Compito di Comunicazioni Elettriche del 28 Gennaio 1997

Nel sistema descritto in figura, il segnale messaggio $m(t)$ ha banda $B = 4\,\mathrm{kHz}$ e densità di probabilità:

$$p_m(m) = \begin{cases} A\,\mathrm{e}^{-|m|} & \text{per } -5\mathrm{V} < m < 5\mathrm{V} \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

All'interno del modulatore PCM il segnale viene campionato con cadenza $T_N = 125\,\mu s$, quantizzato su 256 livelli e codificato con simboli binari. I simboli trasmessi si suppongono equiprobabili ed indipendenti. Il segnale numerico così ottenuto, viene utilizzato per modulare in fase una portante avente frequenza $f_0 = 1\,\mathrm{MHz}$. Il segnale modulato è descritto dalla seguente equazione:

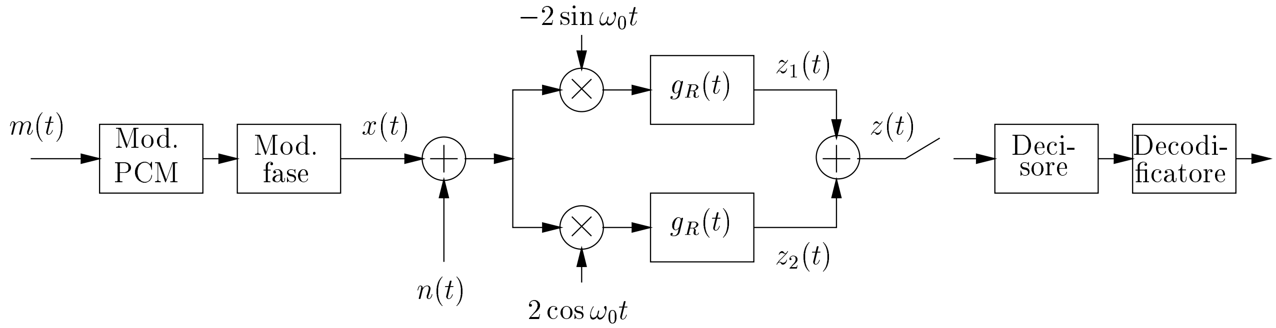
$$x(t) = V_0 \sum_i p(t - iT) \cos(\omega_0 t + \Phi_i)$$

con $V_0 = 1\,\mathrm{V}$ e:

$$\Phi_i = \begin{cases} \pi/4 & \text{se viene trasmesso } -1 \\ 5\pi/4 & \text{se viene trasmesso } \quad 1 \end{cases}$$

Il rumore $n(t)$ è gaussiano con densità spettrale di potenza:

$$S_n(f) = \begin{cases} 2.5 \times 10^{-2} & \text{per } |f| < 2f_0 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$



1. Si determini il valore della costante A e si calcoli la potenza media di $m(t)$. Si valuti inoltre la densità di probabilità e la potenza media del rumore di quantizzazione introdotto nel modulatore PCM.

2. Si dimensionino $p(t)$ e $g_R(t)$ in modo che il sistema sia ottimo (assenza di interferenza intersimbolica e massimo rapporto segnale rumore al campionatore) ed occupi la banda minima.

3. Si calcoli la probabilità di errore al decisore. Si determini inoltre l'errore quadratico medio sul segnale ricostruito dovuto al rumore termico.
Si ricordi che per $x > 4$:

$$\mathrm{Q}(x) \approx \frac{1}{x\sqrt{2\pi}}\mathrm{e}^{-x^2/2}$$