti espressioni descrive il legame tra la pendenza della retta di regressione  $b$  e le statistiche relative alle due variabili:

- A.   $b = \frac{\text{cov}(x, y)}{\sigma_x^2}$
- B.   $b = \frac{\text{cov}(x, y)}{\sigma_x}$
- C.   $b = \frac{\rho_{xy} \sigma_x}{\sigma_y}$

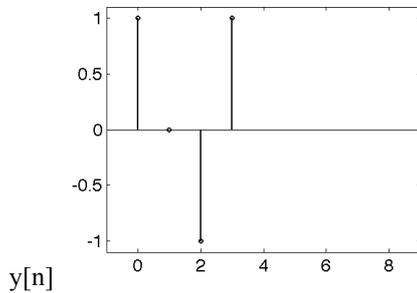
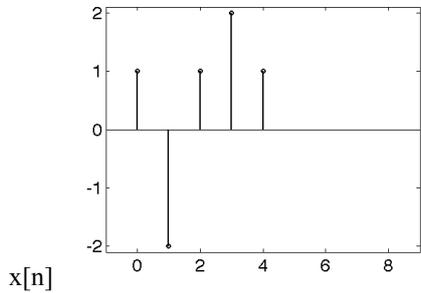
**Esercizio 5** Si disegnano il modulo e la fase della Trasformata Continua di Fourier del seguente segnale

$$s_1(t) = 3 \sin\left(1.5\pi t + \frac{\pi}{6}\right) - je^{j4\pi t}$$

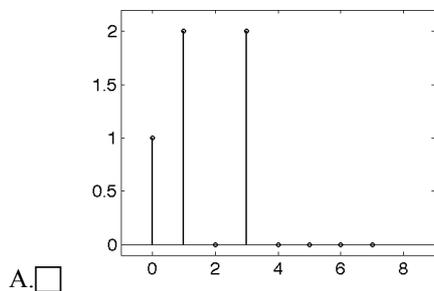
Si calcoli la trasformata del segnale  $s_2(t) = 5 + s_1(t) \text{rect}\left(\frac{t}{4}\right)$  e se ne rappresenti il modulo.

Dire in quale modo sia possibile rappresentare tramite la TCF segnali a potenza media finita, anche fornendo una giustificazione teorica.

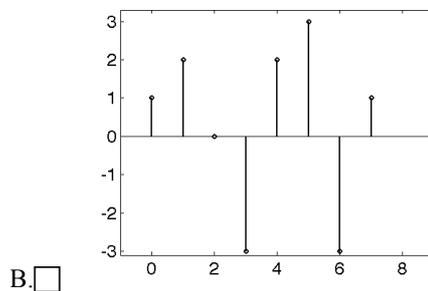
**Esercizio 6** Si considerino le sequenze nelle seguenti figure



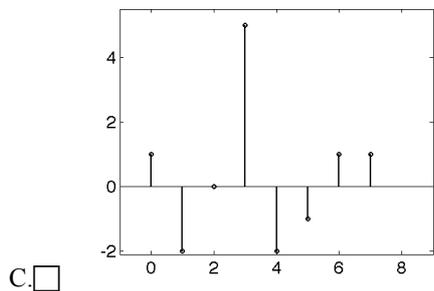
I. Dire quale tra le seguenti è la convoluzione tra  $x[n]$  e  $y[n]$



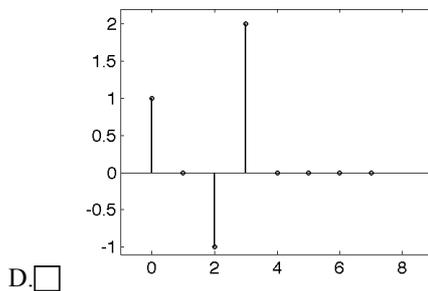
A.



B.

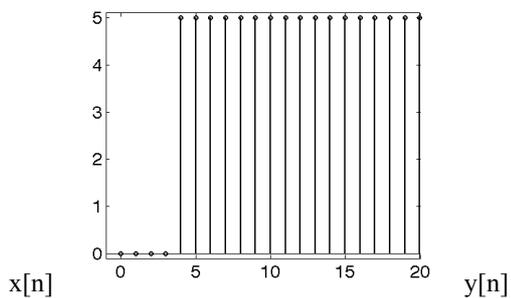


C.

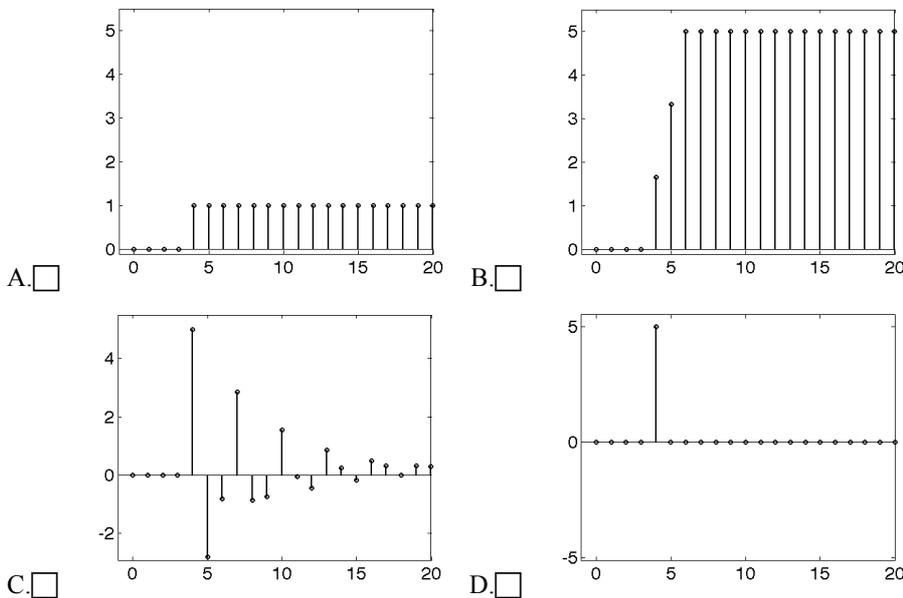


D.

Si consideri la seguente sequenza



I. Dire quale tra le seguenti è l'uscita di tale sequenza se mandata in ingresso ad un sistema di tipo passa basso



Dato un filtro FIR progettato con il metodo delle finestre, in particolare utilizzando una finestra rettangolare. In quale modo è possibile aumentare la selettività del filtro?

- A.  utilizzando una finestra di Hanning al posto della finestra rettangolare  
 B.  aumentando la larghezza della finestra rettangolare  
 C.  diminuendo la larghezza della finestra rettangolare  
 D.  utilizzando una finestra di Hamming al posto della finestra rettangolare

Si considerino il sistema caratterizzato dalla seguente trasformazione ingresso uscita, applicata al segnale di ingresso  $x(t)$ :  $y(t) = Ax(t - t_0) + c$  con  $c$  e  $t_0$  costanti. Si dica se tale sistema è:

- A.  lineare e tempo variante                      B.  lineare e tempo invariante  
 C.  non lineare e tempo invariante              D.  non lineare e tempo variante

**Esercizio 7.** Si consideri il segnale  $s(t) = 5 + e^{j\frac{\pi}{4}t}$ . Si dica qual è la minima frequenza di campionamento utilizzabile.

- A.  0.5 Hz                      B.  0.25 Hz                      C.  8Hz                      D.  0.125 Hz

Sia dato un segnale con banda compresa tra 77 e 99 kHz. Si indichi la minima frequenza di campionamento utilizzabile

- A.  44 kHz                      B.  99 kHz                      C.  198MHz                      D.  49.5kHz

Si ipotizzi di avere una sequenza  $x[n]$  con 21 campioni e  $f_c=10$ . Si scriva il valore della frequenza massima visualizzabile dall'analisi con TDF della suddetta sequenza (si consideri l'intervallo di frequenze positive e centrato nell'origine)

- A.   $f_{max}=5\text{Hz}$                       B.   $f_{max}=4.7619\text{ Hz}$                       C.   $f_{max}=4.5238\text{Hz}$

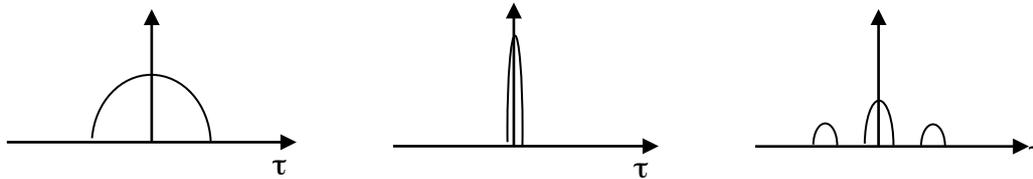
Si consideri un segnale formato da due componenti sinusoidali a 50 e 50.1 Hz rispettivamente. Si supponga di poter campionare il segnale ad una frequenza di 125 Hz. Quali delle seguenti operazioni garantisce che si possano distinguere le due componenti tramite un'analisi in frequenza di un segmento del segnale campionato?

- A.  eseguo la TDF di un segmento del segnale pari ad 1 secondo al quale applico uno zero padding  
 B.  eseguo la TDF di un segmento del segnale lungo 20 secondi  
 C.  eseguo la TDF di un segmento di lunghezza pari a 13 campioni al quale applico uno zero padding  
 D.  eseguo la TDF di un segmento del segnale lungo 6 secondi

**Esercizio 8** Discutere l'utilizzo della distribuzione di Student nel test delle ipotesi. Spiegare cosa si intende per ipotesi nulla e ipotesi alternativa. Indicare quali sono i criteri per la scelta della tipologia di ipotesi alternativa (unilatera o bilatera) anche tramite esempi.

**ASB 7/04/11 test #1 Esercizio 1.** Descrivere i parametri che determinano il contenuto informativo delle bioimmagini. Descrivere uno schema di principio per la loro misura. Fornire esempi di bioimmagini ottenute con metodiche differenti.

**Esercizio 2.** Discutere le proprietà di un processo stocastico stazionario. In figura vengono mostrati gli andamenti delle funzioni di autocorrelazione di diversi processi stazionari. Discutere il significato del grafico della funzione di autocorrelazione, cosa rappresenta la variabile tau e come il valore dell'ordinata è legato ai valori assunti dal processo. Disegnare e discutere anche in maniera qualitativa gli andamenti delle funzioni campione dei processi corrispondenti agli andamenti mostrati in figura.



**Esercizio 3.** Si consideri il modello di regressione lineare che lega una variabile dipendente  $y$  ad una indipendente  $x$ .

I. Il modello di regressione assume che la retta di regressione in ogni punto sia pari a

- A.   $E(y|x)$       B.   $E(y)$       C.   $E(x|y)$       D.   $E\left(\frac{y}{x}\right)$

II. Si consideri il modello di regressione lineare che lega una variabile dipendente  $y$  ad una indipendente  $x$ . Quale delle seguenti affermazioni è falsa:

- A.  all'aumentare del modulo del coefficiente di correlazione tra  $x$  e  $y$ , la varianza dell'errore diminuisce  
 B.  all'avvicinarsi del coefficiente di correlazione tra  $x$  e  $y$ , a -1 la deviazione standard dell'errore aumenta  
 C.  all'avvicinarsi del coefficiente di correlazione tra  $x$  e  $y$ , a +1 la deviazione standard dell'errore diminuisce

III. Si consideri il modello di regressione lineare che lega una variabile dipendente  $y$  ad una indipendente  $x$ . Quale delle seguenti affermazioni è falsa:

- A.  il valore medio dell'errore è indipendente dal coefficiente di correlazione tra  $x$  e  $y$   
 B.  il valore medio dell'errore cresce al diminuire del coefficiente di correlazione tra  $x$  e  $y$   
 C.  il modello di regressione assume che la distribuzione statistica dell'errore sia normale

IV. Detta  $x_i$  la  $i$ -esima osservazione della variabile  $x$  si dica quale tra i seguenti è il criterio per la scelta dei parametri del modello:

- A.  minimizzare la quantità  $\sum_{i=1}^N (y - a - bx_i)^2$       B.  azzerare la quantità  $\sum_{i=1}^N (y - a - bx_i)^2$   
 C.  minimizzare la quantità  $\sum_{i=1}^N (y - a - bx_i)$       D.  azzerare la quantità  $\sum_{i=1}^N (y - a - bx_i)$

**Esercizio 4.** Si consideri significato e uso della distribuzione binomiale.

I. Dato un vettore che contiene 6 numeri la cui distribuzione è di tipo binomiale caratterizzata da numero prove pari a 6, e probabilità di successo pari a 0.5. si consideri quale tra questi vettore è compatibile con tale descrizione

- A.  [0 0 0 0 0 0]  
 B.  [0 0.1 0.2 0 0.9 1]  
 C.  [0.05 0.15 0.3 0.3 0.15 0.05]  
 D.  [1 3 7 3 5 4]

II. Scegliere quali tra i seguenti esperimenti può essere descritto tramite la distribuzione binomiale

- A.  il numero di carte di bastoni su 4 carte estratte con reintroduzione da un mazzo di 52.  
 B.  il numero di carte di bastoni su 4 carte estratte senza reintroduzione da un mazzo di 52.  
 C.  il numero di carte di bastoni su 4 carte, ognuna estratta da 4 mazzi diversi. I primi 3 mazzi con 52 carte, il rimanente con 49 carte.

III. Dato un esperimento composto da 12 prove descrivibile tramite una distribuzione di tipo binomiale. Avendo ottenuto in modo empirico 100 numeri di tale distribuzione, quante prove sono state eseguite per ottenere tali numeri?

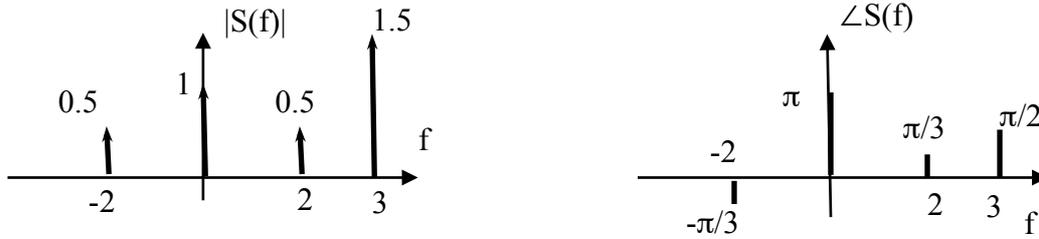
- D.  1200  
 E.  100  
 F.  tutti quelli che sono serviti per ottenere 1000 successi

In un esperimento la probabilità di successo su una singola prova sia pari a 0.4. Si consideri un esperimento composto da 10 prove. Si calcoli:

IV. la probabilità di ottenere meno di 4 successi (arrotondata alla terza cifra decimale)

- A.  0.376%      B.  0.209%      C.  0.382%      D.  0.161%

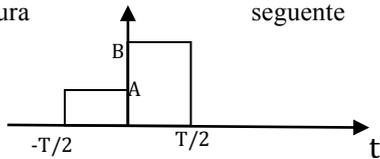
**Esercizio 5** Determinare l'andamento temporale del segnale  $s(t)$  la cui Trasformata Continua di Fourier è descritta dai grafici modulo e fase seguenti.



Verificare che il segnale sia reale, in caso contrario aggiungere una più componenti in modo tale che il segnale risultante sia reale.

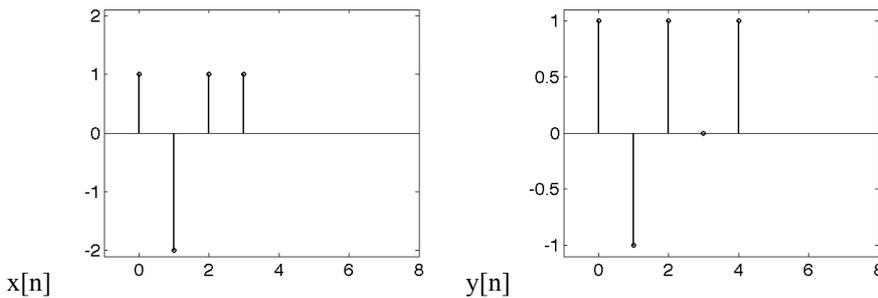
**Esercizio 6** Si calcoli la trasformata del segnale  $s(t) = \cos(21\pi t) \text{rect}\left(\frac{t}{4}\right)$  e se ne rappresenti il modulo.

Si descriva l'andamento temporale e si calcoli la trasformata continua di Fourier del segnale rappresentato nella figura seguente

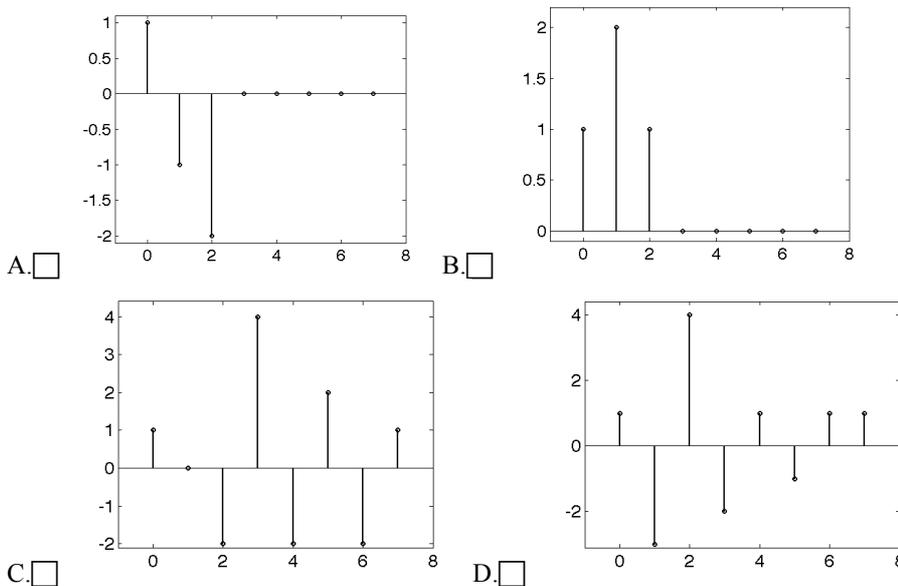


Si calcoli la Trasformata continua di Fourier del segnale  $y(t) = \text{sinc}\left(\frac{t}{2}\right)$

**Esercizio 7** Si considerino le sequenze nelle seguenti figure



Dire quale tra le seguenti è la convoluzione tra  $x[n]$  e  $y[n]$



Si consideri il sistema caratterizzato dalla seguente trasformazione ingresso uscita, applicata al segnale di ingresso  $x(t)$ :

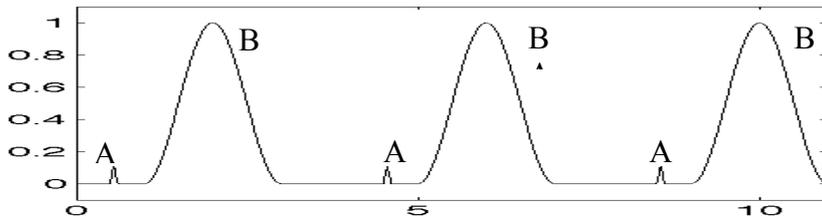
$$y_1(t) = x(t) + \sqrt{t}. \text{ Si dica se tale sistema è:}$$

- A.  lineare e tempo variante                      B.  lineare e tempo invariante  
 C.  non lineare e tempo invariante              D.  non lineare e tempo variante

Dato un sistema lineare e tempo invariante al cui ingresso è presente il segnale  $s(t) = 3\sin(\pi t) + \cos(4\pi t)$  indicare quale tra i seguenti segnali non può essere un'uscita di tale sistema

- A.   $s(t) = \sin(\pi t)$       B.   $s(t) = 3\sin(3\pi t)$       C.   $s(t) = 3\sin(\pi t - \pi/4) + \cos(4\pi t - \pi/2)$

Dato il segnale in figura si indichi quale dei seguenti filtri dovrebbe essere usato per esaltare la componente del segnale indicata dalla lettera A rispetto alla B?



- A.  filtro passa alto  
 B.  filtro passa basso  
 C.  non è possibile distinguere le due componenti visto che hanno lo stesso periodo

**Esercizio 8** Si consideri il segnale  $s(t) = e^{j\pi t} + \sin\left(\frac{\pi}{6}t\right)$ . Si dica qual è la minima frequenza di campionamento utilizzabile.

- A.  0.04 Hz                      B.  24 Hz                      C.  1.17 Hz                      D.  1 Hz

Sia dato un segnale con banda compresa tra 8 e 11 Hz. Si indichi la minima frequenza di campionamento utilizzabile

- A.  6 Hz                      B.  7.333 Hz                      C.  11 Hz                      D.  22 Hz

Si consideri un segnale formato da due componenti sinusoidali a 10 e 10.2 Hz rispettivamente. Si supponga di poter campionare il segnale ad una frequenza di 25 Hz. Quali delle seguenti operazioni garantisce che si possano distinguere le due componenti tramite un'analisi in frequenza di un segmento del segnale campionato?

- A.  indipendentemente dal numero di campioni considerati applico uno zero padding di almeno 125 campioni  
 B.  eseguo la TDF di un segmento del segnale lungo 10 secondi  
 C.  eseguo la TDF di un segmento di lunghezza pari a 2 secondi al quale applico uno zero padding

**ASB 20/06/11 test #1. Esercizio 1.** Illustrare lo schema generale di un'apparecchiatura per l'acquisizione di segnali spontanei, descrivendo brevemente i diversi componenti. Fornire un esempio di segnale biomedico spontaneo, indicando valori tipici e sottolineandone l'interesse in ambito clinico.

**Esercizio 2.** Dare la definizione di processo stocastico. Definire le statistiche del primo e del secondo ordine da esso estratte, specificandone proprietà nel caso di stazionarietà in senso lato. Scegliere una statistica del primo ordine e descrivere i passi per la sua stima a partire dall'osservazione di un processo.

### Esercizio 3

I. Detta  $x$  una variabile aleatoria, caratterizzata da una densità di probabilità  $f_x(x)$  e detto  $E[\cdot]$  l'operatore di aspettazione, Si dica quali tra queste grandezze rappresenta la varianza di  $x$

A.   $\int_{-\infty}^{+\infty} (x - E[x])^2 f_x(x) dx$     B.   $\int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f_x(x) dx$     C.   $E[x]$

II. Si consideri una seconda variabile  $y$ , caratterizzata da una densità di probabilità  $f_y(y)$  dire quali tra le seguenti condizioni è valida nel caso di incorrelazione

A.   $\rho_{xy} = -1$     B.   $f_{xy}(xy) = f_x(x)$     C.   $E[xy] = E[x]E[y]$

III. Consideriamo due eventi indipendenti A e B. Quali delle seguenti affermazioni è vera

A.   $P(A|B)=[P(A)+P(B)-P(A+B)]/P(B)$   
B.   $P(A|B)=P(B|A)P(B)/P(A)$   
C.   $P(A|B)=P(A)$

### Esercizio 4

Si consideri il significato e l'uso della distribuzione binomiale.

I. Scegliere tra le seguenti la frase che descrive meglio i valori forniti dalla suddetta distribuzione.

- A.  probabilità che il k-esimo evento di n prove fornisca come risultato un successo
- B.  il numero di successi ottenuti in n prove
- C.  probabilità di avere successo in n prove successive
- D.  probabilità di avere k successi in n prove successive

II. Dato un vettore che contiene h numeri la cui distribuzione è di tipo binomiale caratterizzata da numero prove pari a 10, e probabilità di successo pari a 0.5, che valori può assumere il valore i-esimo del vettore?

- A.  1 in caso di successo, 0 altrimenti
- B.  i valori compresi tra 0 e 10
- C.  valori compresi tra 0 e 1
- D.  numero di volte che su h numeri si è ottenuto il valore i

In un esperimento la probabilità di successo su una singola prova sia pari a 0.4. Si consideri un esperimento composto da 7 prove. Si calcoli:

III. la probabilità di ottenere meno di 3 successi.

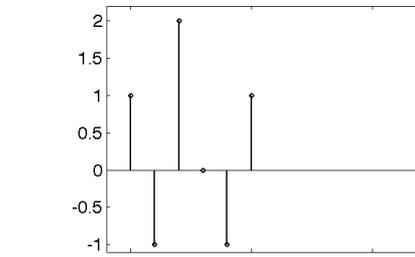
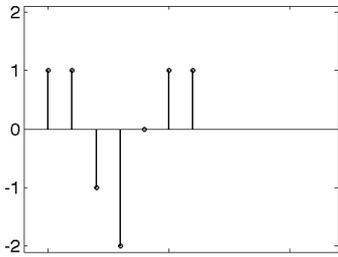
A.  0.3919    B.  0.6822    C.  0.7102    D.  0.2623

**Esercizio 5.** Discutere l'ambito di applicazione dello Sviluppo in Serie di Fourier. Dire cosa si intende per fasore e discutere il significato delle frequenze negative.

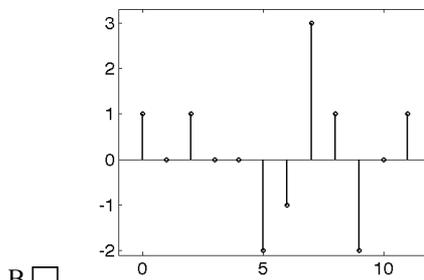
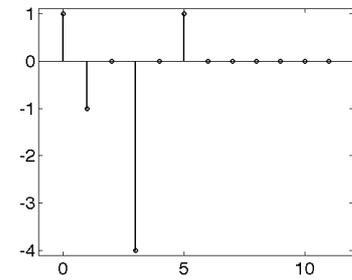
Rappresentare lo sviluppo in Serie, modulo e fase del seguente segnale

$$s(t) = -5j + 3\sin\left(\frac{\pi}{3}t + \frac{\pi}{8}\right) + e^{-j\pi t}$$

**Esercizio 6** Si considerino le sequenze nelle seguenti figure

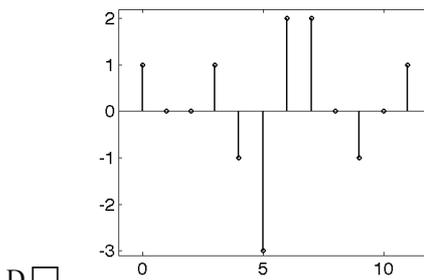
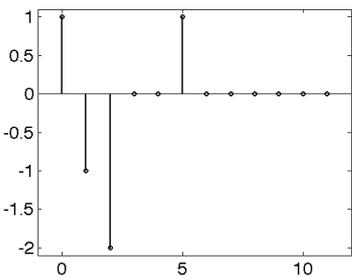


I. Dire quale tra le seguenti è la convoluzione tra  $x[n]$  e  $y[n]$



A.

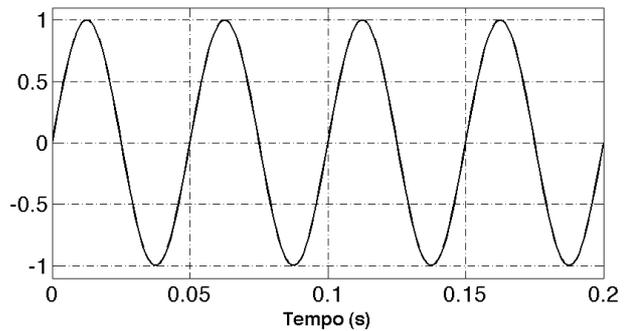
B.



C.

D.

Si consideri il seguente segnale periodico (ne viene rappresentato un segmento)



Se volessimo campionare correttamente il segnale qual è il numero minimo di campioni al secondo necessario?

- A.  10      B.  40      C.  0.1      D.  0.2

Sia dato un segnale con banda compresa tra 650 e 900 MHz si indichi qual è la minima frequenza di campionamento utilizzabile

- A.  500 MHz      B.  1800 MHz      C.  600 MHz      D.  900 MHz

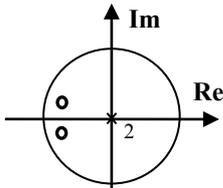
Si consideri un segnale  $s(t)$  con trasformata  $S(f)$ . Si consideri adesso la sequenza  $s[n]=s(nT)$  e la Trasformata di Fourier di  $s[n]$ . Si indichi quale tra le seguenti relazioni è vera

A.   $S_k = \frac{1}{N} S\left(\frac{k}{NT}\right)$  con  $S_k$  il coefficiente della Trasformata di  $s[n]$

B.   $\bar{S}(f) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} S\left(f - \frac{k}{T}\right)$  con  $\bar{S}(f)$  la Trasformata di Fourier di  $s[n]$

C.   $\bar{S}(f) = S(f)$  per  $-\frac{1}{2T} \leq f \leq \frac{1}{2T}$  qualsiasi sia  $S(f)$  e con  $\bar{S}(f)$  la Trasformata di Fourier di  $s[n]$

**Esercizio 7.** Data la seguente rappresentazione sul piano di gauss dei poli e degli zeri di un filtro tempo discreto (o zeri, x poli)



Dire se si tratta di:

- A.  FIR, passa basso      B.  FIR, passa alto      C.  IIR, passa basso      D.  IIR, passa alto

Si consideri il sistema caratterizzato dalla seguente trasformazione ingresso uscita, applicata al segnale di ingresso  $x(t)$ :  $y_1(t) = x(t - t_0) + \sin(t)$  con  $t_0$  costante. Si dica se tale sistema è:

- A.  lineare e tempo variante      B.  lineare e tempo invariante  
 C.  non lineare e tempo variante      D.  non lineare e tempo invariante

Si indichi quale è la risoluzione in frequenza ottenibile dalla TDF della sequenza  $y[n]$  ottenuta in uscita ad un sistema tempo discreto al cui ingresso viene una sequenza  $x[n]$  con 15 campioni e ottenuta con frequenza di campionamento pari a 100 Hz. Il sistema in oggetto possiede una risposta impulsiva finita, lunga 6 punti, ed ha una caratteristica di tipo passa basso con frequenza di taglio 20Hz.

- A.   $df=6.6667\text{Hz}$       B.   $df=5\text{Hz}$       C.   $df=4.7619\text{Hz}$       D.   $df=2\text{Hz}$

**Esercizio 8** Discutere la distribuzione statistica della media campionaria nei casi di varianza nota e incognita. Spiegare in cosa consiste l'intervallo di confidenza e le operazioni necessarie per la sua stima nei due casi.

**ASB 04/07/11 test #1. Esercizio 1** Dare una definizione di bioimmagine e descrivere uno schema di principio per la sua acquisizione. Fornire esempi di bioimmagini ottenute con metodiche differenti, sottolineando i principi fisici alla base della loro formazione e come questi ne determinino l'impiego clinico.

**Esercizio 2.** Definire la funzione di autocorrelazione di un processo e fornire i passi per la sua stima a partire dall'osservazione di un processo. Descriverne le proprietà nel caso di stazionarietà in senso stretto.

**Esercizio 3**

Sia  $x$  una variabile aleatoria, caratterizzata da una densità di probabilità  $f_x(x) = 0.1629e^{-\frac{x^2}{12}}$ .

I. Si dica quanto vale la seguente statistica  $\int_{-\infty}^{+\infty} xf_x(x)dx$

A.  0                      B.  6                      C.  1

II. Si dica quale tra le seguenti statistiche assume valore maggiore

A.   $\int_0^{+\infty} f_x(x)dx$                       B.   $\int_{-18}^{18} f_x(x)dx$                       C.   $\int_0^{36} f_x(x)dx$

III. Siano  $x_i$  variabili aleatorie indipendenti, aventi distribuzione uniforme, con varianza diversa da zero e a valori limitati. Si consideri la variabile  $y = \sum_{i=1}^n x_i$ . Si dica quale tra le seguenti affermazioni è falsa

- A.  il valore medio di  $y$  è uguale alla somma dei valori medi delle variabili  $x_i$
- B.  la distribuzione di  $y$  è più simile ad una distribuzione normale rispetto alle distribuzioni delle  $x_i$
- C.  la deviazione standard di  $y$  è pari alla somma delle deviazioni standard delle variabili  $x_i$

IV. Si consideri una seconda variabile  $y$ , caratterizzata da una densità di probabilità  $f_y(y)$  dire quali tra le seguenti condizioni è una condizione necessaria e sufficiente per l'indipendenza statistica delle variabili  $x$  e  $y$

- A.   $E[xy] = 0$                                       B.   $f_{xy}(xy) = f_x(x)f_y(y)$
- C.   $E[xy] = E[x]E[y]$                       D.   $f_{xy}(xy) = f_x(x)$

V. Si consideri quali tra le seguenti rappresenta l'espressione del coefficiente di correlazione tra  $x$  e  $y$

- A.   $E[(x - E[x])(y - E[y])]$                       B.   $\frac{E[(x - E[x])(y - E[y])]}{E[(x - E[x])^2]E[(y - E[y])^2]}$
- C.   $\frac{E[(x - E[x])(y - E[y])]}{\sqrt{E[(x - E[x])^2]E[(y - E[y])^2]}}$                       D.   $\frac{E[xy] - E[x]E[y]}{E[(x - E[x])^2]E[(y - E[y])^2]}$

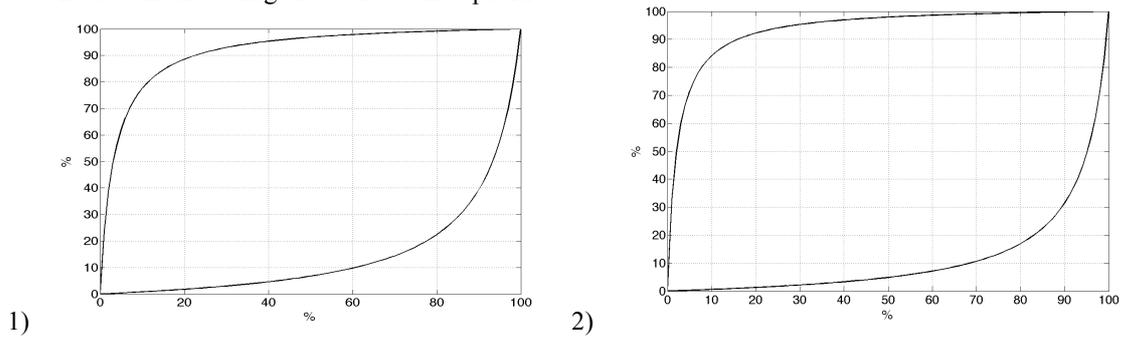
**Esercizio 4.** Quali tra le seguenti formule corrisponde alla sensibilità di un test diagnostico (VP veri positivi, FP falsi positivi, VN veri negativi, FN falsi negativi, m malati, s sani)

- A.   $VP/s$                       B.   $VN/(VN+FP)$                       C.   $VP/(VP+FN)$                       D.   $VP/(m+FN)$

Dato un test con specificità pari a 0.97 e sensibilità pari a 0.98, dire qual è la probabilità che il test fornisca un risultato positivo se applicato ad un soggetto estratto casualmente da una popolazione caratterizzata dalla probabilità di malattia pari allo 15%.

- A.  0.8522                      B.  17.25%                      C.  16.25%

Nelle figure seguenti sono rappresentate le curve che legano la probabilità di malattia stimata, dopo aver eseguito un test diagnostico, in funzione della probabilità a priori di malattia e dell'esito del test stesso, relative a due test, rispettivamente test 1 e 2. Si supponga di eseguire i due test in cascata su un soggetto con probabilità di malattia finale pari a circa 0.9. Si stimi dai grafici la probabilità di malattia prima dell'esecuzione dei due test considerando che il primo test ha dato risultato negativo e il secondo positivo.



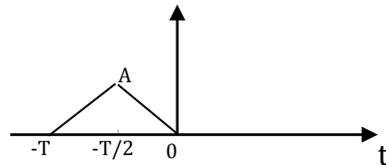
**Esercizio 5.** Disegnare il segnale periodico  $s(t)$ . Il grafico deve essere fatto per  $-15 \leq t \leq 15$

$$s(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \text{rect}\left(\frac{t-kT_0}{T}\right) \text{ con } T_0=10 \text{ s e } T=2 \text{ s.}$$

Stimare i coefficienti dello sviluppo in serie di Fourier del segnale  $S_0, S_1$  e  $S_3$

Ricostruire il segnale a partire dai suoi coefficienti, considerando solo i termini per  $n=0, -1, +1$   
Sovrapporre il grafico del segnale ricostruito in questo modo a quello del segnale completo.

**Esercizio 6** Dato il segnale  $s(t)$  in figura, si disegni il grafico del segnale  $y(t) = \frac{dx(t)}{dt}$  e se ne calcoli la trasformata continua di Fourier.



Si ripetano le operazioni precedenti per il segnale  $s(4t)$ .

**Esercizio 7** Si consideri l'operatore convoluzione lineare indicato con il simbolo  $\otimes$ , dire quale tra le seguenti affermazioni è vera

- A.   $x[n] = [u[n] - u[n - 1]] \otimes x[n]$       B.   $x[n] = u[n] \otimes x[n]$       C.   $x[n] = \delta[-n] \otimes x[-n]$

Si consideri il seguente segnale periodico  $s(t) = 1 + \sin\left(\frac{\pi}{5}t\right) + \sin\left(\frac{\pi}{4}t\right)$ , se volessimo campionare correttamente il segnale quale sarebbe il massimo passo di campionamento utilizzabile?

- A.  16 s      B.  4 s      C.  20 s      D.  5 s

Sia dato un segnale con banda compresa tra 85 e 120 kHz si indichi qual è la minima frequenza di campionamento utilizzabile

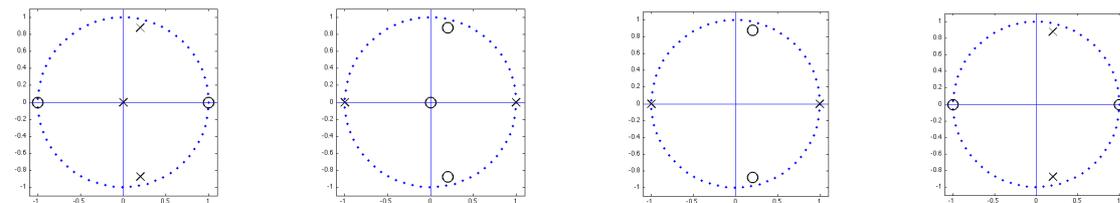
- A.  240 kHz      B.  80 kHz      C.  70 kHz      D.  120 kHz

Sia  $s[n]$  una sequenza di 20 campioni ottenuti con una frequenza di campionamento pari a 100 Hz. Si indichi quale tra le seguenti rappresenta la corretta taratura dell'asse frequenziale utilizzabile applicando la TDF senza zero padding alla sequenza.

- A.  [-2800    -2000    -1200    -400    400    1200    2000    2800]
- B.  [-43.75    -31.25    -18.75    -6.25    6.25    18.75    31.25    43.75]
- C.  [-50    -37.5    -25    -12.5    0    12.5    25    37.5 ]
- D.  [ -400    -300    -200    -100    0    100    200    300]

nessuna risposta  
corretta

**Esercizio 8.** Data il sistema tempo discreto descritto dalla seguente equazione alle differenze  $y[n]=x[n-1]-x[n-3]+0.4005y[n-1]-0.81y[n-2]$ , si dica quali dei seguenti grafici rappresenta la posizione dei poli e degli zeri della funzione di trasferimento del filtro nel piano di Gauss (con "o" si indicano gli zeri, con "x" i poli)



- A.       B.       C.       D.

Si consideri un sistema con risposta impulsiva in figura 1. Si indichi quali dei seguenti grafici poli/zeri è compatibile con tale sistema

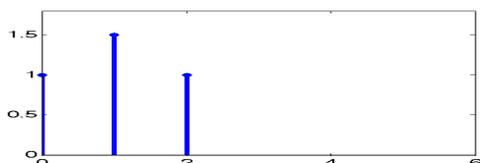
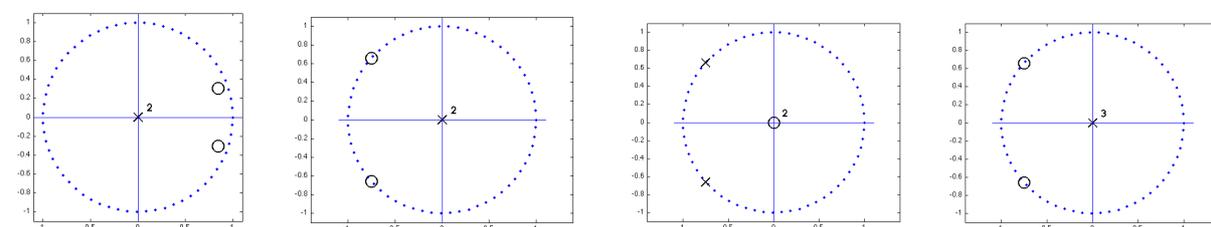
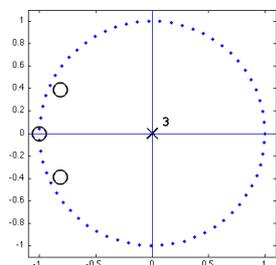


Fig. 1



- A.       B.       C.       D.

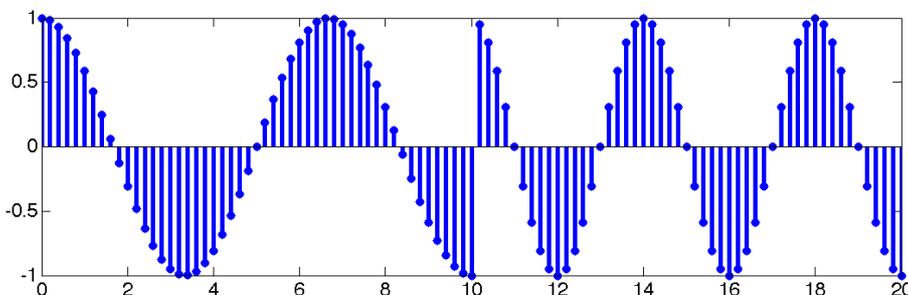
Si consideri il sistema TD caratterizzato dai seguenti poli e zeri.



Dire se si tratta di:

- A.  IIR, passa basso      B.  IIR, passa alto      C.  FIR, passa alto      D.  FIR, passa basso

Si consideri la sequenza in figura. L'unità delle ascisse è il secondo.



Dire quale tipo di filtro potrebbe essere usato per rilevare la discontinuità presente a 10 s

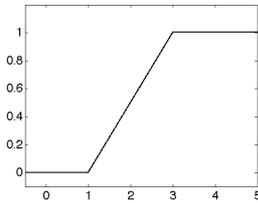
- A.  passa basso con frequenza di taglio inferiore a 10 Hz  
 B.  passa alto con frequenza di taglio superiore a 0.13 Hz  
 C.  passa alto con frequenza di taglio superiore a 0.3 Hz  
 C.  passa basso con frequenza di taglio inferiore a 0.1 Hz

**ASB 18/07/11 test #1. Esercizio 1** Fornire una descrizione delle metodiche necessarie per acquisire informazioni sulla funzione e sulla anatomia del cuore. Per ogni metodica scelta indicarne una classificazione e finalità.

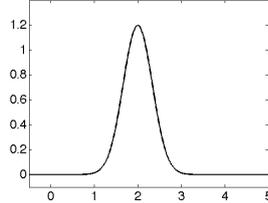
**Esercizio 2.** Descrivere il modello di regressione lineare indicando le ipotesi per una corretta applicazione a dati sperimentali. Indicare le finalità dell'utilizzo di tale modello e discutere un esempio di applicazione. Specificare i criteri per la determinazione dei parametri del modello e indicare il legame esistente tra i parametri del modello e altre statistiche di una o più variabili aleatorie (i.e. coefficiente di correlazione, deviazione standard, valore medio di una variabile).

**Esercizio 3**

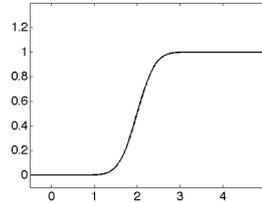
I. Si indichi quali tra i seguenti andamenti descrive la funzione di distribuzione di una variabile aleatoria uniformemente distribuita tra 1 e 3



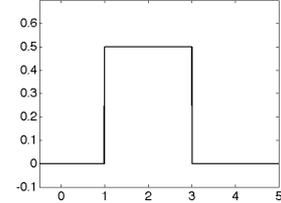
A.



B.



C.



D.

II. Quali tra le seguenti espressioni indica correttamente la densità di probabilità di una variabile aleatoria discreta

- A.   $f_x(x) = \sum_{i=1}^k p_i u(x - x_i)$       B.   $f_x(x) = \sum_{i=1}^k p_i \delta(x - x_i)$   
 C.   $f_x(x) = \sum_{i=1}^k p_i x_i u(x - x_i)$       D.   $f_x(x) = \sum_{i=1}^k p_i x_i \delta(x - x_i)$

III. Siano  $x_i$  variabili aleatorie indipendenti, aventi distribuzione uniforme, con uguali varianza e valori medi. Si consideri la variabile  $y = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$  con  $n \gg 30$ . Si dica quale tra le seguenti affermazioni è falsa

- A.  la varianza di  $y$  è pari alla varianza delle variabili  $x_i$  scalata di  $n$   
 B.  il valore medio e la deviazione standard di  $y$  sono uguali ai valori medi e le dev. std. delle singole  $x_i$   
 C.  la distribuzione di  $y$  è più simile ad una distribuzione normale rispetto alle distribuzioni delle  $x_i$

IV. Si considerino due variabili aleatorie  $x$  e  $y$ , per le quali vale la seguente relazione  $E[xy] = E[x]E[y]$ . Dire quali tra le seguenti affermazioni è vera

- A.  la relazione precedente è una condizione necessaria per l'indipendenza statistica di  $x$  e  $y$   
 B.  la relazione precedente è una condizione sufficiente per l'indipendenza statistica di  $x$  e  $y$   
 C.  la relazione precedente è una condizione necessaria e sufficiente per l'indipendenza statistica di  $x$  e  $y$

I. **Esercizio 4.** Dato un vettore che contiene  $h$  numeri la cui distribuzione è di tipo binomiale caratterizzata da numero prove pari a 9, e probabilità di successo pari a 0.9, che valori può assumere il valore  $i$ -esimo del vettore?

- A.  valori compresi tra 0 e 1
- B.  1 in caso di successo, 0 altrimenti
- C.   $i$  valori compresi tra 0 e 9
- D.  numero di volte che su  $h$  numeri si è ottenuto il valore  $i$

II. A parità di numero di prove, per quale valore di  $p$ , probabilità di successo, la distribuzione binomiale si avvicina di più alla distribuzione gaussiana. Nel seguito si indica con  $q$  la probabilità di insuccesso

- A.   $p \gg 1$       B.   $p = q$       C.   $pq \gg 1$       D.   $p = 1$

In un esperimento la probabilità di successo su una singola prova sia pari a 0.1. Si consideri un esperimento composto da 8 prove. Si calcoli:

III. Dato un esperimento composto da 6 prove descrivibile tramite una distribuzione di tipo binomiale. Avendo ottenuto in modo empirico 100 numeri di tale distribuzione, quante prove sono state eseguite per ottenere tali numeri?

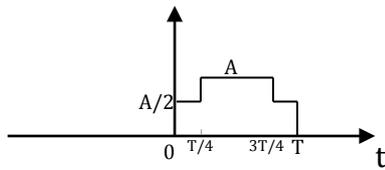
- A.  100
- B.  600
- C.  tutti quelli che sono serviti per ottenere 100 successi

IV. Dato un vettore che contiene 6 numeri estratti da una variabile la cui distribuzione è di tipo binomiale caratterizzata da numero prove pari a 6, e probabilità di successo pari a 0.5. si consideri quale tra questi vettori è compatibile con tale descrizione

- E.  [0 0 0 0 1]
- F.  [0 0.1 0.2 0 0.9 1]
- G.  [0.05 0.15 0.3 0.3 0.15 0.05]
- H.  [1 3 7 3 5 4]

**Esercizio 5.**

Si consideri il segnale  $s(t)$  in figura e se ne calcoli la Trasformata Continua di Fourier.  $A$  vale 2 V e  $T$  è pari a 1 s.

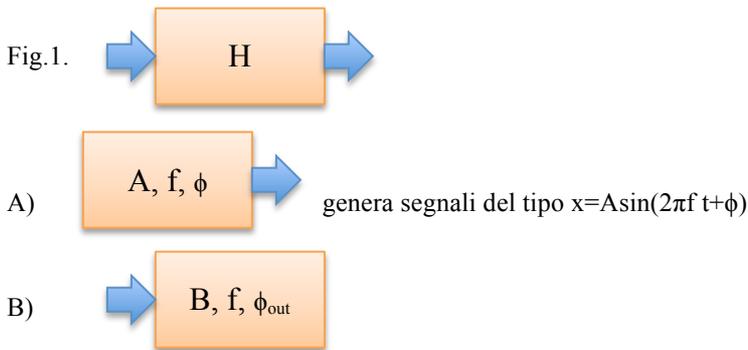


Si consideri il segnale periodico ottenuto in questo modo

$$s1(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} s(t - kT)$$

Farne il grafico e discutere in quali modi ne possa essere fatta l'analisi in frequenza e qual è il risultato atteso. In questo caso si chiede di discutere qualitativamente l'andamento atteso in frequenza. Ove possibile fornire informazioni quantitative senza ricorrere a calcoli complessi (ad es. integrazione).

**Esercizio 6** Si consideri il sistema lineare e tempo invariante in figura 1, del quale non si conosce la risposta in frequenza. Dopo aver fornito una definizione di risposta in frequenza, si indichi come sia possibile stimarla avendo a disposizione il generatore di forme d'onda in A) in grado di generare onde sinusoidali a frequenza, ampiezza e fase variabili, e l'oscilloscopio B) in grado di misurare il segnale in uscita permettendo di stimarne ampiezza, frequenza e ritardo rispetto all'ingresso.



**Esercizio 7** Si consideri l'operatore convoluzione lineare indicato con il simbolo  $\otimes$ , dire quale tra le seguenti affermazioni è vera

- A.   $x[n] - x[n - 1] = [u[n] - u[n - 1]] \otimes x[n]$     B.   $x[n] - x[n - 1] = [\delta[n] - \delta[n - 1]] \otimes x[n]$   
 C.   $x[n] - x[n - 1] = [1 - u[n - 1]] \otimes x[n]$     D.   $x[n] - x[n - 1] = [1 - \delta[n - 1]] \otimes x[n]$

Si consideri il seguente segnale periodico  $s(t) = 1 + \sin\left(\frac{\pi}{6}t\right) + \sin\left(\frac{\pi}{7}t\right)$ , se volessimo campionare correttamente il segnale quale sarebbe il massimo passo di campionamento utilizzabile?

- A.  6 s                      B.  36 s                      C.  7 s                      D.  42 s

Sia dato un segnale con banda compresa tra 95 e 135 kHz si indichi qual è la minima frequenza di campionamento utilizzabile

- A.  80 kHz                      B.  90 kHz                      C.  135 kHz                      D.  270 kHz

Sia  $s[n]$  una sequenza di 8 campioni ottenuti con una frequenza di campionamento pari a 100 Hz. Si indichi quale tra le seguenti rappresenta la corretta taratura dell'asse frequenziale utilizzabile applicando la TDF senza zero padding alla sequenza.

- A.  [-2800    -2000    -1200    -400    400    1200    2000    2800]  
 B.  [-43.75    -31.25    -18.75    -6.25    6.25    18.75    31.25    43.75]  
 C.  [-50    -37.5    -25    -12.5    0    12.5    25    37.5 ]  
 D.  [ -400    -300    -200    -100    0    100    200    300]

**Esercizio 8** Si vuole testare la biocompatibilità di un nuovo farmaco (indicato con B) per la applicazione a protesi vascolari a rilascio di farmaco. In particolare, tra altri parametri, viene misurato il diametro delle cellule epiteliali che aderiscono al substrato. Il valore medio delle cellule nel tessuto a rilascio del precedente farmaco (A) è pari a  $d_0 = 12 \mu\text{m}$ . Nel tessuto a rilascio di farmaco B si osserva un valore medio del diametro pari a  $9 \mu\text{m}$  con deviazione standard pari a  $3 \mu\text{m}$ . Si vuole testare l'ipotesi che il nuovo farmaco non presenti caratteristiche di biocompatibilità significativamente differenti al precedente. Il livello di significatività per l'ipotesi nulla è 0.01.

Si indichi quale tra le seguenti affermazioni è corretta:

- A.  La statistica alfa è legata alla probabilità di commettere errori del primo tipo
- B.  La statistica alfa è legata alla probabilità di commettere errori del secondo tipo
- C.  La statistica alfa è legata alla probabilità di individuare una variazione rispetto alla popolazione generale

Si indichi quale tra le seguenti operazioni è corretta:

- A.  Si può utilizzare la variabile standardizzata z
- B.  Si può utilizzare la variabile t di student
- C.  Si possono indifferentemente utilizzare entrambe

L'ipotesi alternativa è

- A.   $H_a: \eta \neq \eta_0$
- B.   $H_a: \eta > \eta_0$
- C.   $H_a: \eta < \eta_0$

Si indichi quale tra le seguenti affermazioni è corretta:

- A.  L'ipotesi nulla viene rifiutata se la statistica scelta cade all'esterno della regione di accettazione
- B.  L'ipotesi nulla viene rifiutata se il valore medio cade all'esterno dell'intervallo di confidenza
- C.  Si accetta l'ipotesi alternativa se il valore medio è esterno all'intervallo di confidenza
- D.  L'ipotesi alternativa viene accettata se la statistica scelta all'esterno della regione di rifiuto

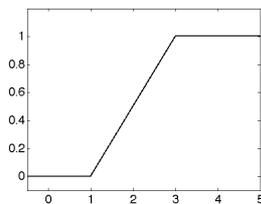
**ASB 22/09/11 test #1. Esercizio 1** Fornire una descrizione delle metodiche necessarie per acquisire informazioni sull'attività del sistema muscoloscheletrico. Indicare inoltre le caratteristiche dei segnali acquisiti in termini di ampiezza e frequenza.

**Esercizio 2.**

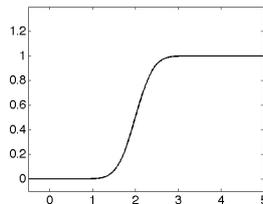
- Dare la definizione di processo stocastico e di statistica di ordine k, mostrandone il significato sia dal punto di vista teorico che tramite esempi (sfruttando una rappresentazione grafica del processo).
- Discutere le differenze tra statistica di ordine k e momento di ordine k.
- Scegliere due statistiche del primo ordine e descrivere i passi per la loro stima a partire dall'osservazione di un processo.

**Esercizio 3**

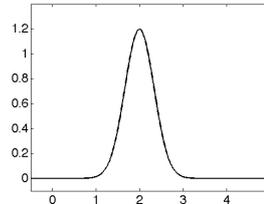
I. Si indichi quali tra i seguenti andamenti descrive la densità di probabilità di una variabile aleatoria uniformemente distribuita tra 1 e 3



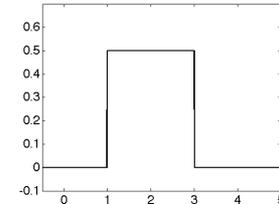
A.



B.



C.



D.

II. Quali tra le seguenti espressioni indica correttamente la funzione di distribuzione di una variabile aleatoria discreta

- A.   $f_x(x) = \sum_{i=1}^k p_i x_i \delta(x - x_i)$     B.   $f_x(x) = \sum_{i=1}^k p_i \delta(x - x_i)$   
 C.   $f_x(x) = \sum_{i=1}^k p_i x_i u(x - x_i)$     D.   $f_x(x) = \sum_{i=1}^k p_i u(x - x_i)$

Sia x una variabile aleatoria, caratterizzata da una densità di probabilità  $f_x(x) = 0.1995e^{-\frac{(x-10)^2}{8}}$

III. Si dica quanto vale la seguente statistica  $\int_{-\infty}^{+\infty} (x - 10)^2 f_x(x) dx$

- A.  0                      B.  4                      C.  1

IV. Si dica quale tra le seguenti statistiche assume valore maggiore

- A.   $\int_0^{20} f_x(x) dx$             B.   $\int_{-\infty}^{10} f_x(x) dx$             C.   $\int_{10}^{30} f_x(x) dx$

**Esercizio 4.**

Consideriamo due eventi indipendenti A e B. Quali delle seguenti affermazioni è vera

- A.   $P(A|B)=P(B)$   
 B.   $P(A|B)=[P(A)+P(B)-P(A+B)]/P(B)$   
 C.   $P(A|B)=P(B|A)P(A)/P(B)$

Quali tra le seguenti formule corrisponde alla sensibilità di un test diagnostico (VP veri positivi, FP falsi positivi, VN veri negativi, FN falsi negativi, m malati, s sani)

- A.   $VP/(VP+FN)$             B.   $VN/(VN+FP)$             C.   $VP/s$                       D.   $VP/(m+FN)$

Dato un test con specificità pari a 0.97 e sensibilità pari a 0.99, dire quale è la probabilità che il test fornisca un risultato positivo se applicato ad un soggetto estratto casualmente da una popolazione caratterizzata dalla probabilità di malattia pari allo 0.1%.

- A.  12.6%                      B.  0.7857                      C.  10.6%

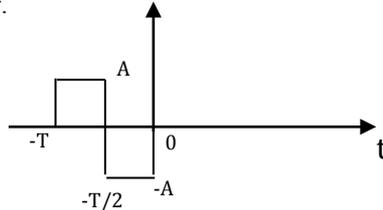
**Esercizio 5.** Discutere l'ambito di applicazione dello Sviluppo in Serie di Fourier. Dire cosa si intende per fasore e discutere il significato delle frequenze negative.

Rappresentare lo sviluppo in Serie, modulo e fase del seguente segnale.

$$s(t) = -j + 4\sin\left(\frac{\pi}{8}t + \frac{\pi}{8}\right) + \cos(2\pi t)$$

Calcolare la frequenza fondamentale e riportare le ascisse in funzione dell'indice  $n$ .

**Esercizio 6** Dato il segnale  $s(t)$  in figura, si disegni il grafico del segnale  $y(t) = \int_{-\infty}^t s(\alpha)d\alpha$  e se ne calcoli la trasformata continua di Fourier.



Si ripetano le operazioni precedenti per il segnale  $s\left(t + \frac{T}{2}\right)$ .

**Esercizio 7** Si consideri l'operatore convoluzione lineare indicato con il simbolo  $\otimes$ , e la funzione segno indicata con  $\text{sgn}[n]$ . Si indichi quale equazione è corretta.

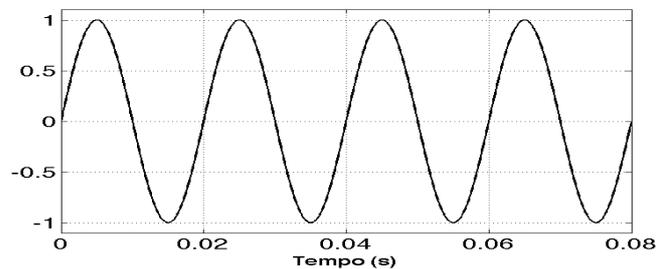
A.   $-\text{sgn}[n - 1] = [u[-n] - u[n]] \otimes \delta[n - 1]$

B.   $-\text{sgn}[n - 1] = u[-n] \otimes \delta[n + 1] + u[n] \otimes \delta[n - 1]$

C.   $-\text{sgn}[n - 1] = [-u[1 - n] + u[n - 1]] \otimes \delta[-n]$

D.   $-\text{sgn}[n - 1] = [u[n] - u[-n]] \otimes \delta[n - 1]$

Si consideri il seguente segnale periodico (ne viene rappresentato un segmento)



Se volessimo campionare correttamente il segnale qual è il numero minimo di campioni al secondo necessario?

A.  100

B.  25

C.  0.04

D.  0.16

Sia dato un segnale con banda compresa tra 115 e 135 Hz si indichi qual è la minima frequenza di campionamento utilizzabile

A.  40 Hz

B.  45 kHz

C.  135 kHz

D.  270 kHz

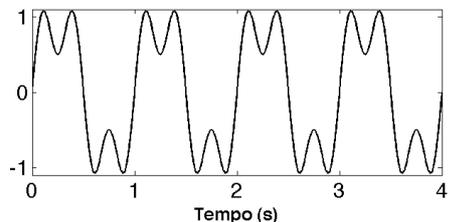
Si consideri una sequenza del tipo  $x[n]=u[n]-u[n-6]$ . Si ipotizzi di renderla periodica in questo modo  $x_p[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[n - kN_0]$  dove  $N_0=6$ . Quale di queste affermazioni è vera:

A.  la TDF della sequenza ha solo un campione diverso da zero centrato nell'origine

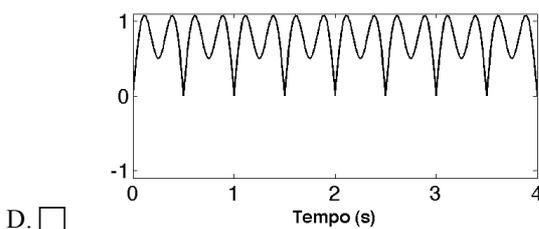
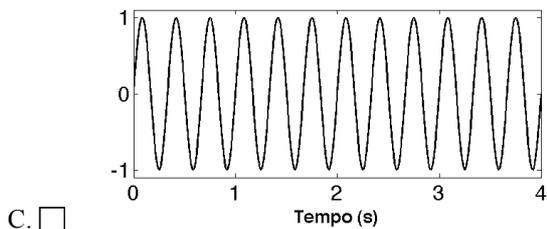
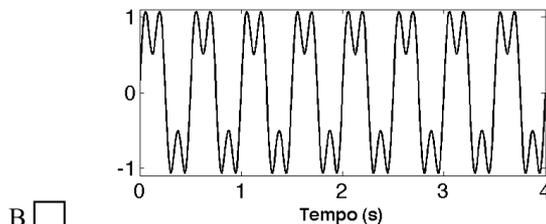
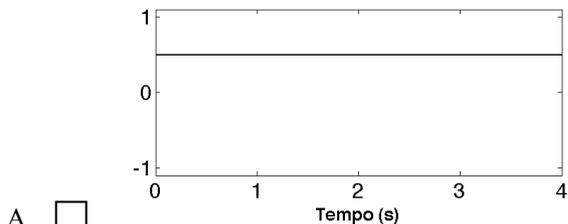
B.  la TDF della sequenza possiede 6 campioni diversi da zero centrati in  $k/6$  (frequenza normalizzata)

C.  la TDF della sequenza è pari alla replica in frequenza della funzione *sinc*

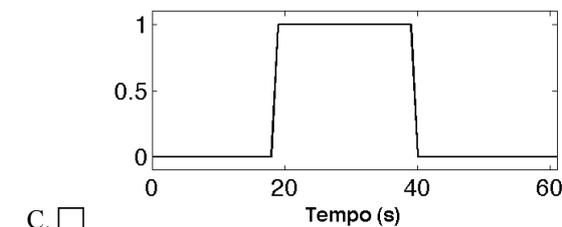
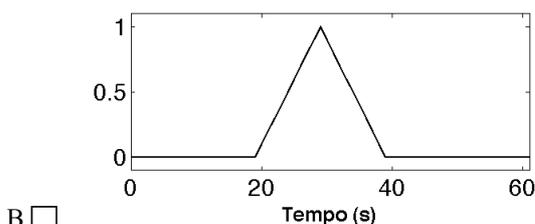
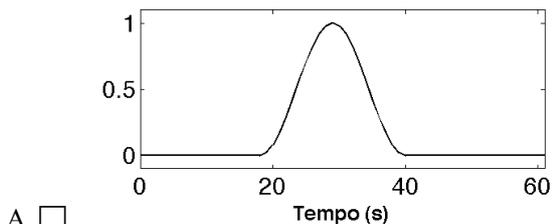
**Esercizio 8** Si consideri il segnale nella seguente figura.



I. Si supponga di mandare il segnale in ingresso ad un sistema Lineare Tempo Invariante. Dire quale tra i seguenti segnali potrebbe rappresentare l'uscita di tale sistema



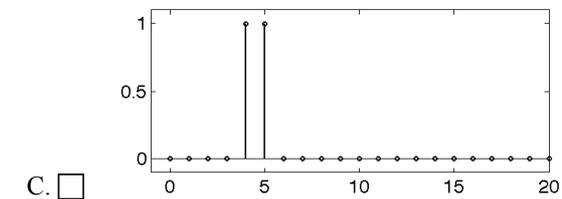
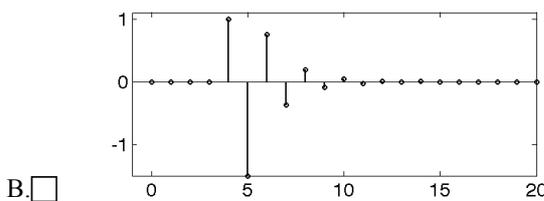
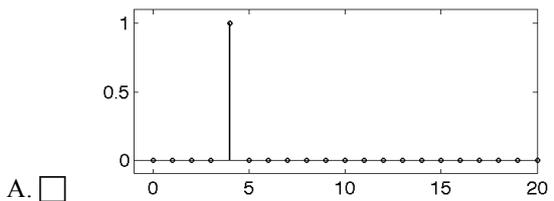
Si considerino le seguenti finestre e si dica quale permette, se utilizzata per la realizzazione di un filtro FIR con il metodo delle finestre, genera un filtro con Ripple Ratio minore



Si considerino ancora le finestre di cui sopra, e si dica quale permette, se utilizzata per la realizzazione di un filtro FIR con il metodo delle finestre, di ottenere un filtro con maggiore selettività

A.  B.  C.

Nelle seguenti figure sono rappresentati gli andamenti delle risposte impulsive di tre sistemi TD. Si indichi quella corrispondente ad un sistema di tipo passa alto



**ASB 16/11/11 test #1.**

**Esercizio 1** Fornire un esempio di segnale biomedico spontaneo, indicando applicazioni cliniche, metodi di acquisizione e valori tipici.

**Esercizio 2.** Dare la definizione di processo stocastico stazionario in senso lato. Definire la funzione di autocorrelazione del processo. Fornire esempi di andamenti di autocorrelazione e di come queste siano legate all'andamento delle funzioni campione.

**Esercizio 3**

I. Dette  $x$  e  $y$  due variabili aleatorie a valore medio nullo, dire quale delle seguenti affermazioni è vera:

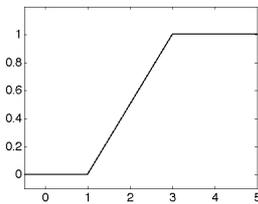
- A.   $\rho_{xy} = 0$       B.   $C_{xy} = E[xy]$       C.   $E[xy] = 0$

Con  $E[\cdot]$  si indica l'operatore di aspettazione,  $C_{xy}$  la covarianza tra  $x$  e  $y$ , e  $\rho_{xy}$  il coefficiente di correlazione tra  $x$  e  $y$

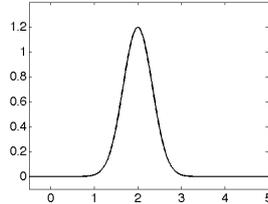
II. Date due variabili aleatorie  $x$  e  $y$  incorrelate tra loro. Dire quali delle seguenti affermazioni è falsa:

- A.  l'incorrelazione è una condizione sufficiente per l'indipendenza statistica  
 B.  la covarianza tra  $x$  e  $y$  è nulla  
 C.  l'incorrelazione è una condizione necessaria per l'indipendenza statistica

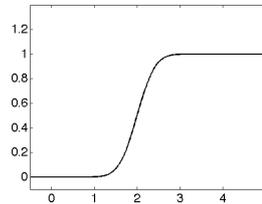
III. Si indichi quali tra i seguenti andamenti descrive la funzione di distribuzione di probabilità di una variabile aleatoria uniformemente distribuita tra 1 e 3



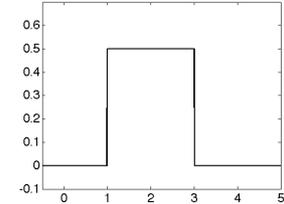
A.



B.



C.



D.

IV. Detta  $x$  una variabile aleatoria, caratterizzata da una densità di probabilità  $f_x(x)$  e detto  $E[\cdot]$  l'operatore di aspettazione, Si dica quali tra queste grandezze rappresenta la varianza di  $x$

- A.   $\int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f_x(x) dx$       B.   $\int_{-\infty}^{+\infty} (x - E[x])^2 f_x(x) dx$       C.   $\sqrt{\int_{-\infty}^{+\infty} (x - E[x])^2 f_x(x) dx}$

- D.   $\sqrt{\int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f_x(x) dx}$

V. Si consideri una seconda variabile  $y$ , caratterizzata da una densità di probabilità  $f_y(y)$  dire quali tra le seguenti condizioni è valida nel caso di incorrelazione

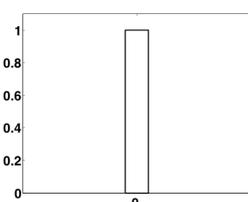
- A.   $\rho_{xy} = -1$       B.   $E[xy] = E[x]E[y]$       C.   $f_{xy}(xy) = f_x(x)$

**Esercizio 4.** Si consideri il modello di regressione lineare che lega una variabile dipendente  $y$  ad una indipendente  $x$ .

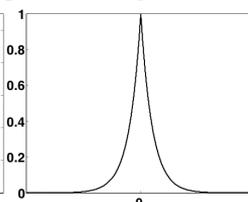
I. Considerando  $e_i$  l'errore delle misura  $i$ -esima rispetto al modello, i parametri della regressione sono tali da minimizzare

- A.   $\sum_i e_i$       B.   $\sum_i e_i^2$       C.   $\sum_i |e_i|$       D.   $\left(\sum_i |e_i|\right)^2$

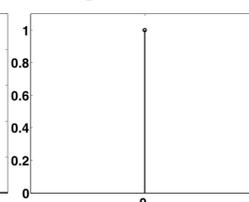
II. Supponendo la relazione tra la variabile dipendente e indipendente segua correttamente un modello di regressione lineare si individui quale tra i seguenti andamenti qualitativi dell'errore è più corretto.



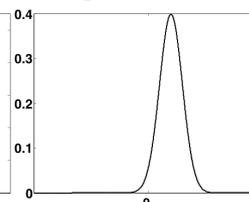
A.



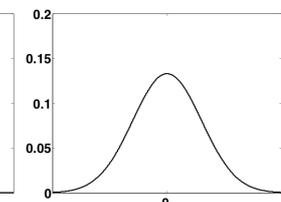
B.



C.



D.



E.

Si consideri il significato e l'uso della distribuzione binomiale.

I. Scegliere tra le seguenti la frase che descrive meglio i valori forniti dalla suddetta distribuzione.

- A.  probabilità che il k-esimo evento di n prove fornisca come risultato un successo
- B.  il numero di successi ottenuti in n prove
- C.  probabilità di avere k successi in n prove successive
- D.  probabilità di avere successo in n prove successive

II. Dato un vettore che contiene h numeri la cui distribuzione è di tipo binomiale, che significato il valore i-esimo del vettore?

- A.  è la probabilità di avere i successi
- B.  il numero di successi ottenuti nell'esperimento i-esimo
- C.  indica in quale prova si è avuto successo
- D.  indica la probabilità di avere successo alla i-esima prova

III. Indicati con n il numero di prove e q la probabilità di insuccesso. Indicare qual è il valore atteso della distribuzione

- A.   $\sum_{i=1}^n \frac{q_i}{n}$
- B.   $n/2$
- C.   $n(1-q)$
- D.   $\frac{n(1-q)}{2}$

**Esercizio 5.**

Disegnare il segnale periodico  $s(t)$ . Il grafico deve essere fatto per  $-20 \leq t \leq 20$

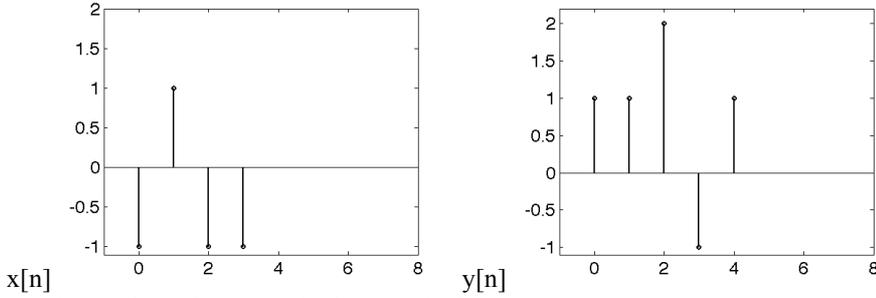
$$s(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \text{rect}\left(\frac{t-T_0/2-kT_0}{T}\right) \text{ con } T_0=10 \text{ s e } T=5 \text{ s.}$$

Stimare i coefficienti dello sviluppo in serie di Fourier del segnale  $S_0$  e  $S_1$

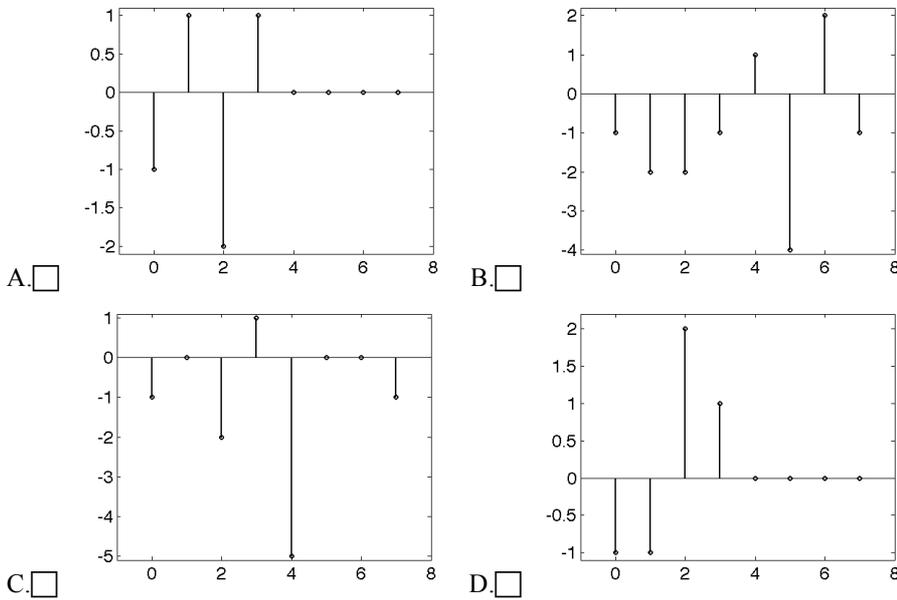
Ricostruire il segnale a partire dai suoi coefficienti, considerando solo i termini per  $n=-1,1$   
Sovrapporre il grafico del segnale ricostruito in questo modo a quello del segnale completo.

**Esercizio 6**

Si considerino le sequenze nelle seguenti figure



I. Dire quale tra le seguenti è la convoluzione tra  $x[n]$  e  $y[n]$



Si consideri il segnale  $s(t) = \cos\left(\frac{\pi}{5}t\right) + \sin\left(\frac{\pi}{2}t\right)$ . Si dica qual è il periodo del segnale.

- A.  10 s      B.  5 s      C.  20 s      D.  2 s

Si consideri il segnale  $s(t) = \cos\left(\frac{\pi}{4}t\right) + \sin\left(\frac{\pi}{10}t\right)$ . Si dica qual è la minima frequenza di campionamento utilizzabile.

- A.  0.25 Hz      B.  0.1 Hz      C.  0.05 Hz      D.  0.5 Hz

**Esercizio 6.**

Si consideri un sistema con risposta impulsiva in figura 1. Si indichi quali dei seguenti grafici poli/zeri è compatibile con tale sistema

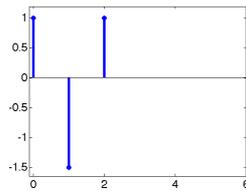
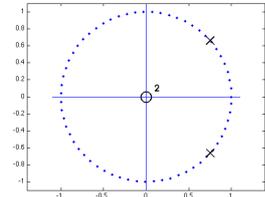
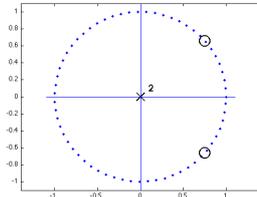


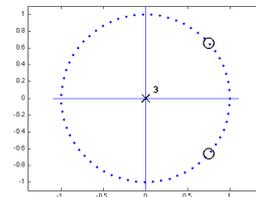
Fig. 1



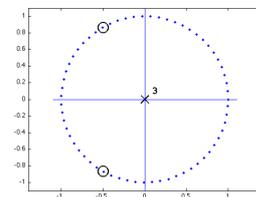
A.



B.



C.

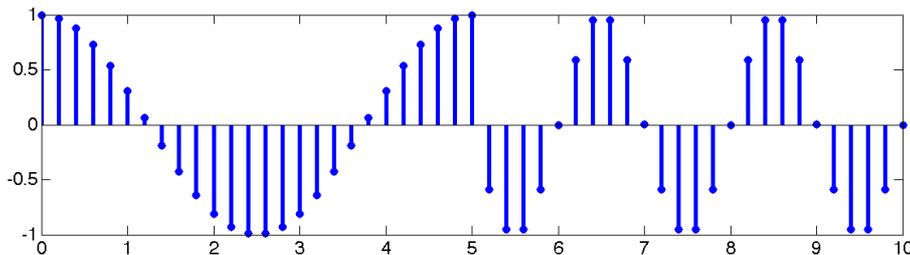


D.

Si consideri il sistema caratterizzato dalla seguente trasformazione ingresso uscita, applicata al segnale di ingresso  $x(t)$ :  $y_1(t) = x(t - t_0) + a$  con  $t_0$  e  $a$  costanti. Si dica se tale sistema è:

- A.  lineare e tempo variante                      B.  lineare e tempo invariante  
 C.  non lineare e tempo invariante              D.  non lineare e tempo variante

Si consideri la sequenza in figura. L'unità delle ascisse è il secondo.



Dire quale tipo di filtro potrebbe essere usato per rilevare la discontinuità presente a 5 s

- A.  passa basso con frequenza di taglio inferiore a 2.5 Hz  
 B.  passa alto con frequenza di taglio superiore a 0.5 Hz  
 C.  passa alto con frequenza di taglio superiore a 0.1 Hz  
 D.  passa basso con frequenza di taglio inferiore a 0.5 Hz

**Esercizio 8** Discutere la distribuzione statistica della media campionaria nei casi di varianza nota e incognita. Spiegare in cosa consiste l'intervallo di confidenza e le operazioni necessarie per la sua stima nei due casi.

**ASB 10/01/12 test #1. Esercizio 1** Fornire una classificazione dei segnali biomedici spontanei in base al fenomeno fisico utilizzato per la loro acquisizione, riportando esempi. Scegliere un segnale e descriverne in dettaglio caratteristiche e applicazioni cliniche.

**Esercizio 2.** Dare la definizione di processo stocastico. Definire le statistiche del primo e del secondo ordine da esso estratte, specificandone proprietà nel caso di stazionarietà in senso lato. Scegliere una statistica del secondo ordine e descrivere i passi per la sua stima a partire dall'osservazione di un processo.

**Esercizio 3.** Si consideri il modello di regressione lineare che lega una variabile dipendente  $y$  ad una indipendente  $x$ .

I. Il modello di regressione assume che la retta di regressione in ogni punto sia pari a

- A.   $E(y|x)$       B.   $E(y)$       C.   $E(x|y)$       D.   $E\left(\frac{y}{x}\right)$

II. A parità dei parametri intercetta e pendenza, quali delle seguenti affermazioni è vera:

- A.  all'aumentare del modulo del coefficiente di correlazione tra  $x$  e  $y$ , la varianza dell'errore aumenta  
 B.  all'avvicinarsi del coefficiente di correlazione tra  $x$  e  $y$ , a 0 la deviazione standard dell'errore diminuisce  
 C.  all'avvicinarsi del coefficiente di correlazione tra  $x$  e  $y$ , a +1 la deviazione standard dell'errore diminuisce

III. Si consideri il modello di regressione lineare che lega una variabile dipendente  $y$  ad una indipendente  $x$ . Quale delle seguenti affermazioni è vera:

- A.  il valore medio dell'errore dipende dal coefficiente di correlazione tra  $x$  e  $y$   
 B.  il valore medio dell'errore cresce al diminuire del coefficiente di correlazione tra  $x$  e  $y$   
 C.  il valore medio dell'errore è indipendente dal coefficiente di correlazione tra  $x$  e  $y$

IV. Detta  $x_i$  la  $i$ -esima osservazione della variabile  $x$  in corrispondenza alla osservazione  $i$ -esima di  $y$ ,  $y_i$  si dica quale tra i seguenti è il criterio per la scelta dei parametri del modello:

- A.  minimizzare la quantità  $\sum_{i=1}^N (y_i - a - bx_i)^2$       B.  azzerare la quantità  $\sum_{i=1}^N (y_i - a - bx_i)^2$   
 C.  minimizzare la quantità  $\sum_{i=1}^N (y_i - a - bx_i)$       D.  azzerare la quantità  $\sum_{i=1}^N (y_i - a - bx_i)$

**Esercizio 4.** Si consideri significato e uso della distribuzione binomiale.

I. Dato un vettore che contiene 6 numeri ottenuti dalla una distribuzione è di tipo binomiale caratterizzata da numero prove pari a 6, e probabilità di successo pari a 0.5. si consideri quale tra questi vettore è compatibile con tale descrizione

- A.  [0 1 0 1 0 1]  
 B.  [0 0.1 0.2 0 0.9 1]  
 C.  [0.05 0.15 0.3 0.3 0.15 0.05]  
 D.  [1 3 7 3 5 4]

II. Dato un esperimento composto da 12 prove descrivibile tramite una distribuzione di tipo binomiale. Avendo ottenuto in modo empirico 100 numeri di tale distribuzione, quante prove sono state eseguite per ottenere tali numeri?

- A.  1200  
 B.  100  
 C.  tutti quelli che sono serviti per ottenere 1000 successi

III. A parità di numero di prove, per quale valore di  $p$ , probabilità di successo, la distribuzione binomiale si avvicina di più alla distribuzione gaussiana. Nel seguito si indica con  $q$  la probabilità di insuccesso

- A.   $p \gg 1$       B.   $p = q$       C.   $pq \gg 1$       D.   $p = 1$

In un esperimento la probabilità di successo su una singola prova sia pari a 0.2. Si consideri un esperimento composto da 10 prove. Si calcoli:

IV. la probabilità di ottenere meno di 4 successi (arrotondata alla terza cifra decimale)

- A.  0.579%      B.  0.879%      C.  0.094%      D.  0.772%

**Esercizio 5.** Discutere l'ambito di applicazione dello Sviluppo in Serie di Fourier e le condizioni per un suo corretto utilizzo.

Rappresentare lo sviluppo in Serie, modulo e fase del seguente segnale.

$$s(t) = 1 + \sin\left(\frac{\pi}{3}t + \frac{\pi}{4}\right) + e^{j2\pi t}$$

Calcolare la frequenza fondamentale e riportare le ascisse in funzione dell'indice  $n$ .

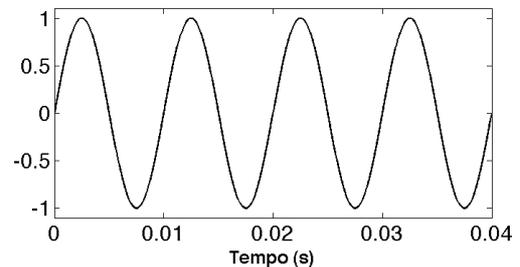
**Esercizio 6** Si faccia il grafico nel tempo del segnale  $s(t) = \cos\left(\frac{\pi}{4}t\right) \text{rect}\left(\frac{t}{4}\right)$ . Si calcoli la TCF e se ne rappresenti il modulo.

Si faccia il grafico nel tempo del segnale ottenuto antitrasformando la seguente funzione  $S(f) = j8\pi f \text{sinc}(4f)$ .

**Esercizio 7** Si consideri il segnale  $s(t) = \cos\left(\frac{\pi}{6}t\right) + \sin\left(\frac{\pi}{8}t\right)$ . Si dica qual è il periodo del segnale.

- A.  48 s                      B.  6 s                      C.  12 s                      D.  16 s

Si consideri il seguente segnale periodico (ne viene rappresentato un segmento)



Se volessimo campionare correttamente il segnale qual è il numero minimo di campioni al secondo necessario?

- A.  200                      B.  50                      C.  0.02                      D.  0.08

Sia dato un segnale con banda compresa tra 50 e 65 Hz si indichi qual è la minima frequenza di campionamento utilizzabile

- A.  30 Hz                      B.  130 Hz                      C.  32.5 Hz                      D.  65 Hz

Sia  $s[n]$  una sequenza di 7 campioni ottenuti con una frequenza di campionamento pari a 50 Hz. Si indichi quale tra le seguenti rappresenta la corretta taratura dell'asse frequenziale utilizzabile applicando la TDF senza zero padding alla sequenza.

- A.  [-21.4 -14.3 -7.1 0 7.1 14.3 21.4]  
 B.  [-150 -100 -50 0 50 100 150]  
 C.  [-25.0 -17.9 -10.7 -3.6 3.6 10.7 17.9]

**Esercizio 8.** Si consideri il sistema caratterizzato dalla seguente trasformazione ingresso uscita, applicata al segnale di ingresso  $x[n]$ :  $y_1[n] = n|x[n - n_0]|$  con  $n_0$  costante. Si dica se tale sistema è:

- A.  lineare e tempo variante                      B.  lineare e tempo invariante  
 C.  non lineare e tempo invariante              D.  non lineare e tempo variante

Si consideri un sistema con risposta impulsiva in figura 1. Si indichi quali dei seguenti grafici poli/zeri è compatibile con tale sistema

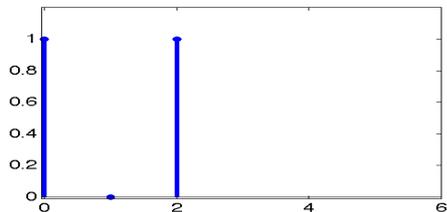


Fig. 1

A.

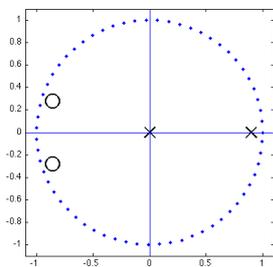
B.

C.

D.

nessuna corretta

Si consideri il sistema TD caratterizzato dai seguenti poli e zeri.



Dire se si tratta di:

- A.  IIR, passa basso              B.  IIR, passa alto              C.  FIR, passa alto              D.  FIR, passa basso

**ASB 30/01/12 test #1. Esercizio 1** Descrivere brevemente le metodiche per l'acquisizione dei segnali spontanei direttamente legati all'attività elettrica del cervello, sottolineando le differenze sia nella fase di acquisizione che nel tipo di informazione ottenibile.

**Esercizio 2.** Descrivere il modello di regressione lineare indicando le ipotesi per una corretta applicazione a dati sperimentali. Indicare le finalità dell'utilizzo di tale modello e discutere un esempio di applicazione. Specificare i criteri per la determinazione dei parametri del modello e indicare il legame esistente tra i parametri del modello e altre statistiche di una o più variabili aleatorie (i.e. coefficiente di correlazione, deviazione standard, valore medio di una variabile).

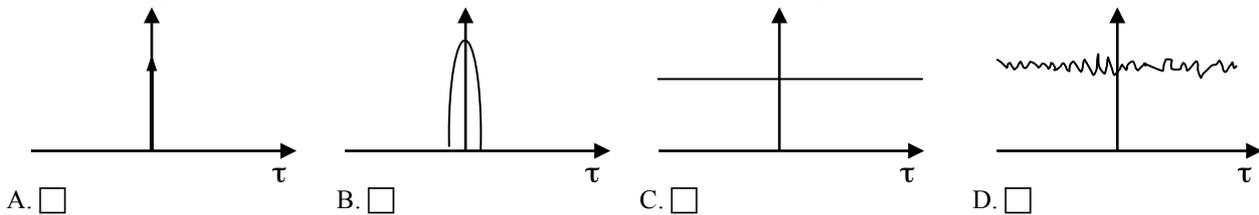
**Esercizio 3.** Si consideri la definizione di processo stocastico. Si scelga quale tra le seguenti definizioni è corretta

- A.  se fissiamo un istante di tempo  $t$ , l'insieme dei valori del processo per tale istante è una funzione deterministica
- B.  ogni realizzazione è una funzione deterministica
- C.  se fissiamo tempo ed evento otteniamo una variabile aleatoria

Detta  $R_X(t_1, t_2)$  la funzione di autocorrelazione di un processo stazionario in senso stretto, dire quali tra le seguenti affermazioni è vera

- A.   $R_X(t_1, t_2) = \text{costante}$ .
- B.   $R_X(t_1, t_2) = R_X(t_1 + T_A, t_2 + T_A)$  per ogni  $T_A$
- C.   $R_X(t_1, t_2) = R_X(t_1 + \varepsilon, t_2)$  per ogni  $\varepsilon$

Quale tra le seguenti funzioni di autocorrelazione sono caratteristiche di un processo di rumore bianco:



Detta la  $R_X(\tau)$  la funzione di autocorrelazione di un processo stazionario in senso lato, dire quali tra queste affermazioni è falsa:

- A.   $R_X(0)$  è pari all'energia del processo
- B.   $R_X(0)$  è la potenza media statistica del processo
- C.   $R_X(0) \geq |R_X(\tau)|$

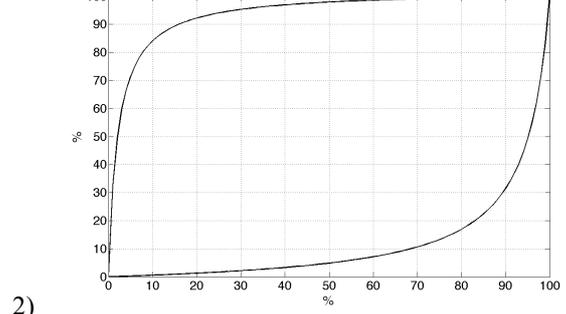
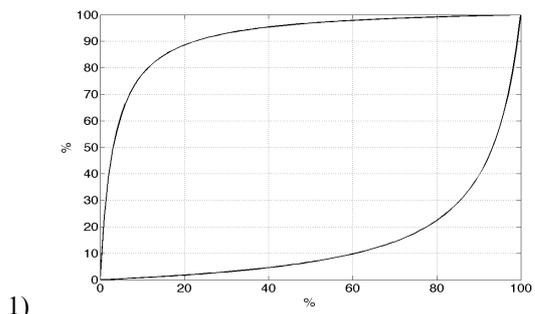
**Esercizio 4.** Quali tra le seguenti formule corrisponde alla sensibilità di un test diagnostico (VP veri positivi, FP falsi positivi, VN veri negativi, FN falsi negativi, m malati, s sani)

- A.   $VP/s$       B.   $VN/(VN+FP)$       C.   $VP/(VP+FN)$       D.   $VP/(m+FN)$

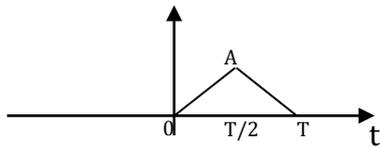
Dato un test con specificità pari a 0.98 e sensibilità pari a 0.99, dire qual è la probabilità che il test fornisca un risultato positivo se applicato ad un soggetto estratto casualmente da una popolazione caratterizzata dalla probabilità di malattia pari allo 30%.

- A.  95.5%      B.  31.1%      C.  30.1%

Nelle figure seguenti sono rappresentate le curve che legano la probabilità di malattia stimata, dopo aver eseguito un test diagnostico, in funzione della probabilità a priori di malattia e dell'esito del test stesso, relative a due test, rispettivamente test 1 e 2. Si supponga di eseguire i due test in cascata su un soggetto con probabilità di malattia a priori pari a circa 0.6. Si stimi dai grafici la probabilità di malattia dopo l'esecuzione dei due test considerando che il primo test dia risultato negativo e il secondo positivo.



**Esercizio 5.** Si consideri il segnale  $s(t)$  in figura e se ne calcoli la Trasformata Continua di Fourier. A vale 2 V e T è pari a 1 s.



Si consideri il segnale periodico ottenuto in questo modo

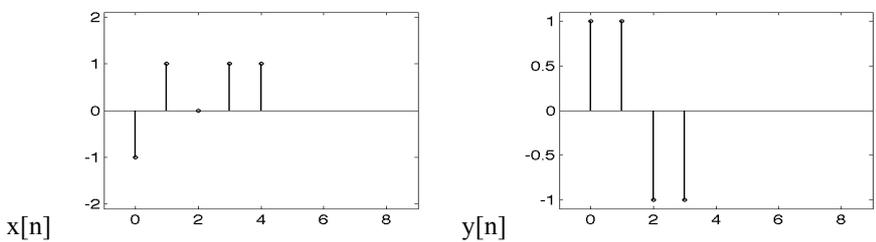
$$s_1(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} s(t - kT)$$

Farne il grafico e discutere in quali modi ne possa essere fatta l'analisi in frequenza e qual è il risultato atteso. In questo caso si chiede di discutere qualitativamente l'andamento atteso in frequenza. Ove possibile fornire informazioni quantitative senza ricorrere a calcoli complessi (ad es. integrazione).

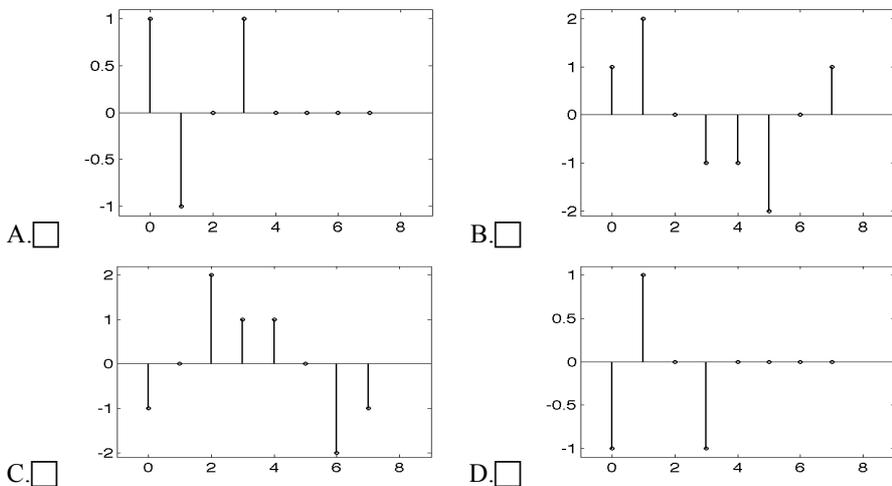
**Esercizio 6**

- Dato un sistema lineare tempo invariante (LTI) a tempo continuo definire la risposta impulsiva  $h(t)$ .
- Dare una definizione di risposta in frequenza di un sistema LTI e fornire indicazioni, **utilizzando grafici nel dominio della frequenza**, di come questa possa essere usata per calcolare l'uscita di un ingresso tipo  $s_1(t) = e^{j10\pi t}$
- Dimostrare che le funzioni del tipo  $s(t) = e^{j2\pi ft}$  sono autofunzioni dei sistemi LTI

**Esercizio 7** Si considerino le sequenze nelle seguenti figure



I. Dire quale tra le seguenti è la convoluzione tra  $x[n]$  e  $y[n]$



Si consideri il segnale  $s(t) = \cos\left(\frac{\pi}{3}t\right) + \sin\left(\frac{\pi}{8}t\right)$ . Si dica qual è il periodo del segnale.

- A.  16 s      B.  32 s      C.  48 s      D.  24 s

Si consideri il segnale  $s(t) = 1 + \cos\left(\frac{\pi}{5}t\right) + \sin\left(\frac{\pi}{10}t\right)$ . Si dica qual è la minima frequenza di campionamento utilizzabile.

- A.  0.2 Hz      B.  0.05 Hz      C.  0.1 Hz      D.  10 Hz

Sia dato un segnale con banda compresa tra 70 e 90 Hz si indichi qual è la minima frequenza di campionamento utilizzabile

- A.  90 Hz      B.  40 Hz      C.  45 Hz      D.  180 Hz

**Esercizio 8** Si vuole testare la biocompatibilità di un nuovo farmaco (indicato con B) per la applicazione a protesi vascolari a rilascio di farmaco. In particolare, tra altri parametri, viene misurato il diametro delle cellule epiteliali che aderiscono al substrato. Il valore medio del diametro delle cellule nel tessuto a rilascio del precedente farmaco (A) è pari a  $d_0 = 12 \mu\text{m}$  con una deviazione standard pari a  $2 \mu\text{m}$ .

Si esegue un test su 30 campioni per misurare l'effetto del tessuto a rilascio di farmaco B e si osserva un valore medio del diametro delle cellule epiteliali pari a  $9 \mu\text{m}$ . Si vuole testare l'ipotesi che il nuovo farmaco non induca un rallentamento o un blocco nello sviluppo delle cellule epiteliali rispetto al farmaco precedente. Il livello di significatività per l'ipotesi nulla è 0.01.

Si indichi quale tra le seguenti affermazioni è corretta:

- A.  La statistica alfa è legata alla probabilità di commettere errori del primo tipo
- B.  La statistica alfa è legata alla probabilità di commettere errori del secondo tipo
- C.  La statistica alfa è legata alla probabilità di individuare una variazione rispetto alla popolazione generale

Si indichi quale tra le seguenti operazioni è corretta:

- A.  Ipotizzando che la deviazione standard non viene alterata dal farmaco B, si può utilizzare la variabile standardizzata  $z$
- B.  senza nessuna ipotesi sulla deviazione standard campionaria di B, si può utilizzare la variabile standardizzata  $z$
- C.  Si deve usare la variabile standardizzata  $t$  di Student

L'ipotesi alternativa è

- A.   $H_a: \eta \neq \eta_0$
- B.   $H_a: \eta > \eta_0$
- C.   $H_a: \eta < \eta_0$

Si indichi quale tra le seguenti affermazioni è corretta:

- A.  L'ipotesi nulla viene rifiutata se la statistica scelta cade all'esterno della regione di accettazione
- B.  L'ipotesi nulla viene rifiutata se il valore medio cade all'esterno dell'intervallo di confidenza
- C.  Si accetta l'ipotesi alternativa se il valore medio è esterno all'intervallo di confidenza
- D.  L'ipotesi alternativa viene accettata se la statistica scelta all'esterno della regione di rifiuto

**ASB 13/02/12. Esercizio 1** Fornire una descrizione delle metodiche necessarie per acquisire informazioni sull'attività del sistema muscolo-scheletrico tramite la misura di potenziali elettrici. Indicare inoltre le caratteristiche dei segnali acquisiti in termini di ampiezza e frequenza.

**Esercizio 2.**

- Dare la definizione di processo stocastico e di statistica di ordine 2, mostrandone il significato sia dal punto di vista teorico che tramite esempi (sfruttando una rappresentazione grafica del processo).
- Discutere le differenze tra statistica di ordine 2 e momento di ordine 2, fornendo un esempio di quest'ultimo.
- Scegliere due statistiche del primo ordine e descrivere i passi per la loro stima a partire dall'osservazione di un processo ovvero senza conoscere la funzione densità di probabilità ma solo i campioni.

**Esercizio 3.** Si consideri il modello di regressione lineare che lega una variabile dipendente  $y$  ad una indipendente  $x$ .

I. Il modello di regressione assume che:

A.   $E(Y|X) = 0$       B.   $\eta_{y|x} = a + bx$       C.   $\eta_{y|x} = a + bx + \varepsilon$       D.   $\eta_{y|x} = y - (a + bx) = \varepsilon = 0$

II. Si supponga che l'errore abbia una deviazione standard pari a 5 e che il numero di campioni di  $y$  e  $x$  sia pari a 1000.

Nel caso si volessero determinare a priori gli estremi degli intervalli per la creazione dell'istogramma dell'errore, dire quali tra le seguenti è la coppia di valori migliore.

A.  0 e 15      B.  -15 e 15      C.  -5 e 5      D.  0 e 1000

III. Si consideri la variabile  $y$ , caratterizzata da una densità di probabilità  $f_y(y)$  e la variabile  $x$ , caratterizzata da una densità di probabilità  $f_x(x)$ , dire quali tra le seguenti condizioni è una condizione necessaria e sufficiente per l'indipendenza statistica delle variabili  $x$  e  $y$

A.   $E[xy] = 0$       B.   $f_{xy}(xy) = f_x(x)f_y(y)$   
 C.   $E[xy] = E[x]E[y]$       D.   $f_{xy}(xy) = f_x(x)$

IV. Dire quali tra le seguenti condizioni è valida nel caso di incorrelazione

A.   $\rho_{xy} = -1$       B.   $E[xy] = E[x]E[y]$       C.   $f_{xy}(xy) = f_x(x)$

**Esercizio 4.**

Consideriamo due eventi indipendenti A e B. Quali delle seguenti affermazioni è vera

- A.   $P(A|B)=P(B)$   
 B.   $P(A|B)=[P(A)+P(B)-P(A+B)]/P(A)$   
 C.   $P(A|B)=P(B|A)P(A)/P(B)$

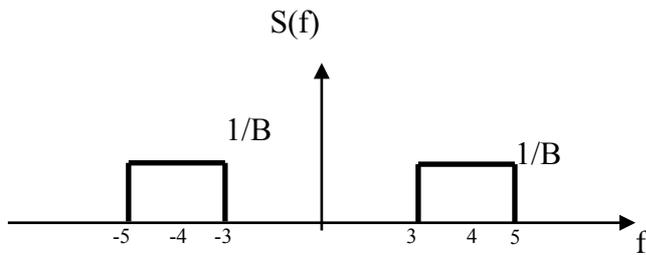
Completare la seguente tabella

	Veri Positivi	Falsi Positivi
		Veri Negativi

Dato un test con specificità pari a 0.98 e sensibilità pari a 0.99, dire quale è la probabilità che il test fornisca un risultato negativo se applicato ad un soggetto estratto casualmente da una popolazione caratterizzata dalla probabilità di malattia pari allo 0.3.

A.  68.9%      B.  0.44      C.  69.9%

**Esercizio 5** Determinare l'andamento temporale del segnale  $s(t)$  la cui Trasformata Continua di Fourier è descritta dal seguente grafico. La banda del segnale è pari a  $B=2$  Hz ed è centrata in 4 Hz.



Fare il grafico del segnale temporale per  $t$  compreso tra  $-1$  s e  $1$  s.

Discutere come variano  $S(f)$  e il segnale nel tempo per  $B$  che tende a zero.

**Esercizio 6** Si faccia il grafico nel tempo del segnale  $s(t) = e^{-\frac{t}{10}}u(t)$ .

Si supponga di volerlo campionare con un tempo di campionamento pari a  $T$ .

Dire se l'operazione implica la nascita di problemi di aliasing. In caso positivo, specificare perché insorgono tali problemi e come è possibile ridurli o evitarli.

Fare il grafico della sequenza ottenuta campionando  $s(t)$  con  $T=2$  s a partire da  $t=0$  e fino a  $t=10$  s.

Discutere in quanti modi sia possibile studiare in frequenza tale sequenza. Si forniscano i dettagli necessari per l'applicazione delle Trasformate evidenziandone il legame e fornendo i dettagli matematici per l'impostazione dell'analisi.

**Esercizio 7.**

Si consideri il sistema caratterizzato dalla seguente trasformazione ingresso uscita, applicata al segnale di ingresso  $x[n]$ :  $y_1[n] = x[n - n_0] + b$  con  $n_0$  e  $b$  costanti. Si dica se tale sistema è:

- A.  lineare e tempo variante                      B.  lineare e tempo invariante  
 C.  non lineare e tempo invariante              D.  non lineare e tempo variante

Si consideri un sistema con risposta impulsiva in figura 1. Si indichi quali dei seguenti grafici poli/zeri è compatibile con tale sistema (gli zeri sono indicati con un cerchio, i poli con una x)

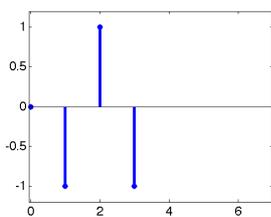
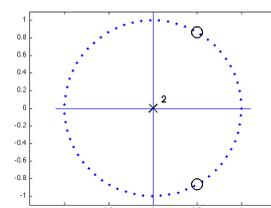
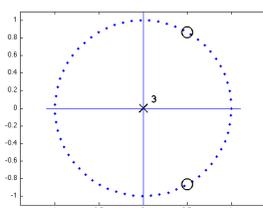


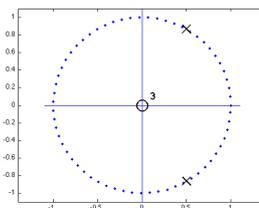
Fig. 1



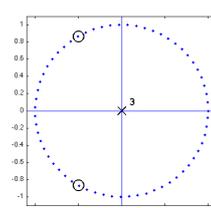
A.



B.

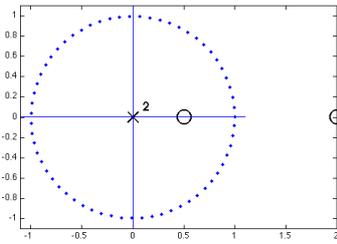


C.



D.

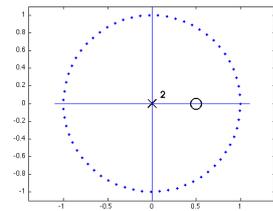
Si consideri il sistema TD caratterizzato dai seguenti poli e zeri.



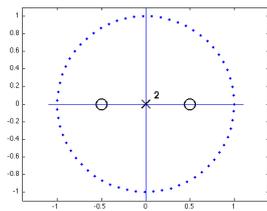
Dire se si tratta di:

- A.  IIR, passa basso      B.  IIR, passa alto      C.  FIR, passa alto      D.  FIR, passa basso

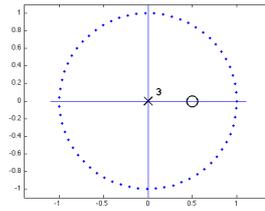
Si considerino i sistemi TD caratterizzati dai poli e zeri specificati nei grafici seguenti. Dire quale tra questi sistemi introduce in uscita un ritardo minore



A.



B.



C.

**Esercizio 8** Si vuole testare la biocompatibilità di un nuovo farmaco (indicato con B) per la applicazione a protesi vascolari a rilascio di farmaco. In particolare, tra altri parametri, viene misurato il diametro delle cellule epiteliali che aderiscono al substrato. Il valore medio del diametro delle cellule nel tessuto a rilascio del precedente farmaco (A) è pari a  $d_0 = 12 \mu\text{m}$  con una deviazione standard pari a  $2 \mu\text{m}$ .

Si esegue un test su 12 campioni per misurare l'effetto del tessuto a rilascio di farmaco B e si osserva un valore medio del diametro delle cellule epiteliali pari a 9 mm. Si vuole testare l'ipotesi che il nuovo farmaco modifichi lo sviluppo delle cellule epiteliali rispetto al farmaco precedente. Il livello di significatività per l'ipotesi nulla è 0.01.

Si indichi quale tra le seguenti affermazioni è corretta:

- A.  La statistica beta è legata alla probabilità di commettere errori del primo tipo  
 B.  La statistica beta è legata alla probabilità di commettere errori del secondo tipo  
 C.  La statistica beta è 1-alfa

Si indichi quale tra le seguenti operazioni è corretta:

- A.  Ipotizzando che la deviazione standard non venga alterata dal farmaco B, si può utilizzare la variabile standardizzata  $z$   
 B.  senza nessuna ipotesi sulla deviazione standard campionaria di B, si può utilizzare la variabile standardizzata  $z$   
 C.  Si deve usare la variabile standardizzata  $t$  di Student

L'ipotesi alternativa è

- A.   $H_a: \eta \neq \eta_0$       B.   $H_a: \eta > \eta_0$       C.   $H_a: \eta < \eta_0$

Si indichi quale tra le seguenti affermazioni è corretta:

- A.  L'ipotesi nulla viene rifiutata se la statistica scelta cade all'esterno della regione di accettazione  
 B.  L'ipotesi nulla viene rifiutata se il valore medio cade all'esterno dell'intervallo di confidenza  
 C.  Si accetta l'ipotesi alternativa se il valore medio è esterno all'intervallo di confidenza  
 D.  L'ipotesi alternativa viene accettata se la statistica scelta all'esterno della regione di rifiuto

**ASB 2/04/12 test 2. Esercizio 1** Dare la definizione di segnale biomedico spontaneo. Fornire una descrizione del sistema di acquisizione, dei valori tipici e del significato fisiopatologico del segnale Elettrocardiografico.

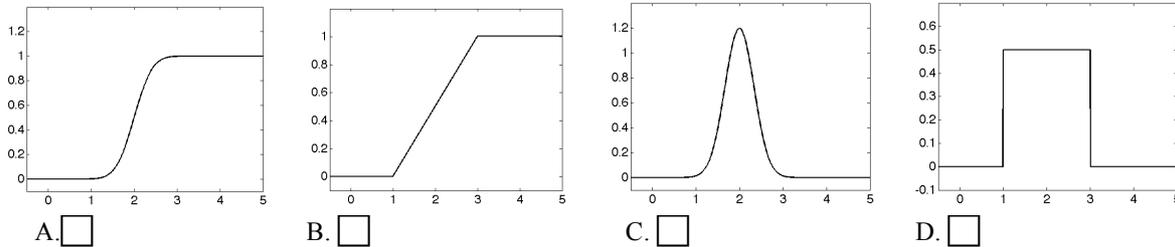
**Esercizio 2.**

Dare la definizione di processo stocastico e di statistica di ordine k, mostrandone il significato sia dal punto di vista teorico che tramite esempi (sfruttando una rappresentazione grafica del processo).

Discutere le proprietà di un sistema stazionario in senso lato. Descrivere la funzione di autocorrelazione in questo ultimo caso, fornendo esempi che ne chiariscano il significato. In particolare si chiede di legare andamenti possibili della funzione di autocorrelazione con i corrispondenti andamenti delle funzioni campione del processo.

**Esercizio 3**

I. Si indichi quali tra i seguenti andamenti descrive la funzione di distribuzione di una variabile aleatoria gaussiana



II. Quali tra le seguenti espressioni indica correttamente la densità di probabilità di una variabile aleatoria discreta

- A.   $\sum_{i=1}^k p_i x_i \delta(x - x_i)$       B.   $\sum_{i=1}^k p_i u(x - x_i)$   
 C.   $\sum_{i=1}^k p_i x_i u(x - x_i)$       D.   $\sum_{i=1}^k p_i \delta(x - x_i)$

Sia x una variabile aleatoria, caratterizzata da una densità di probabilità  $f_x(x) = 0.0997e^{-\frac{(x^2-32x+256)}{32}}$

III. Si dica quanto vale la seguente statistica  $\int_{-\infty}^{+\infty} (x - 16)^2 f_x(x) dx$

- A.  4      B.  16      C.  0

IV. Sempre considerando la densità di probabilità di cui sopra, si dica quale tra le seguenti statistiche assume valore maggiore

- A.   $\int_4^{28} f_x(x) dx$       B.   $\int_{-\infty}^{17} f_x(x) dx$       C.   $\int_{16}^{+\infty} f_x(x) dx$

**Esercizio 4.** Si consideri significato e uso della distribuzione binomiale.

I. Dato un vettore che contiene 7 numeri ottenuti dalla una distribuzione è di tipo binomiale caratterizzata da numero prove pari a 5, e probabilità di successo pari a 0.3. si consideri quale tra questi vettore è compatibile con tale descrizione

- A.  [0 0.1 0.2 0 0.9 1]  
 B.  [0 0 0 0 1 0 0]  
 C.  [0.05 0.15 0.3 0.3 0.15 0.05]  
 D.  [1 3 6 3 5 4]

II. Dato un vettore che contiene h numeri la cui distribuzione è di tipo binomiale, che significato il valore i-esimo del vettore?

- E.  è la probabilità di avere i successi  
 F.  indica la probabilità di avere successo alla i-esima prova  
 G.  indica in quale prova si è avuto successo  
 H.  il numero di successi ottenuti nell'esperimento i-esimo

III. Indicati con n il numero di prove e q la probabilità di insuccesso. Indicare qual è il valore atteso della distribuzione

- A.   $\sum_{i=1}^n q_i$       B.   $n(1 - q)$       C.   $n/2$       D.   $\frac{n(1 - q)}{2}$

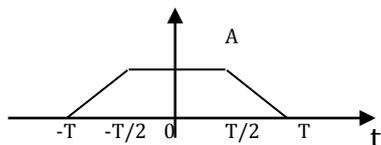
In un esperimento la probabilità di successo su una singola prova sia pari a 0.3. Si consideri un esperimento composto da 12 prove. Si calcoli:

IV. la probabilità di ottenere meno di 4 successi (arrotondata alla terza cifra decimale)

- A.  0.239      B.  0.493      C.  0.226      D.  0.479

**Esercizio 5.**

Si consideri il segnale  $s(t)$  in figura e se ne calcoli la Trasformata Continua di Fourier.  $A$  vale 2 V e  $T$  è pari a 1 s. Sfruttare le proprietà della trasformata per la soluzione.



Si consideri il segnale periodico ottenuto in questo modo

$$s_1(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} s(t - k2T)$$

Farne il grafico e discutere in quali modi ne possa essere fatta l'analisi in frequenza.

Si discuta qualitativamente l'andamento atteso in frequenza (proprietà dello spettro, simmetrie, andamento in frequenza del modulo).

Ove possibile fornire informazioni quantitative senza ricorrere a calcoli complessi (ad es. integrazione).

Ricostruire il segnale  $s_1(t)$  utilizzando solo la componente fondamentale positiva e negativa e il termine  $S_0$

**Esercizio 6** Disegnare in modulo e fase la seguente risposta in frequenza  $H(f) = \text{rect}\left(\frac{f}{2B}\right) \cos\left(\frac{2\pi f}{2B}\right)$

Stimare l'uscita al sistema quando in ingresso è presente il seguente segnale

$$x(t) = \sin(\pi B t) + 2 \cos\left(\pi \frac{B}{2} t\right)$$

Si risolva tale quesito trasformando il segnale  $x(t)$  nel dominio della frequenza e andando a stimare la trasformata dell'uscita.

Il risultato finale dovrà essere riportato nel dominio tempo.

**Esercizio 7** Si consideri il segnale  $s(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \text{rect}(t - k4) + \sin\left(\frac{2\pi}{14} t\right)$ . Si dica qual è il periodo del segnale.

- A.  4s                      B.  14 s                      C.  28 s                      D.  56 s

Si consideri il seguente segnale periodico  $s(t) = \sin(2\pi 160t) + \sin(2\pi 161t)$ . Se volessimo campionare il segnale utilizzando il criterio per segnali passa basso, qual è il tempo di campionamento massimo necessario?

- A.  0.0062                      B.  0.5                      C.  1                      D.  0.0031

Si consideri  $dt$  il tempo di campionamento ottenuto applicando il campionamento per segnali passa banda. Si consideri quale tra le seguenti affermazioni è falsa

- A.  è comunque possibile applicare il campionamento per segnali passa basso con frequenze superiori a  $1/dt$   
 B.  è possibile usare tutte le frequenze di campionamento superiori a  $1/dt$   
 C.  non è possibile applicare usare tutte le frequenze di campionamento inferiori a  $1/dt$

Sia  $s[n]$  una sequenza di 6 campioni ottenuti con una frequenza di campionamento pari a 50 Hz. Si indichi quale tra le seguenti rappresenta la corretta taratura dell'asse frequenziale, in Hz, utilizzabile applicando la TDF senza zero padding alla sequenza.

- A.  [-20.83 -12.50 -4.17 4.17 12.50 20.83]  
 B.  [-25.00 -16.67 -8.33 0 8.33 16.67]  
 C.  [-0.50 -0.33 -0.17 0 0.17 0.33]

**Esercizio 8.**

Si consideri il sistema caratterizzato dalla seguente trasformazione ingresso uscita, applicata al segnale di ingresso  $x[n]$ :

$$y_1[n] = x[n - n_0] + bn \quad \text{con } n_0 \text{ e } b \text{ costanti. Si dica se tale sistema è:}$$

- A.  lineare e tempo variante      B.  non lineare e tempo variante  
 C.  non lineare e tempo invariante      D.  lineare e tempo invariante

Si consideri il sistema TD caratterizzato dalla seguente equazione alle differenze  $y[n]=x[n]-x[n-1]+y[n-2]$ . Dire il numero condizioni iniziali necessario per determinare la risposta del sistema.

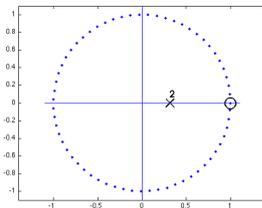
- A.  0  
 B.  1  
 C.  2

Si consideri il sistema TD caratterizzato dalla seguente equazione alle differenze  $y[n]=x[n]-x[n-1]$

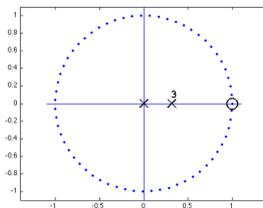
Dire se si tratta di:

- A.  IIR, passa basso      B.  IIR, passa alto      C.  FIR, passa alto      D.  FIR, passa basso

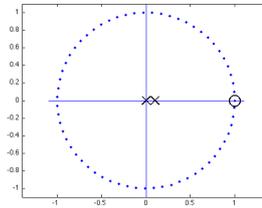
Sia dato il sistema TD descritto dalla seguente equazione alle differenze  $y[n]=x[n]-x[n-1]-0.1y[n-2]$ . Dire quali tra i seguenti grafici descrive correttamente la posizione dei poli e degli zeri nel piano di Gauss.



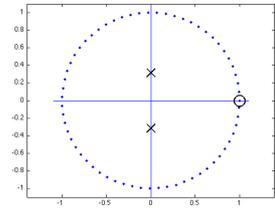
A.



B.



C.



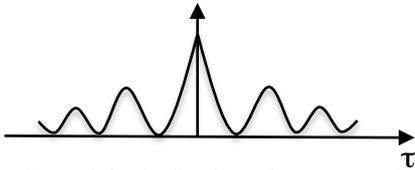
D.

**ASB 12/06/12 test 1. Esercizio 1** Descrivere le differenze tra segnale biomedico spontaneo e indotto. Riportare esempi di due segnali appartenenti a ciascuna delle due classi discutendo il principio fisico alla base della loro misura e le applicazioni cliniche.

**Esercizio 2.** In figura viene mostrato l'andamento della funzione di autocorrelazione di un processo stocastico stazionario.

Discutere anche con grafici, il significato del grafico della funzione di autocorrelazione, come possa essere ricavata, cosa rappresenta la variabile  $\tau$  e come il valore dell'ordinata è legato ai valori assunti dal processo.

Disegnare e discutere anche in maniera qualitativa gli andamenti delle funzioni campione del processo al quale possa corrispondere l'andamento della funzione di autocorrelazione mostrata in figura. In particolare dire a cosa possono essere legati i picchi presenti e per quale motivo il loro andamento è decrescente al crescere di  $\tau$ .



**Esercizio 4.** Quali tra le seguenti formule corrisponde alla sensibilità di un test diagnostico (VP veri positivi, FP falsi positivi, VN veri negativi, FN falsi negativi, m malati, s sani)

- A.   $VP/(VP+FN)$     B.   $VN/(VN+FP)$     C.   $VP/s$     D.   $VP/(m+FN)$

Completare la seguente tabella

	Veri Positivi	
	Falsi Negativi	Veri Negativi

Come è possibile creare la tabella precedente?

- A.  utilizzando il test in esame e confrontandone i risultati con uno di riferimento (gold standard)  
 B.  utilizzando esclusivamente il test di riferimento  
 C.  utilizzando specificità e sensibilità del test da collaudare

Nel contesto di un test diagnostico, cosa si intende per prevalenza?

- A.  probabilità di malattia dopo il test    B.  probabilità di malattia prima del test  
 C.  numero di soggetti malati rapportato al numero di soggetti sani

**Esercizio 4.** Si consideri il modello di regressione lineare che lega una variabile dipendente  $y$  ad una indipendente  $x$ .

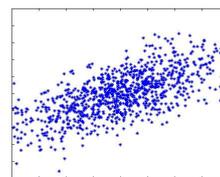
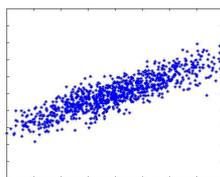
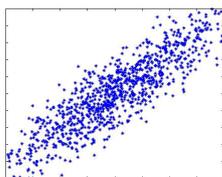
I. Il modello di regressione assume che:

- A.   $E(Y|X) = 0$     B.   $\eta_{Y|X} = a + bx + \varepsilon$     C.   $\eta_{Y|X} = a + bx$     D.   $\eta_{Y|X} = y - (a + bx) = \varepsilon = 0$

II. Si dica quali tra le seguenti espressioni descrive correttamente il legame tra il coefficiente angolare della retta,  $b$ , e il coefficiente di correlazione  $\rho$  tra la variabile dipendente e quella indipendente. Con  $\sigma_x$  e  $\sigma_y$  si indicano le deviazioni standard delle variabili indipendente e dipendente rispettivamente.

- A.   $b = \frac{\sigma_y}{\sigma_x}$     B.   $b = \frac{\rho}{\sigma_x^2}$     C.   $b = \rho$     D.   $b = \rho \frac{\sigma_y}{\sigma_x}$     E.   $b = \rho \frac{\sigma_x}{\sigma_y}$

III. Dire quali tra i seguenti scatter plot dei dati (ogni punto rappresenta una coppia di valori  $(x,y)$ ) è relativo a variabili più fortemente correlate tra loro. Le scale sono le medesime per le diverse figure.



- A.     B.     C.

IV. Quale tipo di informazioni tra variabili possiamo dedurre dal modello di regressione:

- A.  predizione    B.  causa-effetto    C.  indipendenza statistica    D.  nessuna delle precedenti

**Esercizio 5.** Utilizzando il legame tra coefficienti dello sviluppo in serie di Fourier e TCF determinare il valore dei coefficienti del segnale

$$s_1(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} s(t - kT) \quad \text{con } T = 2\tau \quad \text{dove } s(t) = \begin{cases} \frac{|t|}{\tau} & \text{per } |t| \leq \tau \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

Fare il grafico di  $s(t)$  e di  $s_1(t)$  nel dominio del tempo.

Confrontare l'andamento ottenuto dei coefficienti con quello atteso dall'analisi della forma d'onda nel tempo. Fare il grafico dei coefficienti per  $n=0, -1$  e  $1$  in funzione della frequenza.

Quali variazioni ci aspettiamo nell'andamento e nella posizione dei coefficienti nel caso di un aumento di  $T$ ?

**Esercizio 6** Dato il sistema LTI la cui risposta impulsiva vale  $h(t) = \delta(t) - 2\text{sinc}(2t)$

Stimare la risposta in frequenza e farne il grafico. Descrivere le proprietà del sistema (passa balto/alto etc., filtro a fase lineare, causale/anti-causale).

Calcolare l'uscita del sistema quando in ingresso è presente il segnale  $s(t) = \cos(3\pi t) + 2\cos(\pi t)$ .

**Esercizio 7** Si consideri il segnale  $s(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} 5e^{j\pi kt/5} + \sum_{k \neq 0, k=-\infty}^{+\infty} \frac{5}{k} e^{j\pi kt/2}$ . Si dica qual è il periodo del segnale.

- A.  5s      B.  10 s      C.  20 s      D.  40 s

Si consideri il segnale reale con banda compresa tra 11 e 14 Hz dire qual è la frequenza di campionamento utilizzabile secondo il campionamento di tipo passa banda.

- A.  28      B.  7      C.  6      D.  14

Si consideri il seguente segnale periodico  $s(t) = 1 + \sin\left(\frac{\pi}{5}t\right) + \sin\left(\frac{\pi}{6}t\right)$ , se volessimo campionare correttamente il segnale quale sarebbe il massimo passo di campionamento utilizzabile?

- A.  5 s      B.  6 s      C.  30 s      D.  2 s

Si consideri l'operatore convoluzione lineare indicato con il simbolo  $\otimes$ , e la funzione segno indicata con  $\text{sgn}[n]$ . Si indichi quale equazione è corretta.

- A.   $\sum_{i=1}^3 \delta[n-i] = [u[n] - u[n-3]] \otimes \delta[n-1]$   
 B.   $\sum_{i=1}^4 \delta[n-i] = [u[n] - u[n-3]] \otimes \delta[n-1]$   
 C.   $\delta[n-1] + \delta[n-2] = [u[n] - u[n-3]] \otimes \delta[n-1]$

**Esercizio 8.**

Sia  $s[n]$  una sequenza di 9 campioni ottenuti con una frequenza di campionamento pari a 40 Hz. Si indichi quale tra le seguenti rappresenta la corretta taratura dell'asse frequenziale utilizzabile applicando la TDF senza zero padding alla sequenza.

- A.  [-17.8 -13.3 -8.9 -4.4    0    4.4    8.9    13.3    17.8]  
 B.  [-20 -15.6 -11.1 -6.7 -2.2    2.2    6.7    11.1    15.6]  
 C.  [-160 -120 -80 -40    0    40    80    120    160]

Sia  $s[n]$  una sequenza aperiodica, e sia  $s_p[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} s(n - kN_0)$ . Quale delle seguenti affermazioni è vera:

A.  è possibile eseguire la TDF di  $s_p[n]$  e i coefficienti  $S_h$  si possono ottenere scalando e campionando opportunamente la trasformata di Fourier di  $s[n]$ ,  $S(f)$

B.  è possibile eseguire la TDF di  $s_p[n]$  e i coefficienti  $S_h$  sono uguali ad un sottoinsieme di quelli di  $S(f)$  nell'intervallo  $\left(-\frac{1}{T_0}, \frac{1}{T_0}\right)$

C.  è possibile eseguire la TDF di  $s_p[n]$  e i coefficienti  $S_h$  si possono ottenere periodicizzando con periodo  $1/T_0$  la trasformata di  $S(f)$

Si consideri una sequenza del tipo  $x[n] = u[n] - u[n-3]$ . Si ipotizzi di renderla periodica in questo modo  $x_p[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[n - kN_0]$  dove  $N_0=6$ . Quale di queste affermazioni è vera:

- A.  la TDF della sequenza, in un periodo, ha 4 campioni diversi da zero  
 B.  la TDF della sequenza, in un periodo, possiede 8 campioni diversi da zero centrati in  $k/8$  (frequenza normalizzata)  
 C.  la TDF della sequenza, in un periodo, ha 3 campioni diversi da zero

**ASB 04/07/12. Esercizio 1** Fornire una classificazione delle bioimmagini in funzione del principio fisico alla base della loro formazione. Indicare il tipo di energia utilizzata e le frequenze in gioco. Scegliere una particolare tipologia di bioimmagine discutendone l'applicazione clinica.

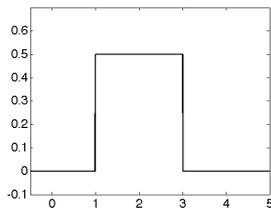
**Esercizio 2. (Questo esercizio è valutato 1.25\*30/8)** Fornire la definizione di processo stocastico e indicare un esempio di segnale biomedico che può essere studiato ricorrendo alla rappresentazione tramite tale modello statistico. Indicare la differenza tra statistica di ordine 1 e statistica di ordine 2, discutendone anche tramite esempi il significato e l'informazione che possono fornire sulle funzioni campione del processo. Fornire la definizione teorica di una statistica del secondo ordine e di come questa possa essere stimata dall'osservazione di un processo senza avere a disposizione le densità di probabilità teoriche.

**Esercizio 3**

I. Una variabile aleatoria è una funzione che

- A.  associa gli eventi a numeri reali      B.  lega il un valore di una misura ad una probabilità  
 C.  fornisce la probabilità che la misura sia minore di un valore dato

II. Data una variabile aleatoria la cui densità di probabilità è mostrata in figura



si dica quanto vale la probabilità che la variabile assuma valori minori di 1.1

- A.  0.05      B.  0.5      C.  0.55

III. Data una variabile aleatoria  $x$  con la seguente densità di probabilità

$$f_x(x) = 0.1\delta(x - 1) + 0.5\delta(x - 2) + 0.4\delta(x - 3), \text{ indicare il valore medio di tale variabile.}$$

- A.  2      B.  0.333      D.  2.3

IV. Sia  $x$  una variabile aleatoria, caratterizzata da una densità di probabilità  $f_x(x) = 0.0997e^{-\frac{x^2}{32}}$ .

Si dica quanto vale la seguente statistica  $\int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f_x(x) dx$

- A.  4      B.  16      C.  0

**Esercizio 4. (Questo esercizio è valutato 0.75\*30/8)** Si consideri il significato e l'uso della distribuzione binomiale e la sua applicabilità alla descrizione statistica di un esperimento costituito da più prove.

I. Scegliere tra le seguenti proprietà che deve essere verificata affinché ciò sia possibile

- A.  le prove devono essere dipendenti  
 B.  gli eventi sono definiti su variabili che possono assumere solo valori discreti  
 C.  gli eventi nelle diverse prove devono avere la stessa probabilità  
 D.  ogni singola prova può avere un numero arbitrario di esiti

II. Dato un vettore che contiene  $h$  numeri la cui distribuzione è di tipo binomiale caratterizzata da numero prove pari a 11, e probabilità di successo pari a 0.2, che valori può assumere il valore  $i$ -esimo del vettore?

- E.  i valori compresi tra 0 e 11  
 F.  valori compresi tra 0 e 1  
 G.  1 in caso di successo, 0 altrimenti  
 H.  numero di volte che su  $h$  numeri si è ottenuto il valore  $i$

III. In un esperimento la probabilità di successo su una singola prova sia pari a 0.3. Si consideri un esperimento composto da 12 prove. Si calcoli la probabilità di ottenere tra 1 e 4 successi

- A.  70.98%      B.  63.86 %      C.  16.00%      D.  40.75%

**Esercizio 5.** Si considerino i seguenti segnali a tempo continuo

$$s_1(t) = \cos(10\pi t) \quad \text{e} \quad s_2(t) = |\cos(10\pi t)|$$

Fare il grafico dei due segnali nel dominio del tempo

Discutere comparativamente il contenuto frequenziale dei due segnali.

Rispondere ai seguenti quesiti:

- quante componenti frequenziali sono necessarie per descrivere i segnali?
- quali sono le componenti frequenziali necessarie per descrivere i segnali?
- in quali modi è possibile determinare il contenuto frequenziale dei due segnali? In particolare si dica se e come potrebbe essere sfruttato il legame tra TCF e Serie di Fourier per determinare il contenuto frequenziale del segnale  $s_2(t)$ .

**Esercizio 6 (Questo esercizio è valutato 1.25\*30/8)** Si consideri il sistema dato dalla seguente relazione ingresso uscita

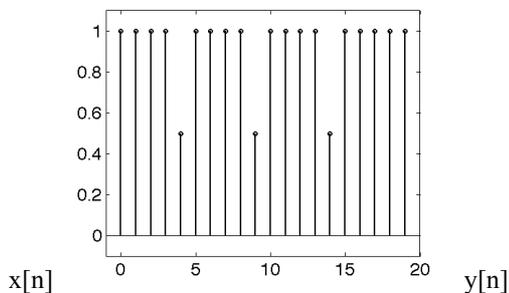
$$y(t) = \frac{x(t) - x(t - t_0)}{t_0} \quad \text{con } t_0 \text{ costante, si indichi se tale sistema sia lineare e tempo invariante. Ove possibile si stimi la}$$

risposta in frequenza del sistema, e si rappresenti in modulo e fase.

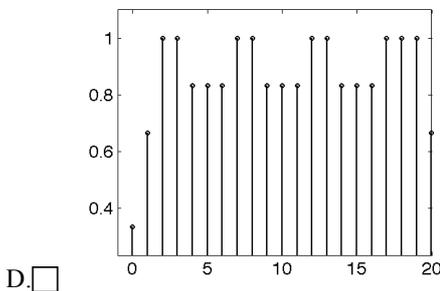
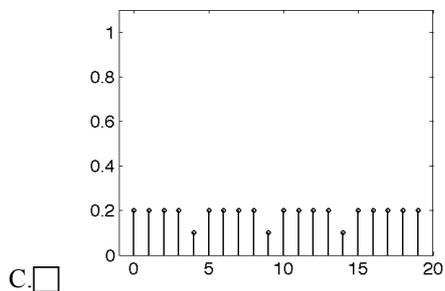
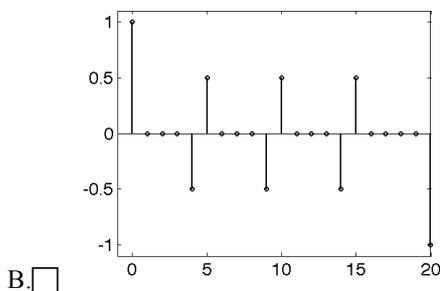
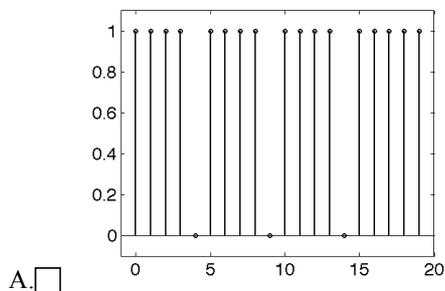
Discutere come variano le caratteristiche in frequenza del sistema al variare di  $t_0$ .

**Esercizio 7.**

Si consideri la seguente sequenza



I. Dire quale tra le seguenti è l'uscita di tale sequenza se mandata in ingresso ad un sistema di tipo passa basso



Si consideri un sistema con risposta impulsiva in figura 1. Si indichi quali dei seguenti grafici poli/zeri è compatibile con tale sistema (gli zeri sono indicati con un cerchio, i poli con una x)

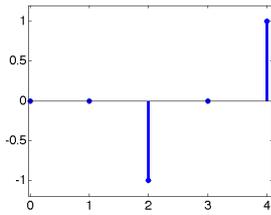
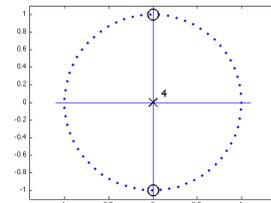
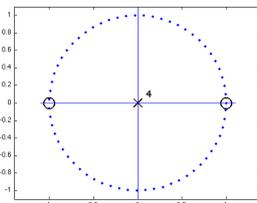


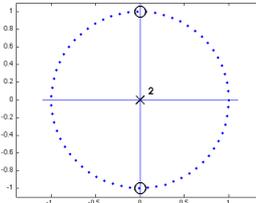
Fig. 1



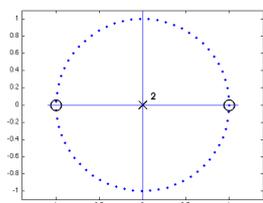
A.



B.



C.



D.

Date le seguenti risposte impulsive di sistemi a tempo discreto  $h[n]$ , si dica per quale di questi sia possibile ricavare la risposta in frequenza a partire dalla trasformata z di  $h[n]$  e ponendo  $z$  appartenente alla circonferenza di raggio unitario

A.   $h[n]=2^n u[n]$

B.   $h[n]=0.5^n u[n]-0.2^n u[-n-1]$

C.   $h[n]=0.5^n \cos(2n)u[n]$

**Esercizio 8 (Questo esercizio è valutato 0.75\*30/8)**

Si consideri il segnale  $s(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \text{rect}(t - k4) + \sum_{h=-\infty}^{+\infty} S_h e^{j2\pi h t/6}$ . Si dica qual è il periodo del segnale.

A.  6s

B.  4s

C.  12s

Si consideri il segnale reale con banda compresa tra 88 e 100 Hz dire qual è la frequenza di campionamento utilizzabile secondo il campionamento di tipo passa banda.

A.  24

B.  25

C.  200

D.  100

Si consideri il seguente segnale periodico  $s(t) = 1 + \sin\left(\frac{\pi}{5}t\right) + \sin\left(\frac{\pi}{6}t\right)$ , se volessimo campionare correttamente il segnale quale sarebbe il massimo passo di campionamento utilizzabile?

A.  5s

B.  6s

C.  30s

D.  0.5s

**ASB 24/07/12. Esercizio 1** Fornire una classificazione dei segnali biomedici in funzione della dimensionalità del dato fornendo esempi.

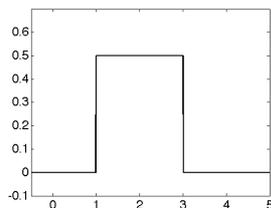
**Esercizio 2. (Questo esercizio è valutato 1.25\*30/8)** Dare la definizione di processo stocastico. Indicare cosa si intende per valore medio del processo e come questo possa essere stimato, sia utilizzando la conoscenza delle statistiche del processo, sia quando queste non sono disponibili. Fare un esempio di andamento del valore medio di un processo stocastico nei casi di non-stazionarietà e stazionarietà in senso lato.

**Esercizio 3** La funzione di distribuzione di una variabile aleatoria

A.  associa gli eventi a numeri reali      B.  lega un valore di una misura ad una probabilità

C.  fornisce la probabilità che la misura sia minore di un valore dato

I. Data una variabile aleatoria la cui densità di probabilità è mostrata in figura



si dica quanto vale la probabilità che la variabile assuma valori tra 1.2 e 2.1

A.  0.45      B.  0.5      C.  0.55

II. Data una variabile aleatoria  $x$  con la seguente densità di probabilità

$f_x(x) = 0.1\delta(x - 1) + 0.5\delta(x - 2) + 0.4\delta(x - 3)$ , indicare la deviazione standard di tale variabile.

A.  1.4142      B.  0.2944      D.  0.6403

Sia  $x$  una variabile aleatoria, caratterizzata da una densità di probabilità  $f_x(x) = 0.133e^{-\frac{(x-10)^2}{18}}$

III. Si dica quanto vale la seguente statistica  $\int_{-\infty}^{+\infty} (x - 10)^2 f_x(x) dx$

A.  9      B.  3      C.  18

IV. Sempre considerando la ddp del punto precedente si dica quale tra le seguenti statistiche assume valore maggiore

A.   $\int_0^{20} f_x(x) dx$       B.   $\int_{-\infty}^{10} f_x(x) dx$       C.   $\int_{10}^{30} f_x(x) dx$

**Esercizio 4. (Questo esercizio è valutato 0.75\*30/8)** Consideriamo due eventi indipendenti A e B. Quali delle seguenti affermazioni è vera

- A.   $P(A|B)=P(B)$   
 B.   $P(A|B)=[P(A)+P(B)-P(A+B)]/P(A)$   
 C.   $P(A|B)=P(B|A)P(A)/P(B)$

Completare la seguente tabella

	Veri Positivi	
	Falsi Negativi	Veri Negativi

Sia dato un test diagnostico tale che il numero di falsi positivi, quando applicato ad una popolazione di 3000 soggetti dei quali 750 malati, sia pari a 11 mentre il numero di falsi negativi è pari a 2. Si indichi la specificità del test (risultati approssimati alla 4<sup>a</sup> cifra decimale)

A.  0.9942      B.  0.9951      C.  0.9991      D.  0.9855

Dato un test con specificità pari a 0.99 e sensibilità pari a 0.98, dire quale è la probabilità che il test fornisca un risultato positivo se applicato ad un soggetto estratto casualmente da una popolazione caratterizzata dalla probabilità di malattia pari al 5%.

A.  5.85%      B.  0.11%      C.  0.9415%

**Esercizio 5 (Questo esercizio è valutato 1.25\*30/8)** Si consideri il sistema LTI con risposta in frequenza data da

$$H(f) = \frac{1}{j2\pi f}$$

- Si rappresentino modulo e fase di tale risposta.
- Si dica se e per quali segnali, limitati in ampiezza, l'uscita di tale sistema risulti invece non limitata

Al sistema viene mandato in ingresso il segnale  $s(t) = \cos(10\pi t) + \sin(15\pi t)$

- Si calcoli il valore dell'uscita  $y(t)$  in corrispondenza dell'ingresso  $s(t)$
- Si rappresentino modulo e fase delle trasformate dei segnali in ingresso e in uscita  $s(t)$  e  $y(t)$  rispettivamente

**Esercizio 6 (Questo esercizio è valutato 1.25\*30/8)** Si consideri il segnale tempo continuo dato da

$$s(t) = \cos(10\pi t) \text{rect}\left(\frac{t}{0.1}\right)$$

Si supponga di volerlo campionare con un tempo di campionamento pari a T.

Dire se l'operazione implichi la nascita di problemi di aliasing. In caso positivo, specificare perché insorgono tali problemi e come sia possibile ridurli o evitarli.

Fare il grafico della sequenza  $s[n]$  ottenuta campionando  $s(t)$  con  $T=0.025$ s a partire da  $t=-0.1$ s.

Dopo avere introdotto dal punto di vista teorico il legame tra la TCF di  $s(t)$  e la trasformata di Fourier (TF) della sequenza  $s[n]$ , mostrare tale legame dal punto di vista grafico. Mentre è richiesto di calcolare e rappresentare la TCF della sequenza, non è richiesta la rappresentazione grafica esatta della TF della sequenza, ma dei passi necessari per calcolarla.

**Esercizio 7(Questo esercizio è valutato 0.75\*30/8).** Si consideri il segnale periodico a tempo continuo

$$s(t) = -0.5 + \sum_{k=-\infty}^{k=+\infty} \text{rect}\left(\frac{t - k20}{10}\right)$$

Dire qual è il valore della frequenza fondamentale

- A.  0      B.  0.05      C.  0.1

Dire qual è l'ampiezza del coefficiente dello Sviluppo in Serie di Fourier per  $n=0$

- A.  0      B.  -0.5      C.  1

Dire qual è il valore della frequenza della seconda armonica con ampiezza diversa da zero

- A.  0.25      B.  0.5      C.  0.15      D.  0.1

Dati i coefficienti dello sviluppo in serie di Fourier  $S_n = R_n + jI_n$  dire quale delle seguenti proprietà viene da loro soddisfatta

- A.   $S_n = R_n$       B.   $S_n = jI_n$       C.   $S_n = -S_{-n}$

**Esercizio 8(Questo esercizio è valutato 0.75\*30/8).**

Si consideri il sistema caratterizzato dalla seguente trasformazione ingresso uscita, applicata al segnale di ingresso  $x[n]$ :

$$y_1[n] = n_0 \left\| x[n - n_0] \right\| \text{ con } n_0 \text{ costante. Si dica se tale sistema è:}$$

- A.  lineare e tempo variante      B.  non lineare e tempo variante  
 C.  non lineare e tempo invariante      D.  lineare e tempo invariante

Si consideri il sistema TD caratterizzato dalla seguente equazione alle differenze  $y[n]=x[n]-x[n-1]+y[n-3]$ . Dire il numero condizioni iniziali necessario per determinare la risposta del sistema.

- A.  0      B.  1      C.  2      D.  3

Si consideri il sistema TD caratterizzato dalla seguente equazione alle differenze  $y[n]=x[n]-0.9y[n-1]$

Dire se si tratta di:

- A.  IIR, passa basso      B.  IIR, passa alto      C.  FIR, passa alto      D.  FIR, passa basso

**ASB 11/09/12. Esercizio 1** Descrivere un sistema per l'acquisizione del segnale ECG. Fornire i valori tipici del segnale in termini di ampiezza e descriverne significato fisiologico e patologico.

**Esercizio 2.** Descrivere il modello di regressione lineare indicando le ipotesi per una corretta applicazione a dati sperimentali. Indicare le finalità dell'utilizzo di tale modello e discutere un esempio di applicazione. Specificare i criteri per la determinazione dei parametri del modello e indicare il legame esistente tra i parametri del modello e altre statistiche di una o più variabili aleatorie (i.e. coefficiente di correlazione, deviazione standard, valore medio di una variabile). Fare un grafico che rappresenti le coppie di valori di due variabili aleatorie e un possibile modello di regressione: si supponga che la variabile indipendente possa assumere solo due valori indicati rispettivamente con c e d.

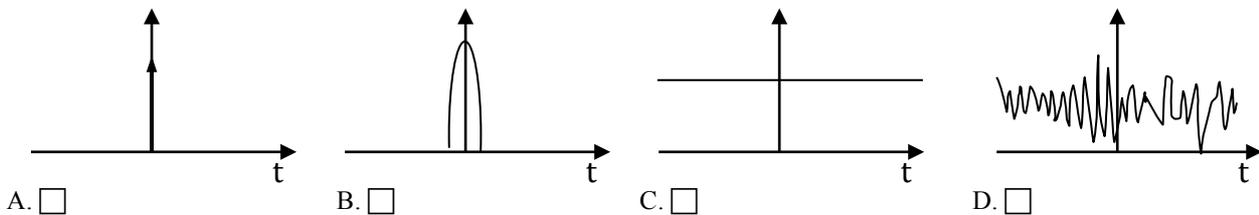
**Esercizio 3.** Si consideri la definizione di processo stocastico. Si scelga quale tra le seguenti definizioni è corretta

- A.  se fissiamo un istante di tempo t, l'insieme dei valori del processo per tale istante è una funzione deterministica
- B.  ogni realizzazione è una funzione deterministica
- C.  se fissiamo tempo ed evento otteniamo una variabile aleatoria

Dato un processo stocastico stazionario del 1° ordine e detta  $f_{X(t)}(x)$  la densità di probabilità del processo dire quali tra le seguenti affermazioni è vera

- A.   $f_{X(t)}(x) = \text{costante}$ .
- B.   $f_{X(t+\tau)}(x) = f_{X(t)}(x)$  per ogni  $\tau$
- C.   $f_{X(t_1+\tau)X(t_2+\tau)}(x) = f_{X(t_1)X(t_2)}(x)$  per ogni  $\varepsilon$

Dire quale tra i seguenti andamenti potrebbe rappresentare il valore medio di un processo stocastico stazionario in senso stretto:



Detta la  $R_x(\tau)$  la funzione di autocorrelazione di un processo stazionario in senso lato, dire quali tra queste affermazioni è falsa:

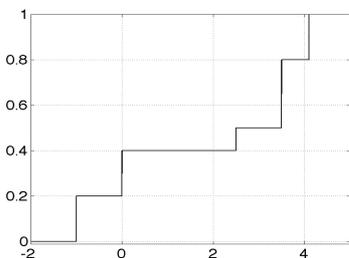
- A.   $R_x(0)$  è pari all'energia del processo
- B.   $R_x(0)$  è la potenza media statistica del processo
- C.   $R_x(0) \geq |R_x(\tau)|$

**Esercizio 3**

I. La funzione di distribuzione di una variabile aleatoria

- A.  associa gli eventi a numeri reali      B.  lega un valore di una misura ad una probabilità
- C.  fornisce la probabilità che la misura sia minore di un valore dato

II. Data una variabile aleatoria la cui funzione di distribuzione è mostrata in figura



si dica quanto vale la probabilità che la variabile assuma valori uguali o inferiori a 2

- A.  0.4
- B.  0.6
- C.  1

III. Data una variabile aleatoria x con la seguente densità di probabilità

$$f_x(x) = 0.2\delta(x + 1) + 0.1\delta(x) + 0.3\delta(x - 2) + 0.4\delta(x - 3), \text{ indicare il valore medio di tale variabile.}$$

- A.  1.6      B.  0.25      D.  1

IV. Sia x una variabile aleatoria, caratterizzata da una densità di probabilità  $f_x(x) = 0.133e^{-\frac{x^2}{18}}$ . Si dica quanto vale la seguente statistica  $\int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f_x(x) dx$

- A.  9      B.  3      C.  18

**Esercizio 5 (Questo esercizio è valutato 1.25\*30/8)** Si consideri il segnale a tempo continuo dato da

$$s(t) = \begin{cases} \cos \frac{2\pi t}{T_0} & |t| \leq \frac{T_0}{4} \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

Farne il grafico in funzione del tempo e calcolarne la Trasformata Continua di Fourier.

Si consideri adesso il segnale

$$s_p(t) = s(t) \otimes \text{rep}_{T_0}(\delta(t))$$

Se ne faccia il grafico nel tempo.

Dire come è possibile studiare il segnale  $s_p(t)$  in frequenza. Specificare quali e quante sono le componenti necessarie per rappresentarlo.

**Esercizio 6** Si consideri il sistema lineare tempo invariante la cui risposta impulsiva è data da

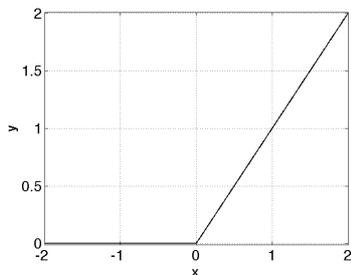
$$h(t) = e^{-\alpha t}u(t) \text{ con } \alpha \in \mathbb{R}, \alpha > 0$$

Si calcoli l'andamento temporale dell'uscita a tale sistema quando in ingresso è presente il segnale

$$s(t) = \delta(t) + \sin 4\pi t$$

**Esercizio 7**

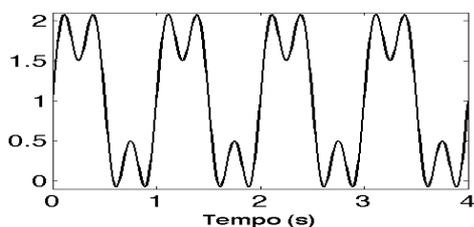
I. Si consideri un sistema a tempo continuo la cui relazione ingresso ( $x(t)$ ) uscita ( $y(t)$ ) è ricavabile dal grafico seguente. IL comportamento per  $x < -2$  e quello per  $x > 2$  è una prosecuzione con le stesse leggi di quello raffigurato.



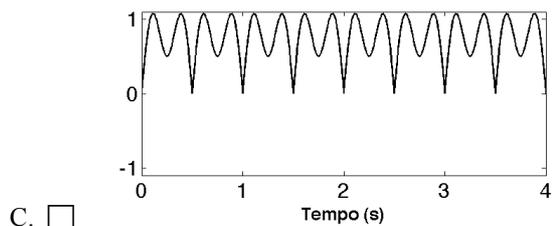
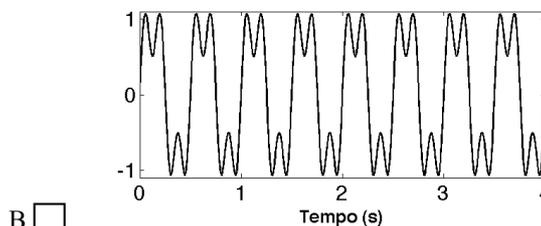
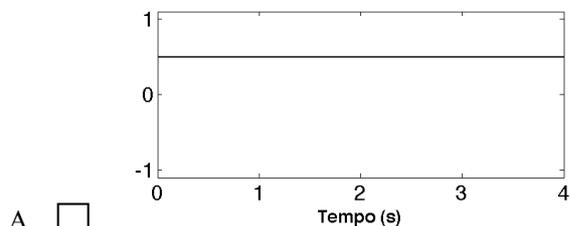
si indichi se tale sistema sia:

- A.  non lineare e tempo variante
- B.  lineare e tempo invariante
- C.  non lineare e tempo invariante
- D.  lineare e tempo variante

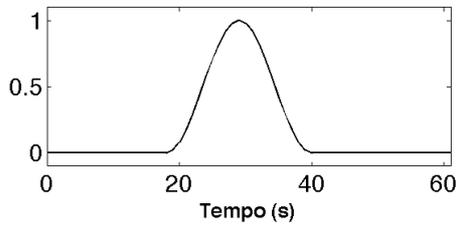
II. Si consideri il segnale nella seguente figura.



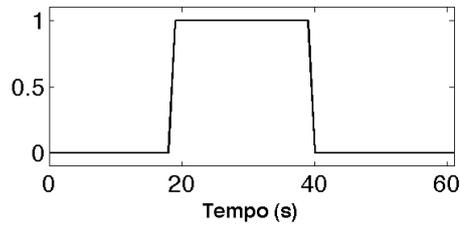
Si supponga di mandare il segnale in ingresso ad un sistema Lineare Tempo Invariante. Dire quale tra i seguenti segnali potrebbe rappresentare l'uscita di tale sistema



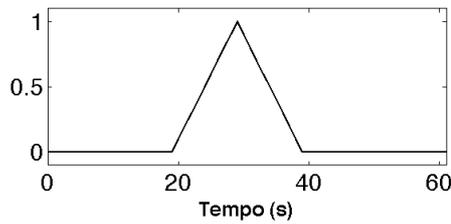
III. Si considerino le seguenti finestre e si dica quale permette, se utilizzata per la realizzazione di un filtro FIR con il metodo delle finestre, di ottenere un filtro con maggiore selettività



A.



B.



C.

IV. In seguito sono rappresentati vettori contenenti le risposte impulsive di tre sistemi TD. Si indichi quella corrispondente ad un sistema di tipo passa basso

A.  [0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0]

B.  [0 0 0 0 1 1 1 0 0 0 0 0]

C.  [0 0 0 0 1 -1.5 0.75 -0.375 0.1875 -0.0938 0.0469 -0.0234 0.0117]

**Esercizio 8 (Questo esercizio è valutato 0.75\*30/8)**

Si consideri il segnale  $s(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \text{rect}(t - k6) + \sin\left(\frac{2\pi}{14}t\right)$ . Si dica qual è il periodo del segnale.

A.  6s

B.  14 s

C.  42 s

D.  84 s

Si consideri il seguente segnale periodico  $s(t) = \sin(0.8\pi t) + \sin(0.6\pi t)$ . Se volessimo campionare il segnale utilizzando il criterio per segnali passa basso, qual è il tempo di campionamento massimo necessario?

A.  5

B.  1.25

C.  8.75

D.  2.5

Sia  $s[n]$  una sequenza di 9 campioni ottenuti con una frequenza di campionamento pari a 60 Hz. Si indichi quale tra le seguenti rappresenta la corretta taratura dell'asse frequenziale, in Hz, utilizzabile applicando la TDF senza zero padding alla sequenza.

A.  [-26.6667 -20.0000 -13.3333 -6.6667 0 6.6667 13.3333 20.0000 26.6667]

B.  [-0.5000 -0.3889 -0.2778 -0.1667 -0.0556 0.0556 0.1667 0.2778 0.3889]

C.  [-30.0000 -23.3333 -16.6667 -10.0000 -3.3333 3.3333 10.0000 16.6667 23.3333]

**ASB 12/11/12 test#1 . Esercizio 1** Dare la definizione di segnale biomedico spontaneo. Fornire una descrizione delle diverse modalità di acquisizione del segnale elettromiografico, dei valori tipici in termini di ampiezza e frequenza del segnale elettromiografico.

**Esercizio 2. (Questo esercizio è valutato 1.25\*30/8)**

Dare la definizione di processo stocastico e di statistica di ordine 2, mostrandone il significato sia dal punto di vista teorico che tramite esempi (sfruttando una rappresentazione grafica del processo).

- Discutere anche tramite esempi il significato della funzione di autocorrelazione di un processo e come questa sia legata all'andamento delle funzioni campione
- Fornire l'esempio di un esperimento in ambito biomedico che possa essere rappresentato tramite un processo stocastico.

**Esercizio 3. (Questo esercizio è valutato 0.75\*30/8)** Si consideri il modello di regressione lineare che lega una variabile dipendente  $y$  ad una indipendente  $x$ .

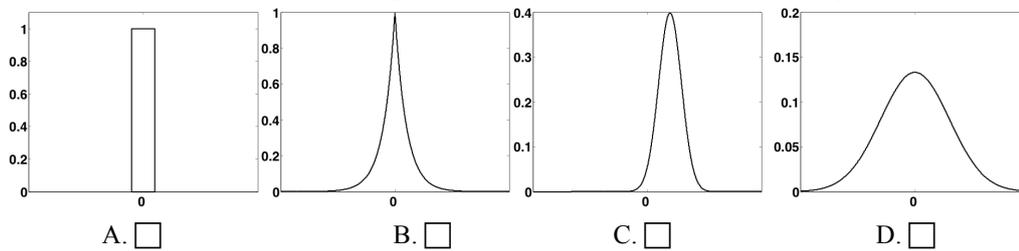
I. A parità dei parametri intercetta e pendenza, quali delle seguenti affermazioni è vera:

- A.  all'aumentare del modulo del coefficiente di correlazione tra  $x$  e  $y$ , la varianza dell'errore aumenta  
 B.  all'avvicinarsi del coefficiente di correlazione tra  $x$  e  $y$ , a 0 la deviazione standard dell'errore diminuisce  
 C.  all'avvicinarsi del coefficiente di correlazione tra  $x$  e  $y$ , a +1 la deviazione standard dell'errore diminuisce

II. Detta  $x_i$  la  $i$ -esima osservazione della variabile  $x$  in corrispondenza alla osservazione  $i$ -esima di  $y$ ,  $y_i$  si dica quale tra i seguenti è il criterio per la scelta dei parametri del modello:

- A.  minimizzare la quantità  $\sum_{i=1}^N (y_i - a - bx_i)^2$       B.  azzerare la quantità  $\sum_{i=1}^N (y_i - a - bx_i)^2$   
 C.  minimizzare la quantità  $\sum_{i=1}^N (y_i - a - bx_i)$       D.  azzerare la quantità  $\sum_{i=1}^N (y_i - a - bx_i)$

III. Supponendo la relazione tra la variabile dipendente e indipendente segua correttamente un modello di regressione lineare si individui quale tra i seguenti andamenti qualitativi dell'errore è più corretto.

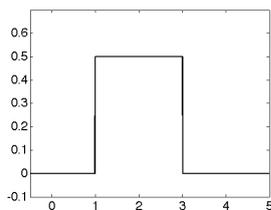


IV. Si dica quali tra le seguenti espressioni descrive correttamente il legame tra il coefficiente angolare della retta,  $b$ , e il coefficiente di correlazione  $\rho$  tra la variabile dipendente e quella indipendente. Con  $\sigma_x$  e  $\sigma_y$  si indicano le deviazioni standard delle variabili indipendente e dipendente rispettivamente.

- A.   $b = \frac{\sigma_y}{\sigma_x}$       B.   $b = \frac{\rho}{\sigma_x^2}$       C.   $b = \rho$       D.   $b = \rho \frac{\sigma_y}{\sigma_x}$       E.   $b = \rho \frac{\sigma_x}{\sigma_y}$

**Esercizio 4**

I. Data una variabile aleatoria la cui densità di probabilità è mostrata in figura



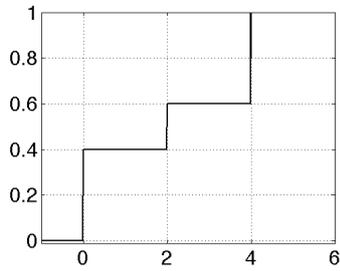
si dica quanto vale la probabilità che la variabile assuma valori maggiori di 2.1

- A.  0.45      B.  0.5      C.  0.55

II. Data una variabile aleatoria la cui densità è quella del punto I. si indichi qual è la probabilità che la variabile assuma valori inferiori a 4

- A.  1      B.  0.5      C.  0

III. Data una variabile aleatoria la cui funzione di distribuzione è mostrata in figura



si dica quanto vale la probabilità che la variabile  
assuma valori uguali o inferiori a 3.5

- A.  0.6  
 B.  0.27  
 C.  1

IV. Data una variabile aleatoria  $x$  con la seguente densità di probabilità

$$f_x(x) = 0.1\delta(x + 1) + 0.5\delta(x) + 0.4\delta(x - 2), \text{ indicare varianza di tale variabile.}$$

- A.  1.21      B.  5.07      D.  1.34      E.  1.1

**Esercizio 5** Si consideri il segnale a tempo continuo dato da

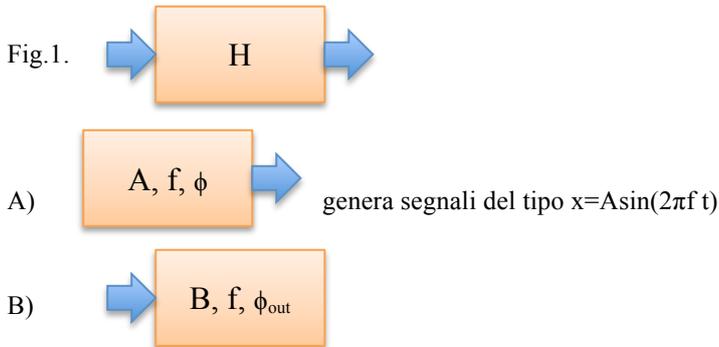
$$s(t) = \text{sinc}\left(\frac{t - T_1}{T_1}\right) \cos\left(\frac{8\pi t}{T_1}\right)$$

Farne il grafico in funzione del tempo e calcolarne la Trasformata Continua di Fourier.

Calcolare e rappresentare modulo e fase della Trasformata.

Discutere come varia il segnale e il suo contenuto frequenziale al variare di  $T_1$

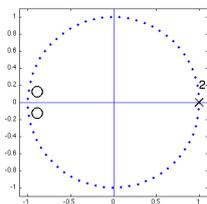
**Esercizio 6 (Questo esercizio è valutato 1.25\*30/8)** Si consideri il sistema lineare e tempo invariante in figura 1, del quale non si conosce la risposta in frequenza. Dopo aver fornito una definizione di risposta in frequenza, si indichi come sia possibile stimarne il **modulo** avendo a disposizione il generatore di forme d'onda in A) in grado di generare onde sinusoidali a frequenza, ampiezza, e l'oscilloscopio B) in grado di misurare il segnale in uscita permettendo di stimarne ampiezza, frequenza e ritardo rispetto all'ingresso.



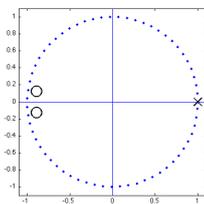
Si discutano inoltre le differenze di comportamento in frequenza tra un sistema non lineare e uno lineare, anche tramite esempi.

**Esercizio 7.**

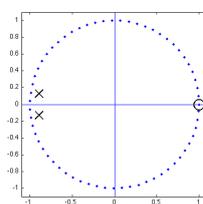
I. Data il sistema tempo discreto descritto dalla seguente equazione alle differenze  $y[n] = x[n-1] - x[n-2] - 1.782y[n-1] - 0.81y[n-2]$ , si dica quali dei seguenti grafici rappresenta la posizione dei poli e degli zeri della funzione di trasferimento del filtro nel piano di Gauss (con "o" si indicano gli zeri, con "x" i poli)



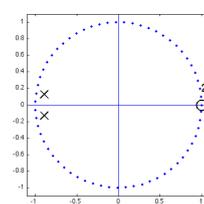
A.



B.



C.



D.

II. Si consideri un sistema con risposta impulsiva in figura 1

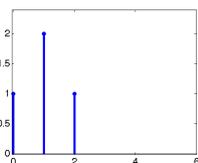


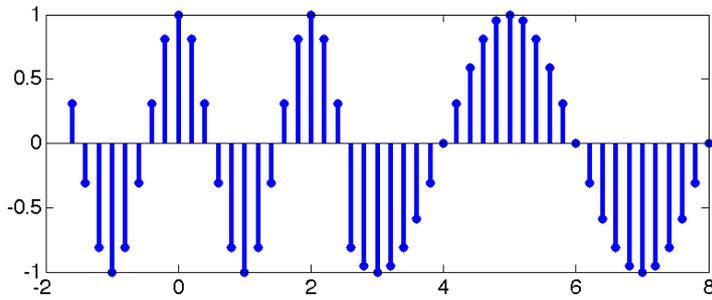
Fig. 1

Si indichi se il sistema è di tipo

A.  passa basso

B.  passa alto

C.  passa banda



III. Dire quale tipo di filtro potrebbe essere usato per rilevare la discontinuità presente poco dopo 2 s, nel segnale della figura precedente

- A.  passa basso con frequenza di taglio inferiore a 0.6 Hz  
 B.  passa alto con frequenza di taglio superiore a 0.3 Hz  
 C.  passa alto con frequenza di taglio superiore a 0.6 Hz  
 C.  passa basso con frequenza di taglio inferiore a 0.3 Hz

IV. Date le seguenti risposte impulsive di sistemi a tempo discreto  $h[n]$ , si dica per quale di questi sia possibile ricavare la risposta in frequenza a partire dalla trasformata  $z$  di  $h[n]$  e ponendo  $z$  appartenente alla circonferenza di raggio unitario

- A.   $h[n]=0.9^n \cos(n)u[n]$                       B.   $h[n]=0.3^n u[-n-1]$   
 C.   $h[n]=1.1^n \cos(2n)u[n]$

**Esercizio 8 (Questo esercizio è valutato 0.75\*30/8)**

I. Si consideri l'operatore convoluzione lineare indicato con il simbolo  $\otimes$ , dire quale tra le seguenti affermazioni è vera

- A.   $\sum_{k=0}^2 x[n-k] = [u[n] - u[n-3]] \otimes x[n]$       B.   $\sum_{k=0}^2 x[n-k] = [\delta[n] - \delta[n-3]] \otimes x[n]$   
 C.   $\sum_{k=0}^2 x[n-k] = [u[-n] - u[3-n]] \otimes x[n]$

II. Si consideri il seguente segnale periodico  $s(t) = 1 + \sin\left(\frac{\pi}{3}t\right) + \sin\left(\frac{\pi}{4}t\right)$ , se volessimo campionare correttamente il segnale quale sarebbe il massimo passo di campionamento utilizzabile?

- A.  12 s                      B.  2 s                      C.  4 s                      D.  3 s

III. Sia dato un segnale con banda compresa tra 85 e 110 kHz si indichi qual è la minima frequenza di campionamento utilizzabile

- A.  50 kHz                      B.  220 kHz                      C.  55 kHz

IV. Sia  $s[n]$  una sequenza di 11 campioni ottenuti con una frequenza di campionamento pari a 30 Hz. Si indichi quale tra le seguenti rappresenta la corretta taratura dell'asse frequenziale, in Hz, utilizzabile applicando la TDF senza zero padding alla sequenza.

- A.  [-15.0000 -12.2727 -9.5455 -6.8182 -4.0909 -1.3636 1.3636 4.0909 6.8182 9.5455 12.2727]  
 B.  [-13.6364 -10.9091 -8.1818 -5.4545 -2.7273 0 2.7273 5.4545 8.1818 10.9091 13.6364]  
 C.  [-0.5000 -0.4091 -0.3182 -0.2273 -0.1364 -0.0455 0.0455 0.1364 0.2273 0.3182 0.4091]