

### ANALISI DEL CONTATTO SFERA-PIANO

Si analizzi il contatto tra una sfera ed un piano semi-infinito, come da figura 1, determinando:

- l'ampiezza dell'area di contatto
- l'andamento della pressione di contatto
- lo stato di tensione nei due corpi in contatto

Dati del problema:

- Diametro sfera ( $D$ ) = 10 mm
- Carico massimo applicato ( $P$ ) = 400 N
- Modulo elastico materiale sfera e piano ( $E$ ) = 206000 MPa
- Coefficiente di Poisson dei due materiali ( $\nu$ ) = 0.3

Secondo la teoria di Hertz, la dimensione dell'area di contatto nel caso specifico è data da:

$$a = 0.908 \sqrt[3]{\frac{P\Delta}{2/D}}$$

dove:

$$\Delta = 2 \left( \frac{1-\nu^2}{E} \right)$$

mentre il valore della massima pressione di contatto è dato da:

$$p_0 = 0.578 \sqrt[3]{\frac{P(2/D)^2}{\Delta^2}}$$

L'andamento normalizzato delle principali componenti di tensione agenti nella lastra piana (sul prolungamento dell'asse verticale della sfera) in funzione della distanza dalla superficie è riportato nella Fig. 2.

Un modello suggerito per l'analisi del problema è mostrato nella Fig. 3. Esso fa uso di elementi "gap" del tipo "surface-to-surface".

Il file di ingresso per l'ottenimento del modello è riportato in Appendice. In tale file, notare in particolare:

- L'impiego del comando ESURF per la generazione automatica degli elementi di contatto
- L'impiego dei comandi PATH per la creazione di un grafico delle tensioni in funzione della profondità
- L'impiego delle variabili dimensionate (\*DIM) per la creazione di grafici in cui si confrontano previsioni teoriche e valori calcolati (\*VPLOT)
- L'uso del comando MULTIPRO per la creazione di finestre di ingresso
- L'impiego dei comandi LESIZE e KREFINE per ottenere una mesh opportunamente infittita nella zona di contatto

Avvertenza: per visualizzare correttamente la zona di contatto è necessario far rappresentare gli spostamenti in vera grandezza (Plo Controls ---- > Displacement Scaling)

Ulteriori analisi: utilizzare per i materiali un modello di comportamento elasto-plastico.

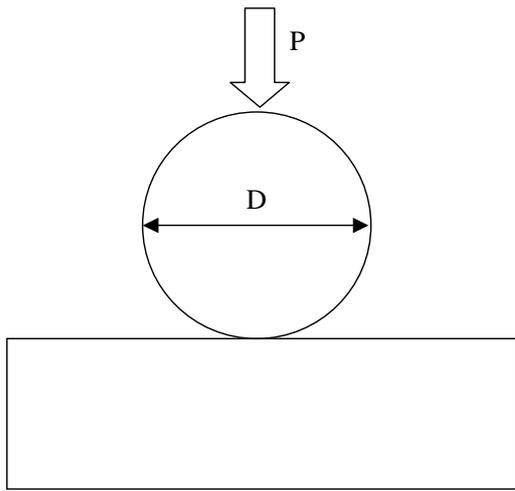


Fig. 1

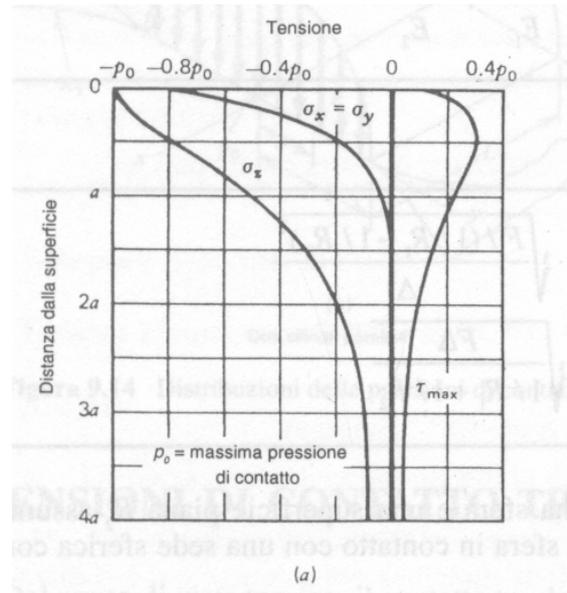


Fig. 2 (Asse Z = asse sfera)

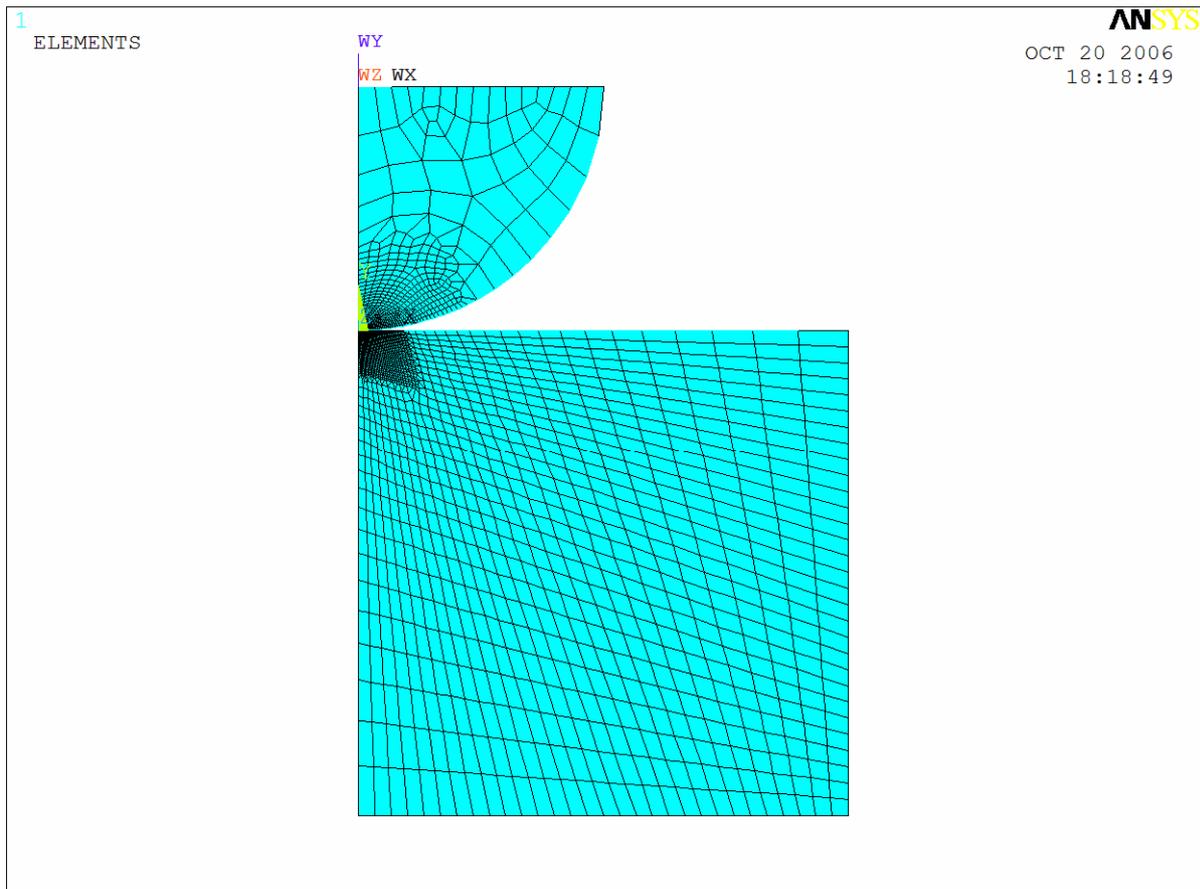


Fig. 3 – Mesh suggerito

## APPENDICE : FILE DI INGRESSO

```
C***
C*** ANALISI DI CONTATTO HERTZIANO SFERA PIANO
C***
FINISH
/CLEAR
/PREP7

MULTIPRO,'start',9
*CSET,1,3,D,'Diametro sfera [m] ',0.01
*CSET,4,6,RP1,'Altezza piano/diametro ',1
*CSET,7,9,RP2,'Larghezza piano/diametro ',1
*CSET,10,12,NR,'N. elementi su raggio sfera ',15
*CSET,13,15,SP1,'Fatt.incr. elem. da zona cont. ',20
*CSET,16,18,FR1,'Fattore infitt. zona cont. ',1
*CSET,19,21,DR1,'N. elem. per infitt.',10
*CSET,22,24,PMAX,'Carico massimo [N] ',400
*CSET,25,27,NSTP,'N. load step ',10
MULTIPRO,'end'

MULTIPRO,'start',4
*CSET,1,3,ES,'Modulo Young sfera [Pa] ',206000e6
*CSET,4,6,NIS,'Coeff. di Poisson sfera ',0.3
*CSET,7,9,EP,'Modulo Young piano [Pa] ',206000e6
*CSET,10,12,NIP,'Coeff. di Poisson piano',0.3
MULTIPRO,'end'

PI=3.14157

H=RP1*D      !Altezza del piano nel modello
B=RP2*D      !Larghezza del piano nel modello
              !NR= Numero di elementi nella sfera in senso radiale
              !SP1 = fATTORE DI SPAZIATURA PER LA DIMENSIONE DEGLI ELEMENTI A PARTIRE DAL
PUNTO DI CONTATTO
NC=NR*PI/2   !Numero di elementi nella sfera sulla superficie esterna
NH=NR*RP1*2  !!Numero di elementi verticali nel piano
NB=NR*RP2*2  !Numero di elementi ORIZZONTALI nel piano
              !FR1 = fattore di riduzione della dimensione degli elementi all'apice della zona di contatto
              !DR1 = N° di elementi nella zona di contatto influenzati dalla revisione
              !PMAX = Carico massimo applicato
              !NSTP = n. step di carico

C*** variabili dimensionate per output
C***
*DIM,RISU,TABLE,NSTP,5

*DO,IJK,1,NSTP
  RISU(IJK,0)=IJK
*ENDDO
*DO,IJK,1,5
  RISU(0,IJK)=IJK
*ENDDO

C*** MATERIALE SFERA
MP,EX,1,ES
mp,nuxy,1,NIS

C*** MATERIALE PIANO
```

MP,EX,2,EP  
mp,nuxy,2,NIP

C\*\*\* TIPI DI ELEMENTO

ET,1,42,,,1 ! Elemento assialsimmetrico

ET,2,169 ! Target element

ET,3,171,,,,,3 ! Contact element

C\*\*\*ET,3,175,,,,,3 ! Contact element

C\*\*\* COSTRUZIONE MODELLO

wplane,,0,d/2,

PCIRC,0,D/2,-90,0 ! Sfera

RECTNG,0,B,-D/2,-(D/2+H) ! Piano

C\*\*\* IMPOSTAZIONE SUDDIVISIONE LINEE

asel,,area,,1,1 ! Arco della sfera

lsla

lsel,r,loc,x,D/2/1000,D/2\*0.999

LSEL,R,LOC,Y,D/2/1000,D/2\*0.999

\*GET,LNN,LINE,0,NUM,MAX

\*GET,KP1,LINE,LNN,KP,1

XP1=KX(KP1)

\*IF,XP1,LT,D/2/1000,THEN

LESIZE,ALL,,90/NC,,SP1

\*ELSE

LESIZE,ALL,,90/NC,,1/SP1

\*ENDIF

lsel,,loc,x,-1,D/2/1000

! Linea verticale sfera

lsel,r,loc,y,0,d/2

\*GET,LNN,LINE,0,NUM,MAX

\*GET,KP1,LINE,LNN,KP,1

YP1=KY(KP1)

\*IF,YP1,LT,D/2/1000,THEN

lesize,all,,nr,SP1

\*ELSE

lesize,all,,nr,1/SP1

\*ENDIF

lsel,,loc,y,d/2\*0.999,d

! Linea orizzontale sfera

lesize,all,,nr

lsel,,loc,y,-d/2/1000,d/2/1000

! Linea orizzontale superiore piano

\*GET,LNN,LINE,0,NUM,MAX

\*GET,KP1,LINE,LNN,KP,1

XP1=KX(KP1)

\*IF,XP1,LT,D/2/1000,THEN

lesize,all,,nB,SP1

\*ELSE

lesize,all,,nB,1/SP1

\*ENDIF

lsel,,loc,x,-1,D/2/1000

! Linea verticale sinistra piano

lsel,r,loc,y,-H,0

```
*GET,LNN,LINE,0,NUM,MAX
*GET,KP1,LINE,LNN,KP,1
YP1=KY(KP1)
*IF,YP1,LT,D/2/1000,THEN
  lesize,all,,,nH,SP1
*ELSE
  lesize,all,,,nH,1/SP1
*ENDIF
```

```
c***ksel,,loc,x,-1,d/2/1000
C***ksel,r,loc,y,-d/2/1000,d/2/1000
C***ksize,,d/2/nr/FR1
```

```
C*** MESH
C***
```

```
alls
mshkey,2      ! mapped, se possibile
mshape,0      ! elementi quadrilateri
```

```
TYPE,1        ! MESH SFERA
MAT,1
AMESH,1
```

```
MAT,2         ! MESH PIANO
AMESH,2
```

```
C*** RAFFINAMENTO MESH NELLA ZONA DI CONTATTO
```

```
ksel,,loc,x,-1,d/2/1000
ksel,r,loc,y,-d/2/1000,d/2/1000
KREFINE,ALL,,,fr1,dr1,clean
```

```
C*** CREAZIONE ELEMENTI DI CONTATTO
```

```
asel,,area,,1,1          ! SFERA (TARGET)
lsla
lsel,r,loc,x,D/2/1000,D/2*0.999
LSEL,R,LOC,Y,D/2/1000,D/2*0.999
NSLL
TYPE,2
ESURF
```

```
lsel,,loc,y,-d/2/1000,d/2/1000      ! PIANO (CONTACT)
NSLL
TYPE,3
ESURF
```

```
ALLS
```

```
Nsel,,loc,x,-1,d/2/1000
Nsel,r,loc,y,-d/2/1000,d/2/1000
CP,NEXT,UY,ALL
```

```
C*** SOLUZIONE
/SOLU
```

```
C*** VINCOLI E CARICHI
NSEL,Y,-H*1.001,-H*0.999      !Vincolo sotto il piano
```

D,ALL,UY,0  
NALL

DELT = 2\*(1-NIP\*\*2)/EP

\*DO,IJK,1,NSTP  
TIME,IJK  
NSEL,,LOC,Y,D/2\*0.999,D/2\*1.001  
CDSF=PMAX/(PI\*D\*\*2/4)\*IJK/NSTP  
SF,ALL,PRESS,CDSF !Carico imposto  
RISU(IJK,1)=CDSF  
AAA=0.908\*(PMAX\*IJK/NSTP\*DELT\*D/2)\*\*(1/3)  
P0=0.578\*(PMAX\*IJK/NSTP/D/D\*4/DELT/DELT)\*\*(1/3)  
RISU(IJK,2)=AAA  
RISU(IJK,4)=P0  
ALLS

NSUBST,30 !N° substep  
AUTOTS,ON !Ottimizzazione substep  
KBC,0 !Variazione lineare del carico nei substep

OUTRES,ALL,ALL  
NEQIT,30 !N° massimo di iterazioni

LSWRITE,IJK

\*ENDDO

LSSOLVE,1,NSTP  
FINISH

/POST1  
SET,LAST

C\*\*\* Grafico delle tensioni in funzione della profondità  
PATH,PIPP0,2,,100  
PPATH,1,,0,0  
PPATH,2,,0,-H\*0.1  
PDEF,SY,S,Y  
PDEF,SX,S,X  
PLPATH,SY,SX

\*ASK,IFLAG,RETURN PER CONTINUARE

C\*\*\* LETTURA DELLE DIMENSIONI DELLA ZONA DI CONTATTO CALCOLATA  
C\*\*\* E DELLA RELATIVA PRESSIONE MASSIMA  
C\*\*\*

\*DO,IJK,1,NSTP  
SET,IJK ! Pressione massima  
ASEL,,AREA,,2,2  
ESLA  
NSLE  
NP1=NODE(0,0,0)  
\*GET,PMX,NODE,NP1,S,Y  
RISU(IJK,5)--PMX  
alls

ESEL,,TYPE,,3,3 ! dimensione area di contatto  
NSLE  
NSEL,R,CONT,PRES,-PMX/1000,-PMX\*2  
\*GET,CLDIST,NODE,0,MXLOC,X  
RISU(IJK,3)=CLDIST

ALLS

\*ENDDO

C\*\*\* VISUALIZZAZIONE GRAFICI DELLE GRANDEZZE CALCOLATE E TEORICHE  
C\*\*\* IN FUNZIONE DEL CARICO

/AUTO  
/VIEW,,0,0,1  
/GCOLUMN,1,THEORETICAL  
/GCOLUMN,2,CALCULATED  
/AXLAB,X,LOAD [N]

C\*\*\* Area di contatto  
/AXLAB,Y,CONTACT RADIUS [mm]  
\*VPLOT,RISU(1,1),RISU(1,2),3  
/REPLOT  
\*ASK,DUMMY,Return per continuare

C\*\*\* Pressione massima  
/AXLAB,Y,CONTACT PRESSURE [Pa]  
\*VPLOT,RISU(1,1),RISU(1,4),5  
/REPLOT