

**FORM FINDING E OTTIMIZZAZIONE  
DEL BUCKLING DI GRID SHELLS  
CON L'UTILIZZO DI ALGORITMI  
GENETICI**

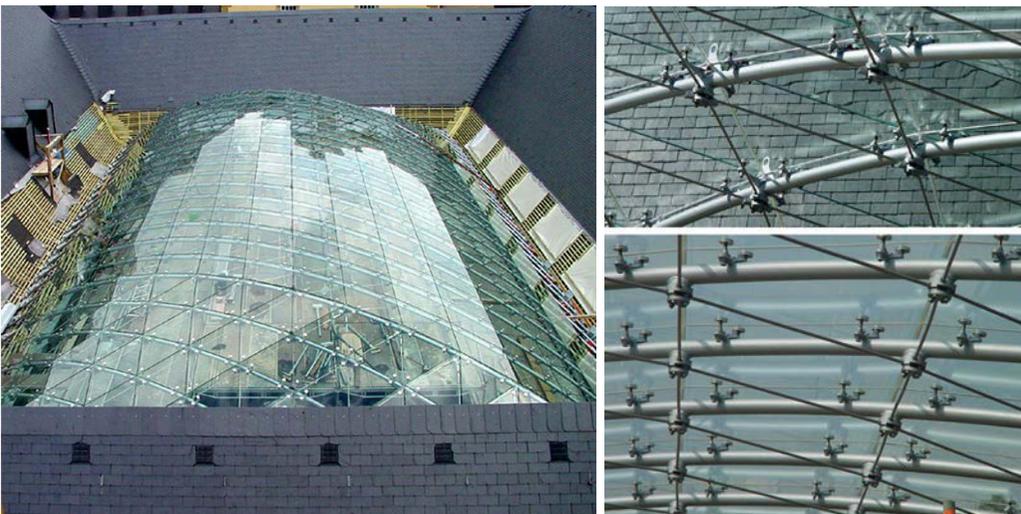
# GRID SHELL /// 01

*“Una grid shell (gitterschale in tedesco) è una struttura di barre, curva nello spazio. Le barre formano una griglia piana con maglia rettangolare e distanza costante tra ciascun nodo. La forma della grid shell è ottenuta per inversione di una rete sospesa. Nel modo in cui una griglia sospesa dà la curva ideale di un arco senza flessione, così l'inversione della rete conduce ad una forma funicolare nella quale il grid shell non presenta flessione.”*

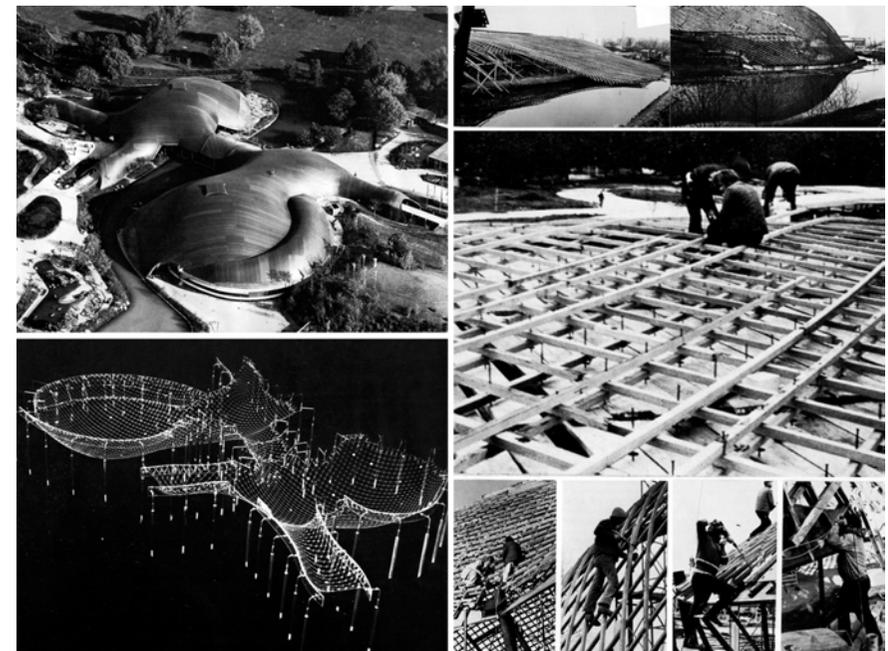
FREI OTTO



Schlaich Bergemann und Partnerers, Swimming Bath Aquatoll, Neckarsulm, 1989

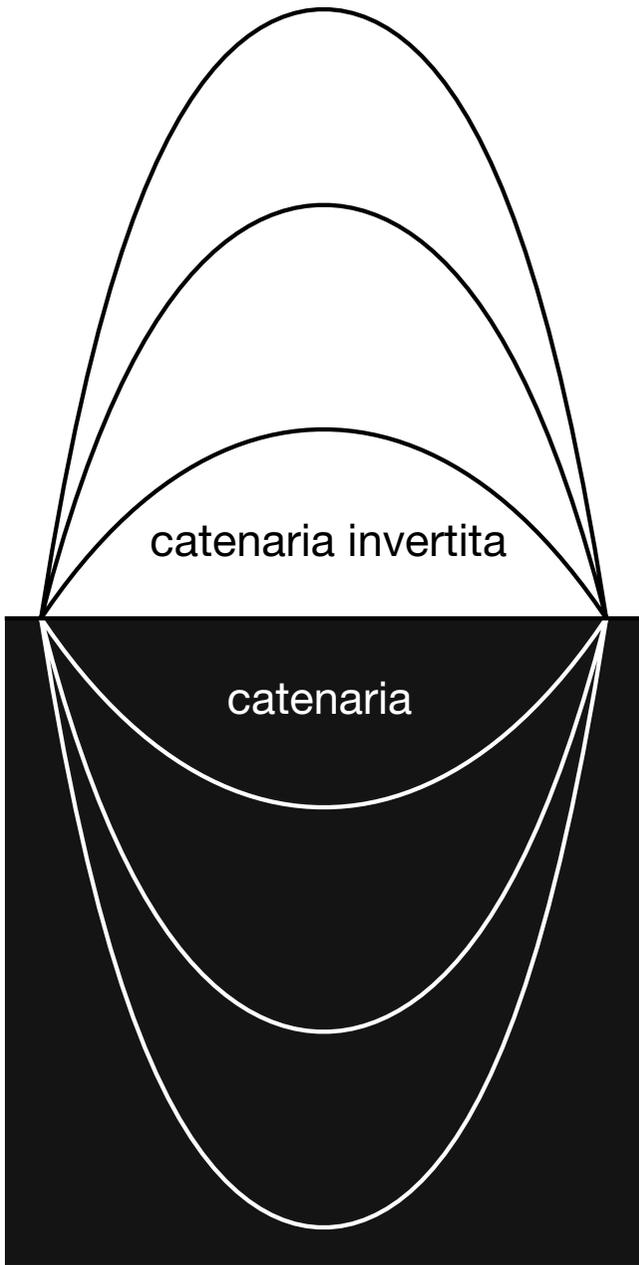


RFR, Copertura del chiostro dell'abbazia di Neumunster, Neumunster, 2002



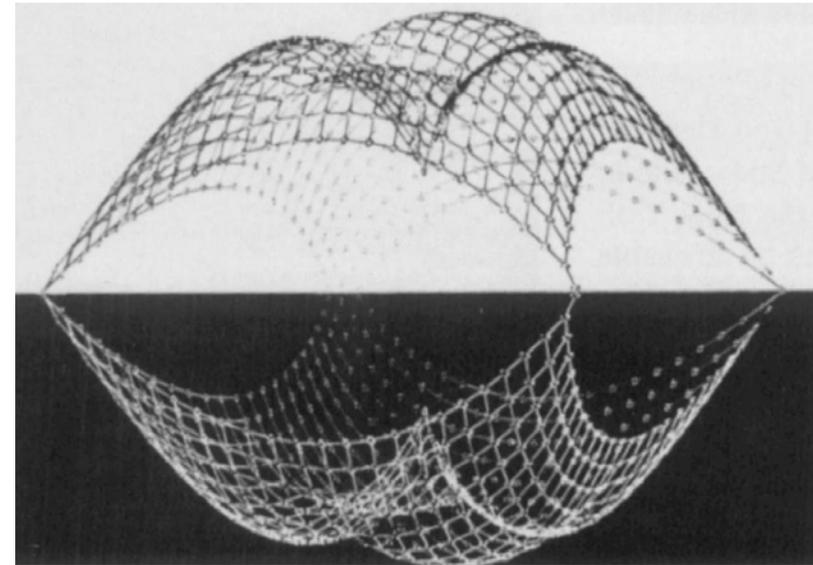
Frei Otto, Multihalle Exhibition Garden, Mannheim, 1968

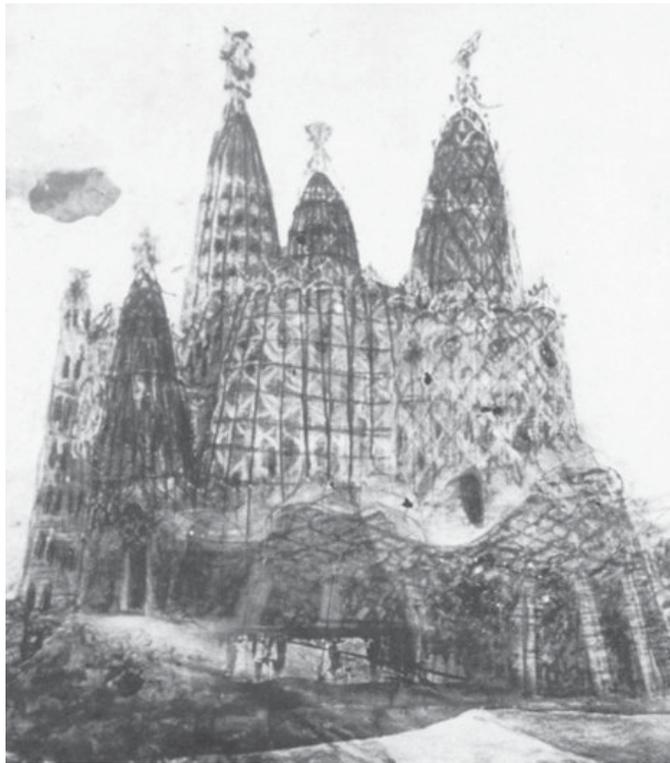
# FORM-FINDING /// 02



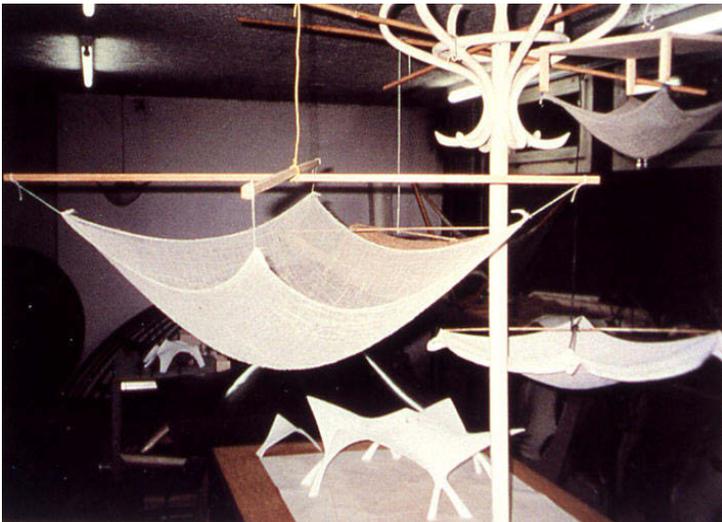
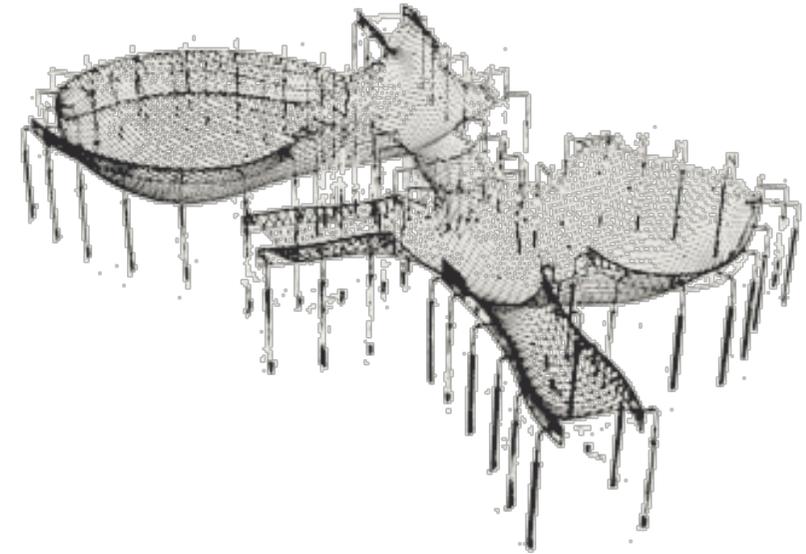
La catenaria è la curva secondo cui si dispone una fune che supponiamo omogenea, flessibile e non estendibile, appesa a due punti estremi, che sia lasciata pendere soggetta soltanto al proprio peso. Invertendo tale forma, in considerazione del fatto che una catenaria ha la proprietà di avere in ogni suo punto una distribuzione uniforme del suo peso totale, si ottiene una geometria resistente per forma.

Lo stesso principio può essere adottato per ottenere delle geometrie più complesse. Partendo da una maglia piana deformabile, vincolata opportunamente, sottoposta alla forza di gravità, si ottiene una geometria che, se invertita, corrisponde alla funicolare del sistema di forze relativo alla particolare combinazione di carichi introdotta nel modello.





Antonio Gaudi, Colonia Güell



Heinz Isler: modelli fisici per l'inversione delle membrane tese (sinistra)  
Deitingen Service Station, Deitingen, Svizzera, 1968 (destra)

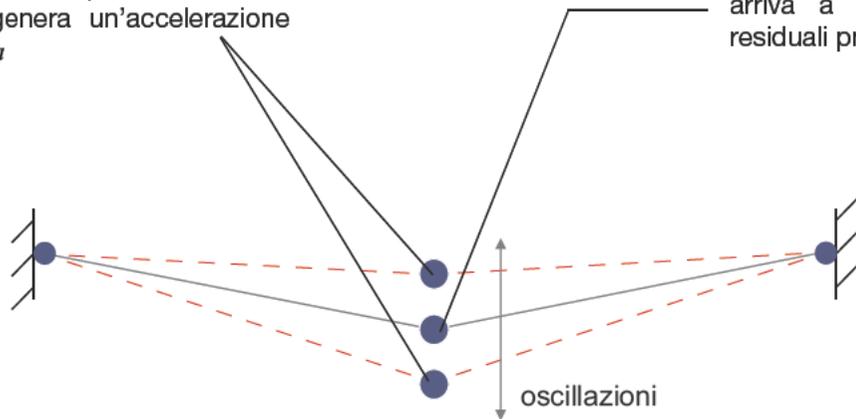


Frei Otto, Multihalle Exhibition Garden, Mennheim, 1968

# Dynamic Relaxation Method

Posizione fuori equilibrio: la forza residuale genera un'accelerazione pari a  $F=ma$

Posizione di equilibrio: il sistema arriva a convergenza con forze residue prossime allo zero



Il modello si muove sotto l'azione delle forze fuori equilibrio fino a che l'equilibrio non viene raggiunto

Il metodo ricerca l'equilibrio statico attraverso uno schema iterativo che simula un processo pseudo-dinamico nel tempo. L'equazione su cui si basa è quella del moto per un mezzo discreto:

$$P_{ij} = \left[ \sum K\delta \right]_{ij} + M_{ij}\ddot{\delta}_{ij} + C\dot{\delta}_{ij}$$

Si definisco le forze residue come differenza fra forze esterne e interne:

$$R_{ij} = P_{ij} - \left[ \sum K\delta \right]_{ij}$$

quindi si può scrivere l'equazione 1 come:

$$R_{ij} = M_{ij}\ddot{\delta}_{ij} + C\dot{\delta}_{ij}$$

L'equazione 3 indica come il movimento del sistema è indotto dal sistema di forze non equilibrate e che l'equilibrio statico dello stesso richiede l'annullarsi di queste forze nodali residue.

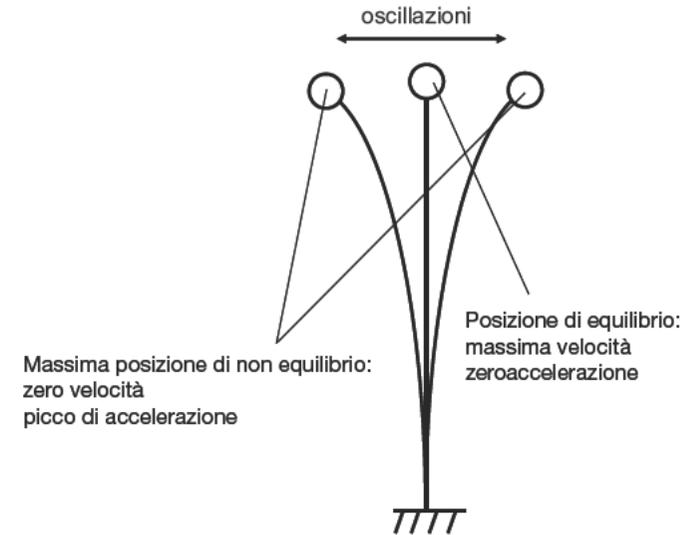
Il processo è definito alle differenze finite e non richiede accelerazioni o spostamenti iniziali per iniziare in quanto questi sono definite dalle forze residue.

# FORM-FINDING /// 04

## SMORZAMENTO

Al sistema viene applicato uno smorzamento per prevenire le oscillazioni continue. Lo smorzamento può essere di due tipi:

- Smorzamento viscoso
- Smorzamento cinetico: l'oscillazione viene interrotta ad ogni picco di energia cinetica in analogia con il pendolo semplice.



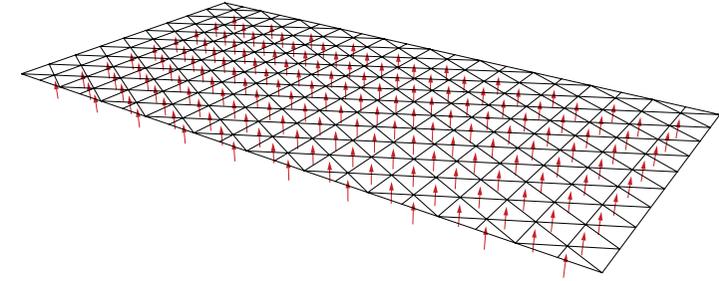
## VANTAGGI

Il metodo del rilassamento dinamico utilizza direttamente i termini di rigidità nodale senza dover riassemblare la matrice di rigidità ad ogni iterazione quindi si hanno vantaggi in termini di velocità e stabilità di convergenza dell'algoritmo. Attraverso questo metodo si possono condurre analisi non lineari con un notevole risparmio in termini di tempo-macchina.

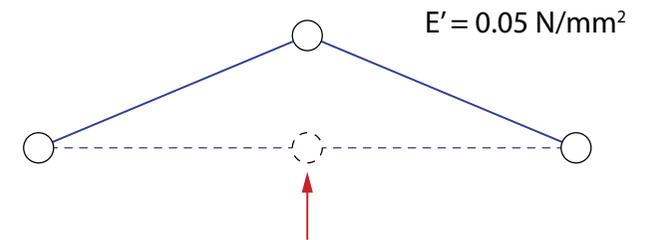
# Prestress Force Form-Finding

Il Prestress Force Form-Finding è una metodologia utilizzata dallo studio RFR per la progettazione della copertura della corte dell'abbazia di Neumunster. Il processo si può riassumere nei seguenti punti:

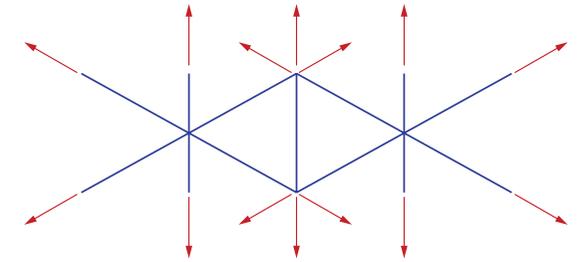
1. Definizione della griglia strutturale piana e dei carichi nodali



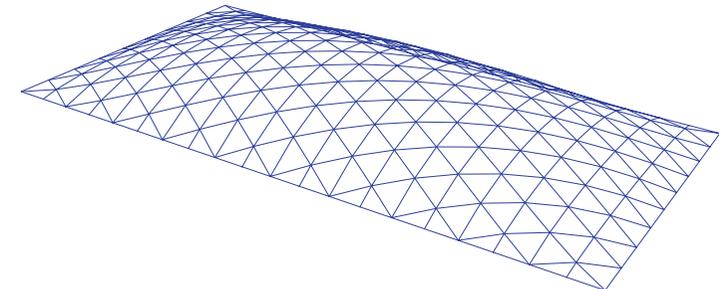
2. Definizione degli elementi e di un modulo di elasticità ridotto



3. Definizione della pretensione negli elementi



4. Analisi della struttura attraverso il solutore *GSARelax* del software *Oasys GSA*



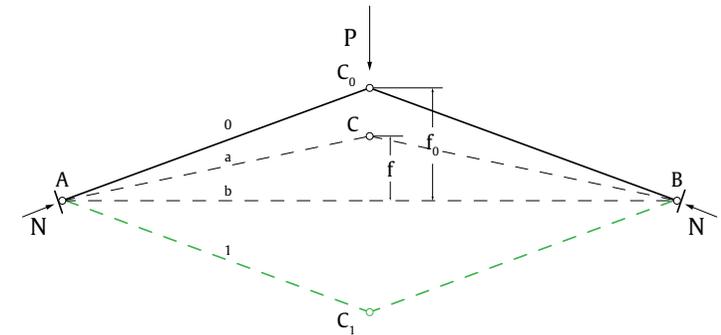
5. Generazione della nuova struttura e della condizione di carico che permette l'equilibrio

Le grid shells sono strutture che fanno fronte ai carichi esterni principalmente attraverso sforzi di compressione. Pertanto la verifica della stabilità risulta, spesso, il parametro dominante per la progettazione strutturale di queste opere.

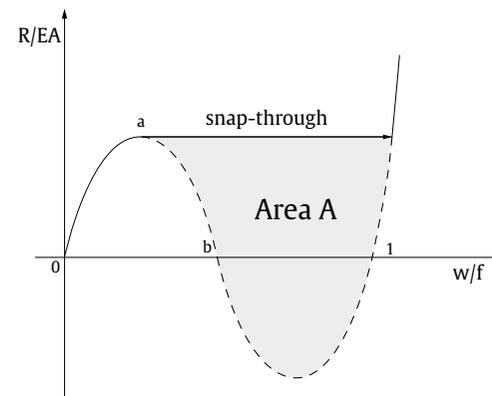
Le tipologie di collasso per instabilità delle grid shells si possono riassumere come segue [Bulenda Th., Knippers J., 2001]:

- instabilità del singolo elemento: si instabilizza un solo elemento senza coinvolgere il resto della struttura;
- instabilità locale: il fenomeno di snap-through;
- instabilità globale: si instabilizza tutta la struttura. Questa modalità di collasso è paragonabile al buckling globale di un guscio continuo;
- combinazioni dei precedenti modi: le grid shell sono ottimizzate nei confronti dei carichi che portano a diverse modalità di collasso. Questo vuol dire che varie modalità di collasso possono avvenire per lo stesso livello di carico. Si deve quindi prestare attenzione anche all'interazione di modi che di per sé non sono pericolosi ma che combinandosi possono portare al collasso della struttura.

## SNAP THROUGH

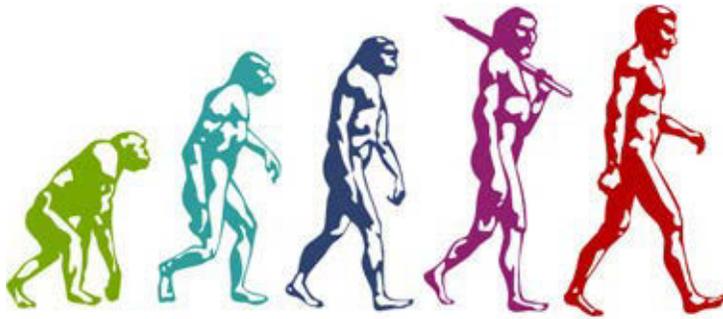


Lo snap through è un fenomeno di instabilità locale che porta ad una configurazione “ribaltata” della struttura. Il passaggio tra la geometria iniziale e quella ribaltata avviene in maniera repentina con un rilascio dell’energia cinetica immagazzinata che si trasforma in un’azione impulsiva che coinvolge gli elementi adiacenti al nodo dove lo snap through si è manifestato.



Se l’energia rilasciata è elevata, si accentua l’effetto dinamico che coinvolge i nodi adiacenti, trasformando l’instabilità locale in una più pericolosa instabilità globale che può portare al collasso dell’intera struttura o di una larga parte di essa [Gioncu V., Lenza P., 1993].

- IL FORM FINDING CON PRESTRESS UNIFORME GENERA UNA STRUTTURA OTTIMALE PER IL BUCKLING?
- ESISTE UN MODO PER INIZIALIZZARE IL PRESTRESS IN MODO DA OTTENERE UNA STRUTTURA OTTIMA DAL PUNTO DI VISTA DELL' INSTABILITÀ?
- È POSSIBILE SVILUPPARE UNA PROCEDURA CHE CONSENTA DI CONIUGARE FORM-FINDING E BUCKLING PER LA PROGETTAZIONE DI GRIDSHELLS?



*Non è la specie più forte a sopravvivere,  
né la più intelligente, ma quella più pronta  
al cambiamento.*

*[Charles Darwin]*

Un algoritmo genetico è un algoritmo di ottimizzazione basato su un metodo euristico ispirato al principio della selezione naturale. I principi fondamentali su cui si basa la selezione naturale sono:

- il principio della variabilità dei caratteri tra gli individui di una popolazione;
- il principio dell'adattamento, secondo il quale gli individui che presentano caratteri vantaggiosi ai fini della sopravvivenza sono i più adatti (*fit*) all'ambiente;
- il principio dell'ereditarietà dei caratteri tra genitori e figli.

L'idea che sta alla base di un algoritmo genetico è quella di, partendo da un insieme iniziale di possibili soluzioni (individui) per un determinato problema, selezionare le migliori e ricombinarle fra di loro in modo tale che esse evolvano verso un punto di ottimo (massimo o minimo).

Per formulare un problema in termini genetici si deve:

- determinazione dello schema di rappresentazione;
- determinazione della funzione di fitness
- determinazione dei parametri e delle variabili per controllare l'algoritmo;
- determinazione del criterio di arresto dell'algoritmo.

## TERMINOLOGIA

DEFINIZIONE	BIOLOGIA
<i>codice genetico</i>	CROMOSOMA
<i>componente di un cromosoma</i>	GENE
<i>possibili varianti di un gene</i>	ALLELE
<i>posizione di un gene nel cromosoma</i>	LOCUS
<i>informazione genetica completa</i>	GENOMA
<i>insieme dei geni contenuti in un genoma</i>	GENOTIPO
<i>insieme di tutte le caratteristiche osservabili in un individuo</i>	FENOTIPO
<i>ricombinazione dei geni durante la riproduzione</i>	CROSSOVER
<i>alterazione casuale di un cromosoma</i>	MUTAZIONE
<i>grado di adattabilità di un individuo</i>	FITNESS

# Schema di rappresentazione

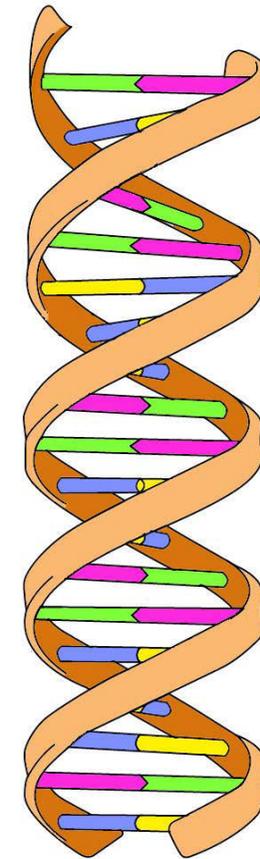
Lo schema di rappresentazione non è altro il processo che porta alla definizione delle variabili del problema, inclusa la definizione di un possibile spazio di ricerca della soluzione.

## CODIFICA BINARIA

CROMOSOMA [A]	0	1	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0
CROMOSOMA [B]	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1

## CODIFICA VALORI REALI

CROMOSOMA [A]	1.235	5.324	0.455	2.329	2.454	6.764	3.103	3.216																		
CROMOSOMA [B]	A	B	D	J	E	I	F	J	D	H	D	I	E	R	J	F	D	L	K	F	G	T	N	L	T	Y
CROMOSOMA [C]	(back), (back), (right), (forward), (left)																									



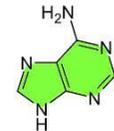
Citosina **C**



Guanina **G**



Adenina **A**



Timina **T**



Basi azotate

DNA

Acido Desossiribonucleico

# Definizione Fitness Function

La fitness function è la funzione “obiettivo” che l’algoritmo genetico deve massimizzare o minimizzare. Ad ogni individuo avrà una propria funzione di fitness attraverso la quale sarà valutata la sua “bontà”.

Si supponga, per esempio, che la funzione di fitness  $F$  dipenda dal vettore  $\mathbf{p}$  composto da  $n$  variabili:

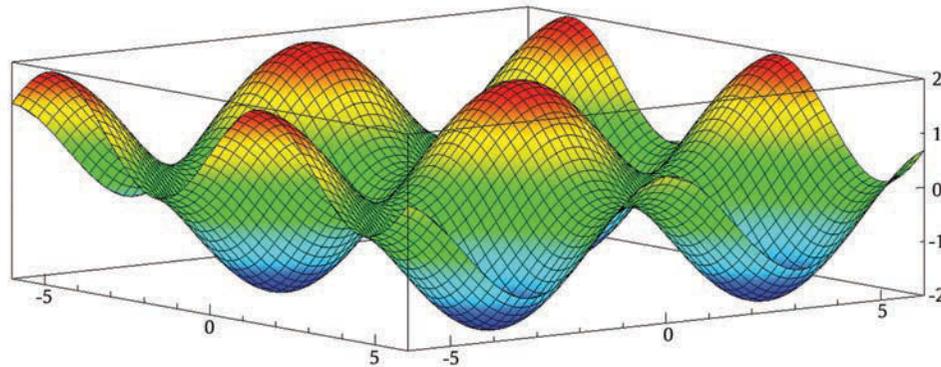
$$F = f(\mathbf{p}), \text{ con } \mathbf{p} = (p_1, \dots, p_n), \text{ per } p_n^{\min} \leq p_n \leq p_n^{\max}$$

L’ottimizzazione farà evolvere le soluzioni di  $\mathbf{p}$  massimizzando (o minimizzando) il valore della fitness function  $F$ :

$$\max[\min]F = f(\mathbf{p}), \text{ in } p_n^{\min} \leq p_n \leq p_n^{\max}$$

## FITNESS LANDSCAPE

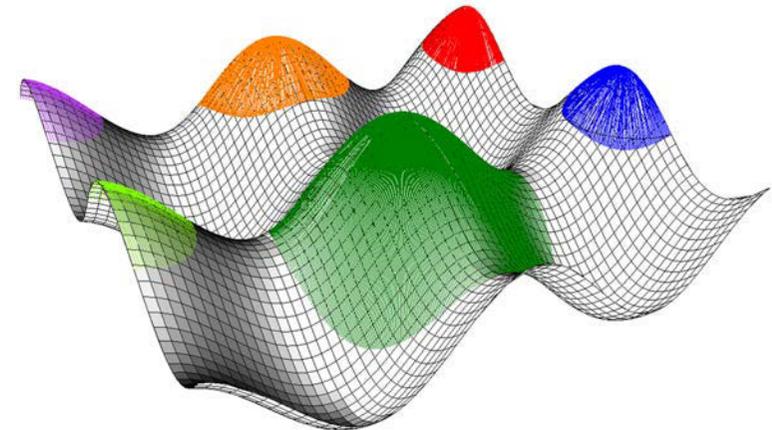
Il fitness landscape è la rappresentazione grafica della funzione di fitness.



fitness landscape della funzione  $f(x,y) = \sin(x) - \cos(y)$

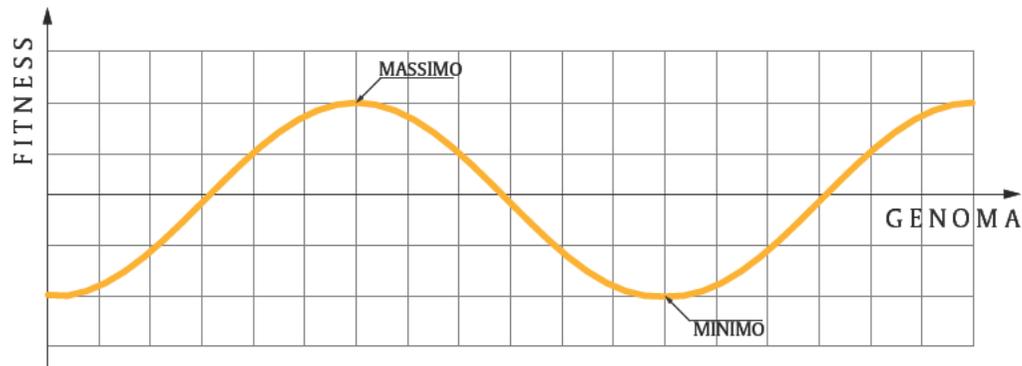
## BACINO DI ATTRAZIONE

Per un sistema dinamico, un bacino di attrazione è il più grande intorno  $U$  di un attrattore  $x_0$ , tale che ogni orbita  $x(t)$ , che parte da un punto interno a  $U$ , evolve verso  $x_0$ . Nel caso specifico, gli attrattori sono rappresentati dai picchi del fitness landscape.

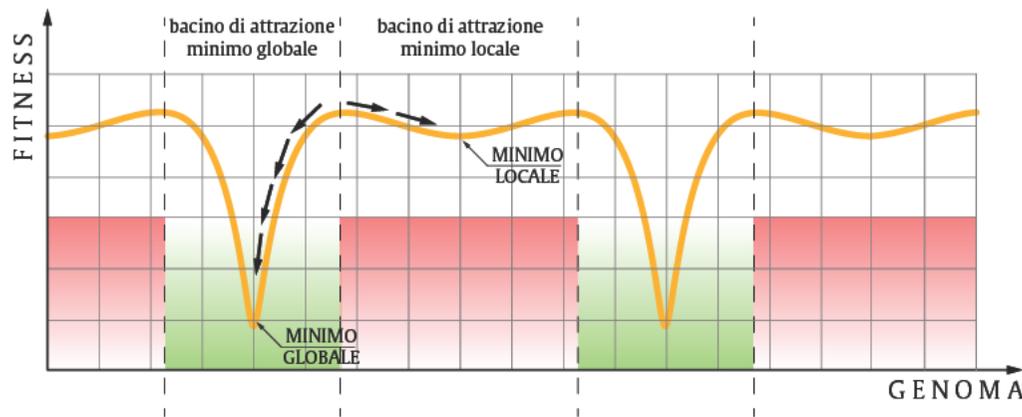


## FITNESS SCALING

E' necessario scalare la funzione di fitness per creare delle "biodiversità" che consentano un'esplorazione più grande possibile dello spazio di ricerca.



In questo caso le soluzioni raggiungono un ottimo globale senza il pericolo di incappare in una soluzione locale.



Il landscape presenta una soluzione locale con un bacino di attrazione doppio rispetto all'ottimo. È necessario quindi introdurre una diversità nelle soluzioni che eviti una convergenza prematura verso un ottimo locale.

## ESEMPIO NUMERICO

FITNESS	ADATTABILITÀ
1100	17%
1200	18.5%
1300	20%
1400	21.5%
1500	23.%

La probabilità che gli individui vengano selezionati per la riproduzione è, in pratica, la stessa. C'è il pericolo di avere una convergenza prematura dell'algoritmo.

## METODI DI FITNESS SCALING

- Linear scaling
- Sigma truncation scaling
- Power law scaling

POPULATION SIZE	20 - 30
NUMBER OF GENERATIONS	non specificato
CROSSOVER RATE	0.8 - 0.95 (80%- 90%)
MUTATION RATE	0.005 - 0.01 (0.5% - 1%)

## Criteri di arresto

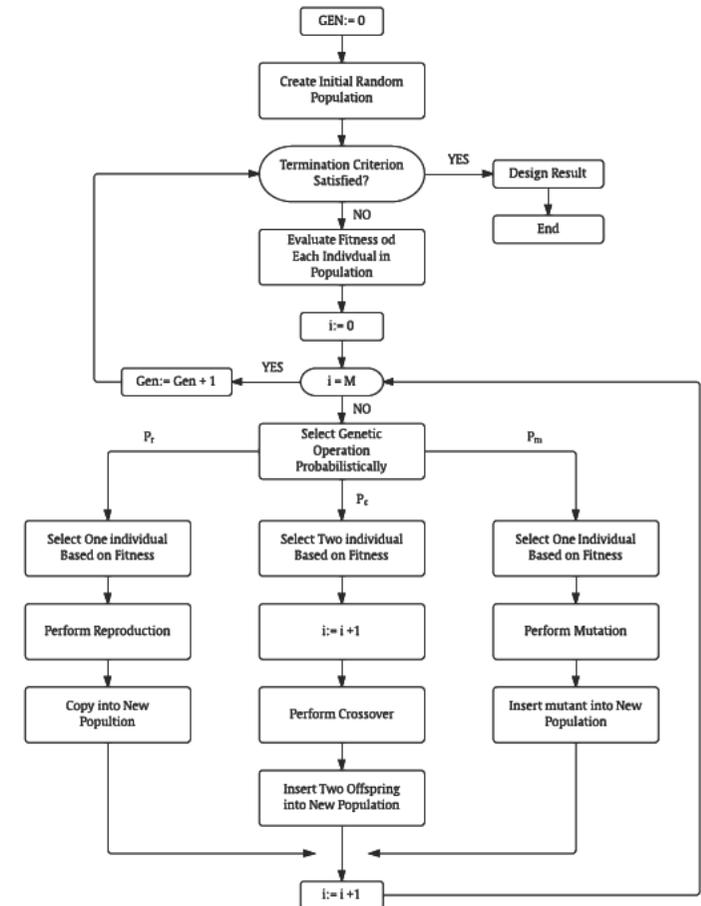
TEMPO DI EVOLUZIONE	L' algoritmo si arresta quando il tempo di evoluzione, imposto dall'utente, viene raggiunto.
NUMERO DI GENERAZIONI	L' algoritmo si arresta quando il numero massimo di generazioni viene raggiunto.
CONVERGENZA DELLA POPOLAZIONE	L' algoritmo si arresta quando una popolazione converge. La convergenza di una popolazione può essere stimata in vari modi come ad esempio verificando l'uguaglianza, in termini di massima minima e media fitness, fra la popolazione corrente e la popolazione allo step successivo oppure controllando che la fitness media della popolazione corrente sia inferiore ad una percentuale della fitness massima definita dall'utente.
CONVERGENZA DELLA FITNESS	L' algoritmo si arresta, ad esempio, quando i valori massimi minimi e medi della fitness function per la popolazione corrente si eguagliano.
CONVERGENZA DEL VALORE MIGLIORE DELLA FITNESS	L' algoritmo si arresta, ad esempio, quando il valore "grezzo" (non scalato) della funzione di fitness è uguale ad un valore definito dall'utente.

# Procedura di un GA

Dopo aver formulato il problema in esame in termini genetici, la procedura convenzionale per un algoritmo genetico può essere riassunta nei seguenti step principali:

- generare una popolazione iniziale in maniera random;
- ripetere i seguenti passi per tutti gli individui della popolazione fino a che non si raggiunge il risultato cercato:
  1. valutare la fitness function per ogni individuo della popolazione;
  2. generare una nuova popolazioni di individui applicando i seguenti tre operatori genetici:
    - i. selezionare gli individui migliori per la riproduzione della nuova popolazione;
    - ii. ricombinare il codice genetico degli individui selezionati in modo da creare un nuovo individuo;
    - iii. applicare una mutazione random al codice genetico dei nuovi individui
- l'individuo migliore di ogni generazione (ovvero di ogni iterazione) rappresenta la soluzione ottimale o una sotto-soluzione ottimale al problema.

```
1  PROCEDURE Ga_procedure
2  BEGIN
3  READ the GA's parameters
4  SET t to 0
5  INIT the population P(t) with random individual
6  FOR each <individual> in the P(t)
7  Evaluate individual performance
8  ENDFOR
9  WHILE terminating condotion not met ITERATE
10 Sort the individual in P(t) in basis of their fitness function
11 Select the individuals with a selection criteria
12 Crossover parentnts to form offspring and copy them in <incubator>
13 Mutate offspring
14 FOR each <offspring> in <incubator>
15 Evaluate offspring
16 ENDFOR
17 SET P(t+1) by replacing the wrost individuals with the offspring
18 INCREMENT t
19 ENDWHILE
20 DISPLAY the best individual
21 END
```

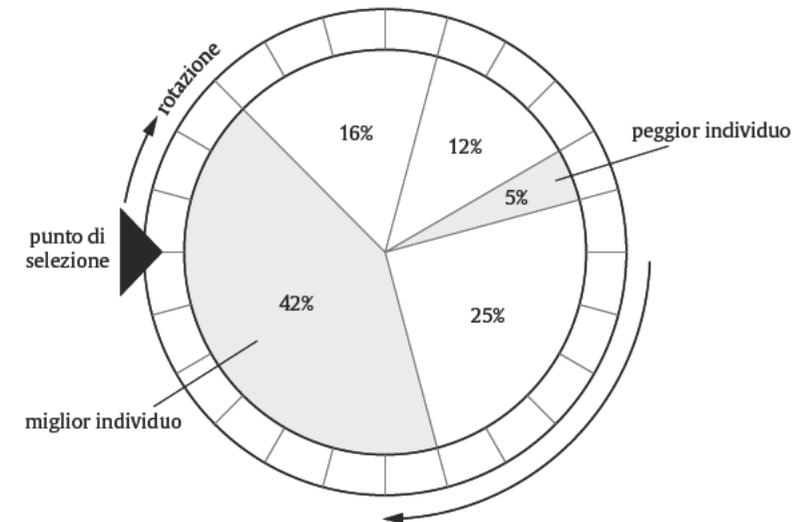


## SELEZIONE

### PROPORTIONATE ROULETTE WHEEL SELECTION

Questa selezione assegna ad ogni individuo una possibilità di sopravvivere proporzionale alla propria fitness. Le singole probabilità corrispondono ad uno spicchio di roulette come mostrato in Fig.9. La roulette viene quindi fatta ruotare per in maniera casuale per un numero finito di volte che, generalmente, è uguale al numero degli individui in una generazione o, al limite, pari a due ovvero uguale al numero minimo necessario per generare un nuovo individuo. Chiaramente l'individuo migliore ha una maggiore possibilità di essere scelto (lo spicchio della roulette è più grande) ma in questo modo si dà una chance anche a tutti gli altri aumentando così la varietà genetica e quindi l'esplorazione dello spazio di ricerca.

```
1  PROCEDURE Roulette_Wheel_Selection
2      BEGIN
3          SET <fitness_sum> equal to 0
4          FOR each <individual> in the <population>
5              SUM the <fitness_sum> to the fitness of this individual
6          ENDFOR
7
8          SET i equal to 0
9          FOR each <individual> in the <population>
10             SET <probability> equal to the <individual> fitness divide by <fitness_sum>
11             SET <list_propability[i]> equal to probability
12             SET i equal to i plus 1
13          ENDFOR
14
15          FOR each <individual> in the <population>
16             SET <rand> equal to a random number in the range [0;1]
17             SET <p> equal to 0
18             WHILE <list_probability> is minus then <rand> DO
19                 p = p + 1
20             ENDWHILE
21             COPY the individual <population[p]> in the current position of the population
22          ENDFOR
23      END
```



## RIPRODUZIONE

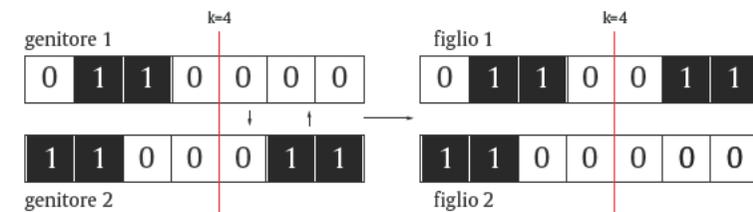
### UNIFORM CROSSOVER

Questo tipo di crossover è idoneo per un cromosoma codificato con valori reali. Infatti per un codice binario il locus del gene, cioè la sua posizione, è molto importante. Si prenda, ad esempio, un cromosoma binario 111000. Questo è estremamente diverso rispetto a 000111. In un cromosoma con valori reali, invece, la posizione è in generale irrilevante e quindi un cromosoma 3-4-11-35-6 è lo stesso di un cromosoma 35-11-4-6-3. Per lo uniform crossover, ogni allele di entrambi i genitori, è scambiato con l'allele corrispondente dell'altro genitore, con un fattore di probabilità pari, generalmente, a 0.5. In questo modo ogni allele di ciascun genitore ha il 50% di possibilità di essere rimpiazzato dal corrispondente dell'altro. Il processo viene ripetuto due volte per la generazione di ogni figlio.

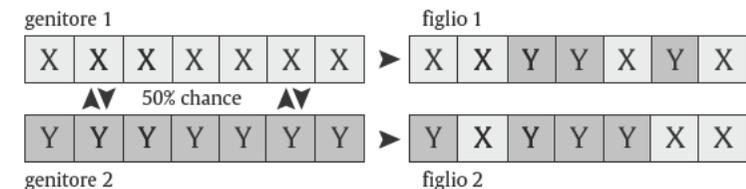
```
1  PROCEDURE One_Point_Crossover
2      BEGIN
3          SET <probability> of swapping, often set to 0.5
4          FOR each <reproduction_operation> in the <population>
5              SELECT randomly <parent_1> in the <population>
6              SELECT randomly <parent_2> in the <population>
7              SET <u> as a random number in range [0,1]
8              FOR each <gene> in the <chromosome> of the <parent_1>
9                  IF <u> is smaller than <probability>
10                     COPY <parent_1_gene> in the same position into <child_1_gene>
11                     COPY <parent_2_gene> in the same position into <child_2_gene>
12                 ELSE
13                     COPY <parent_1_gene> in the same position into <child_2_gene>
14                     COPY <parent_2_gene> in the same position into <child_1_gene>
15                 ENDF
16             ENDFOR
17         END
```

### SINGLE-POINT vs UNIFORM CROSSOVER

#### SINGLE-POINT CROSSOVER



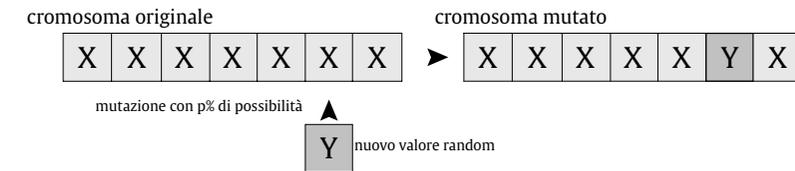
#### UNIFORM CROSSOVER



## MUTAZIONE

L'operatore di mutazione provoca una variazione genetica nel cromosoma degli individui di una popolazione. Al contrario dell'operatore di crossover, che è considerato un costruttore di nuovi candidati alla soluzione finale, la mutazione è considerata con un distruttore della configurazione esistente. Per questa ragione, gioca un ruolo secondario nel processo genetico. Infatti le mutazioni sono inserite allo scopo di evitare, ad esempio, che tutti gli individui siano uguali e quindi che la possibilità di evoluzione si arresti in un ottimo locale.

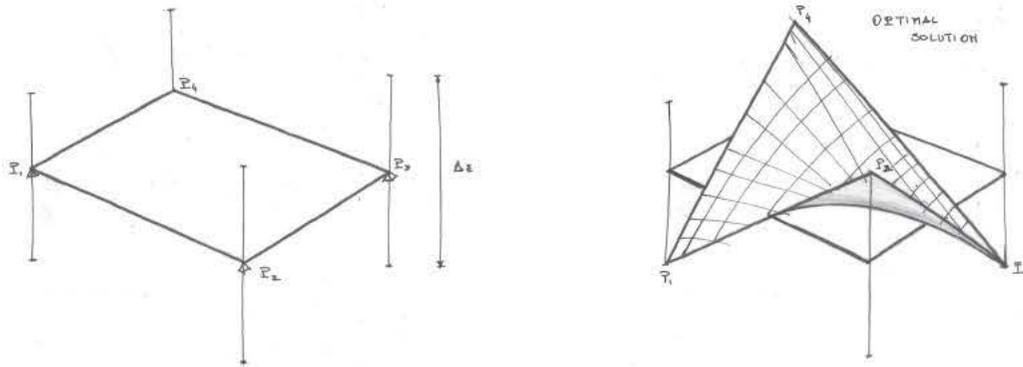
```
1  PROCEDURE One_Point_Crossover
2      BEGIN
3          SET <probability> of swapping, often set to 0.5
4          FOR each <reproduction_operation> in the <population>
5              SELECT randomly <parent_1> in the <population>
6              SELECT randomly <parent_2> in the <population>
7              SET <u> as a random number in range [0,1]
8              FOR each <gene> in the <chromosome> of the <parent_1>
9                  IF <u> is smaller than <probability>
10                     COPY <parent_1_gene> in the same position into <child_1_gene>
11                     COPY <parent_2_gene> in the same position into <child_2_gene>
12                 ELSE
13                     COPY <parent_1_gene> in the same position into <child_2_gene>
14                     COPY <parent_2_gene> in the same position into <child_1_gene>
15                 ENDIF
16             ENDFOR
17         END
```



# Semplice Algoritmo Genetico

## DEFINIZIONE DEL PROBLEMA

Ricerca, partendo da una geometria quadrata piana, muovendo i vertici lungo l'asse z entro un intervallo stabilito, la geometria che ha il perimetro maggiore. L'intervallo di variabilità della posizione verticale dei quattro vertici è pari alla lunghezza del lato della superficie piatta. La lunghezza di un lato della geometria piana è pari a 8 m. La soluzione è nota e si tratta di un iperboloide parabolico.



date le coordinate dei quattro punti della geometria piatta  $P_i = (x_i, y_i, z_i)$  per  $i = (1, 2, 3, 4)$ , il perimetro della geometria è pari alla somma della distanze fra due punti adiacenti ovvero:

$$p = (d_{1,2} + d_{2,3} + d_{3,4} + d_{4,1})$$

essendo  $d_{ij}$  la distanza fra due punti vicini pari a:

$$d_{i,j} = \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2 + (z_j - z_i)^2} \text{ per } i = (1,2,3,4) \text{ e } j = (2,3,4,1)$$

Il perimetro è quindi funzione della coordinata z dei punti:

$$p = f(z_i) \text{ per } i = (1, 2, 3, 4)$$

Se si indica con  $\mathbf{z}$  il vettore delle coordinate z dei quattro punti, il problema può essere scritto come:

$$\max p = f(\mathbf{z}) \text{ con } \mathbf{z} = (z_1, z_2, z_3, z_4)$$

con  $z_i$  che può variare fra:

$$-\frac{l}{2} \leq z_i \leq \frac{l}{2} \text{ con } i = (1, 2, 3, 4) \text{ con } l = 8 \text{ m.}$$

```
46 def ga_engine():
47     genome = GIDList.GIDList(4)
48     genome.initializer.set(Initializers.GIDListInitializerReal)
49     genome.setParams(rangemin = range_min, rangemax = range_max)
50     genome.mutator.set(Mutators.GIDListMutatorRealGaussian)
51     genome.crossover.set(Crossovers.GIDListCrossoverUniform)
52     genome.evaluator.set(eval_function)
53
54     ga=GSimpleGA.GSimpleGA(genome)
55     ga.setGenerations(100)
56     ga.setPopulationSize(100)
57     ga.setElitism(1)
58     ga.selector.set(Selectors.GRouletteWheel)
59     #ga.terminationCriteria.set(GSimpleGA.ConvergenceCriteria)
60     ga.setMultiProcessing(True)
61     pop=ga.getPopulation()
62     pop.scaleMethod.set(Scaling.SigmaTruncScaling)
63
64     ga.evolve(1)
65     best=ga.bestIndividual()
66     print best
67     i = 0
68     best_points = []
69     for point in arrPoints:
70         moved_points = [point[0], point[1], point[2] + best[i]]
71         best_points.append(moved_points)
72         i = i + 1
73     best_surface = rs.AddSrfPt(best_points)
74
75 if __name__ == "__main__":
76     ga_engine()
77
78 def ga_engine():
79     genome = GIDList.GIDList(4)
80     genome.initializer.set(Initializers.GIDListInitializerReal)
81     genome.setParams(rangemin = range_min, rangemax = range_max)
82     genome.mutator.set(Mutators.GIDListMutatorRealGaussian)
83     genome.crossover.set(Crossovers.GIDListCrossoverUniform)
84     genome.evaluator.set(eval_function)
85
86     ga=GSimpleGA.GSimpleGA(genome)
87     ga.setGenerations(100)
88     ga.setPopulationSize(100)
89     ga.setElitism(1)
90     ga.selector.set(Selectors.GRouletteWheel)
91     #ga.terminationCriteria.set(GSimpleGA.ConvergenceCriteria)
92     ga.setMultiProcessing(True)
93     pop=ga.getPopulation()
94     pop.scaleMethod.set(Scaling.SigmaTruncScaling)
95
96     ga.evolve(1)
97     best=ga.bestIndividual()
98     print best
99     i = 0
100    best_points = []
101    for point in arrPoints:
102        moved_points = [point[0], point[1], point[2] + best[i]]
103        best_points.append(moved_points)
104        i = i + 1
105    best_surface = rs.AddSrfPt(best_points)
106
107 if __name__ == "__main__":
108     ga_engine()
```

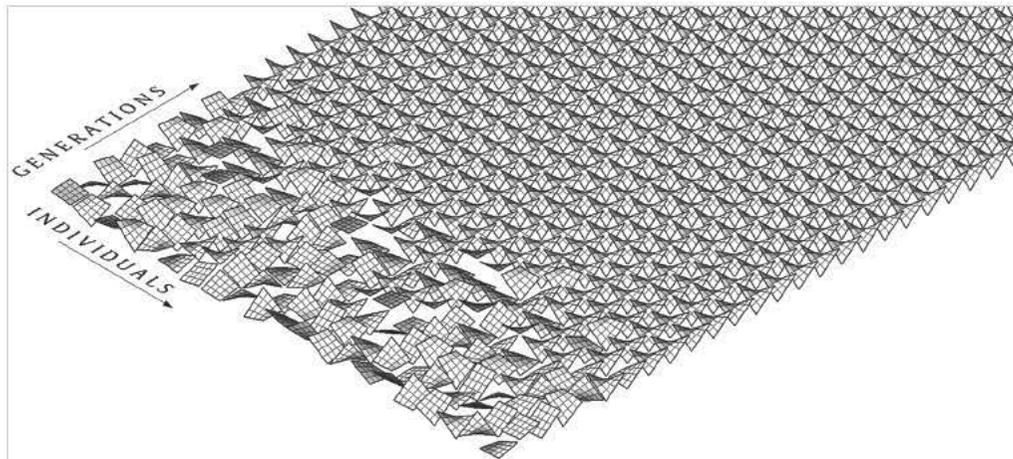
# Semplice Algoritmo Genetico

## GA IN PYEVOLVE

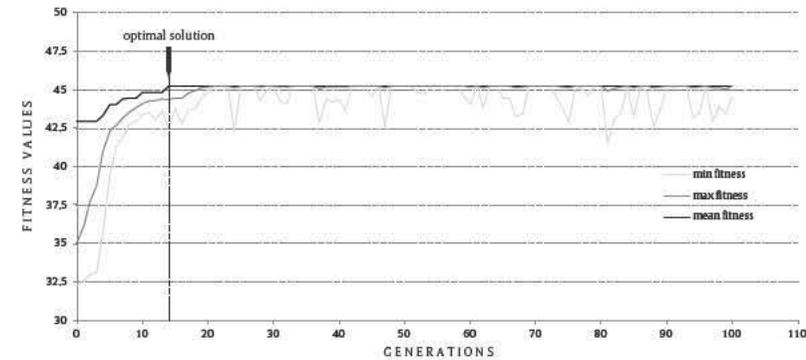
CODIFICA	Numeri Reali
GENERAZIONI	100
POPLAZIONE	21
TIPO DI MUTAZIONE	Gaussian Real Mutation [31
PERCENTUALE DI MUTAZIONE	0.03 (3%)
TIPO DI CROSSOVER	Uniform Crossover
PERCENTUALE DI CROSSOVER	0.50 (50%)
N. DI INDIVIDUI ELTIE	1
TIPO DI SCALA DELLA FITNESS	Sigma Trunc Scaling
TIPO DI CONVERGENZA	Numero generazioni/Convergenza popolazione

Sono stati sviluppati due algoritmi diversi con la biblioteca PyEvolve:

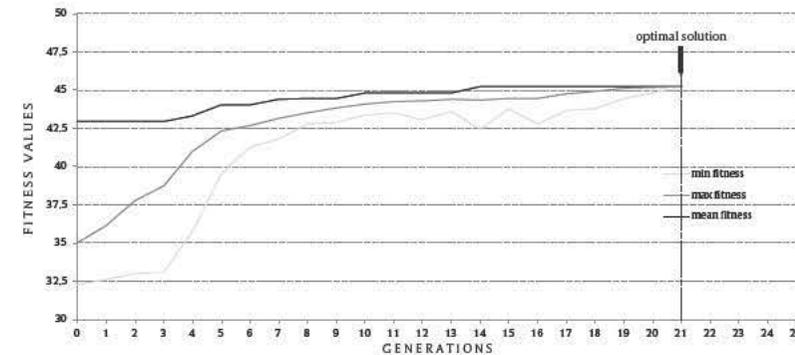
- GA\_1: algoritmo semplice
- GA\_2: algoritmo più raffinato che permette la visualizzazione di tutta l'evoluzione



CRITERIO DI ARRESTO: NUMERO DELLE GENERAZIONI



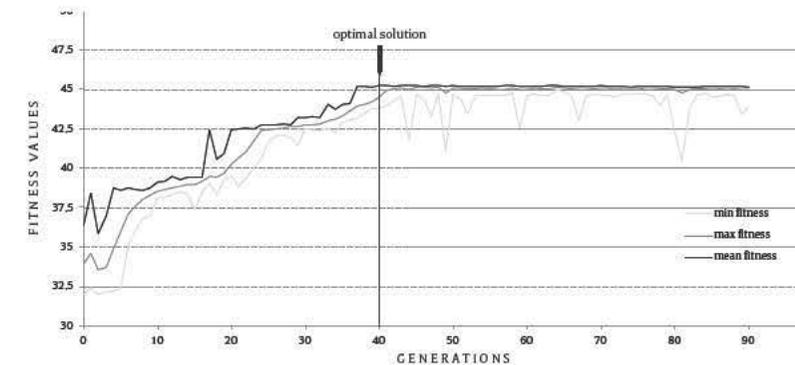
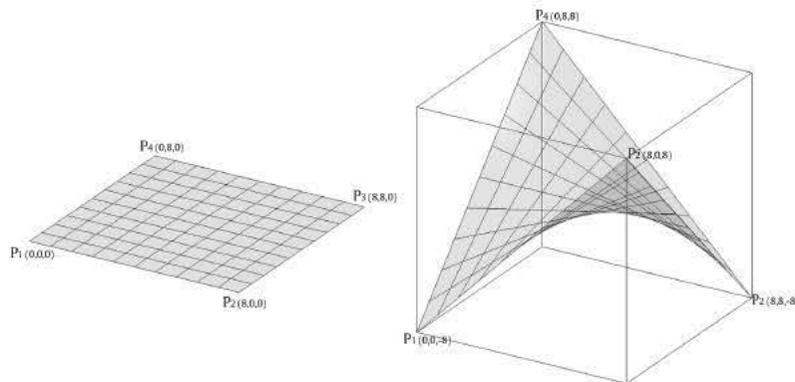
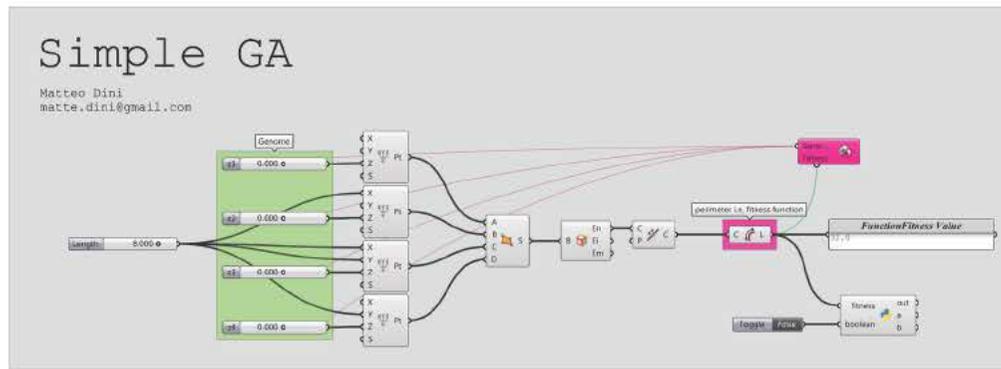
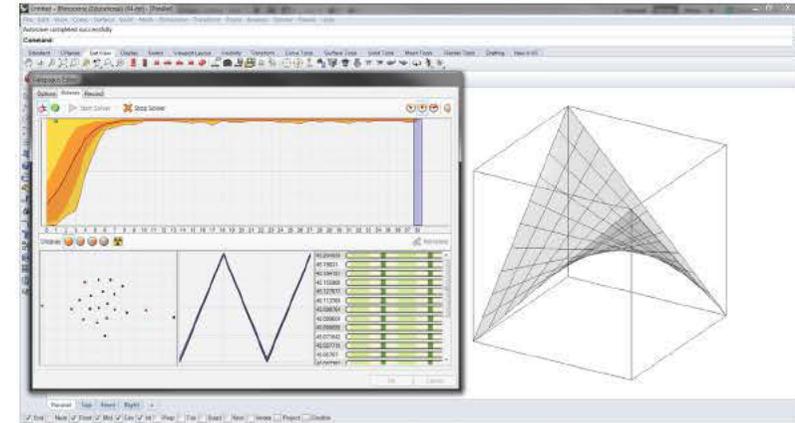
CRITERIO DI ARRESTO: CONVERGENZA POPOLAZIONE



# Semplice Algoritmo Genetico

## GA IN GRASSHOPPER/GALAPAGOS

FITNESS	Maximize
MAX. STAGNANT	50
POPULATION	30
INITIAL BOOST	2
MAINTAIN	2%
INBREEDING	75%



## CONFRONTO GALAPAGOS vs. PYEVOLVE

ALGORITMO GENETICO	TEMPO DI ESECUZIONE [s]	CRITERIO DI ARRESTO
Galapagos	5.540	stagnant iterations (50)
PyEvolve GA_1	0.670	numero generazioni (100)
PyEvolve GA_2	3.50	numero generazioni (100)
PyEvolve GA_1	0.230	convergenza popolazione
PyEvolve GA_2	1.51	convergenza popolazione

# Form-Finding e Buckling

## DEFINIZIONE DEL PROBLEMA

Il problema studiato consiste nel ricercare la forma, attraverso un processo di form-finding, che sia ottimizzata nei confronti del buckling.

Le diverse geometrie vengono generate cambiando il prestress negli elementi che compongono la struttura. I valori che può assumere il prestress varia da 0.5 kN a 10 kN. Per poter confrontare le geometrie, l'altezza massima è stata posta pari a 3 metri. Questo comporta la necessità di scalare il prestress fino a che la struttura non raggiunge l'altezza ricercata. Una volta trovata la forma le proprietà degli elementi vengono cambiate impostando le sezioni reali e come materiale l'acciaio e non più il materiale utilizzato per il form finding con il modulo di elasticità ridotto. La tipologia dei vincoli interni ed esterni viene scelta in base all'analisi che si vuole effettuare. Si procede quindi all'analisi di buckling con carichi nodali pari a quelli che hanno generato la struttura (1kN) che fornisce il valore del più basso carico critico di collasso. L'algoritmo genetico deve massimizzare questo valore.

Se indichiamo con  $\mathbf{p} = (p_1, p_2, \dots, p_n)$  il vettore del prestress virtuale per  $n$  elementi strutturali, l'ottimizzazione fa evolvere le soluzioni per  $\mathbf{p}$  massimizzando:

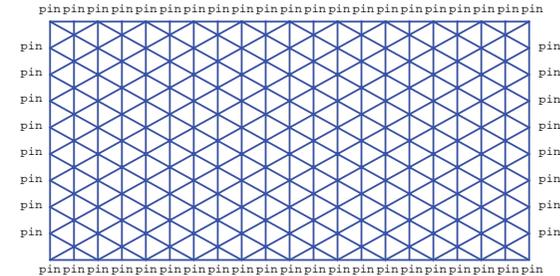
$$\max b(\mathbf{p}) \text{ con } \mathbf{p} = (p_1, p_2, \dots, p_n)$$

In termini genetici si può dire che:

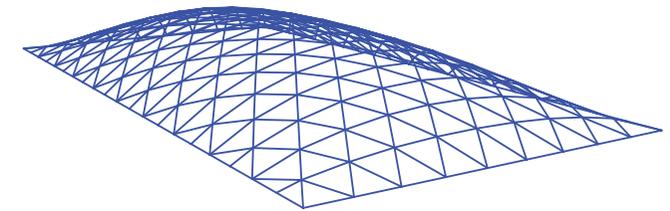
$$\max b(\mathbf{p}) \text{ con } \mathbf{p} = (p_1, p_2, \dots, p_n)$$

è la FITNESS FUNCTION

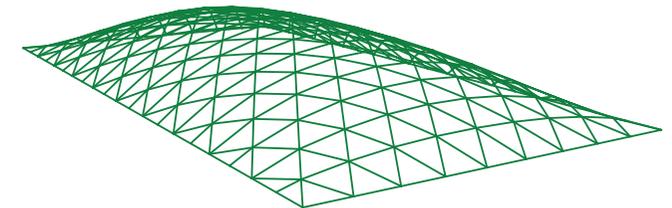
il vettore  $\mathbf{p} = (p_1, p_2, \dots, p_n)$  è il GENOMA



form-finding



struttura per il buckling



LOAD FACTOR

## PARAMETRI DELL'ALGORITMO GENETICO

---

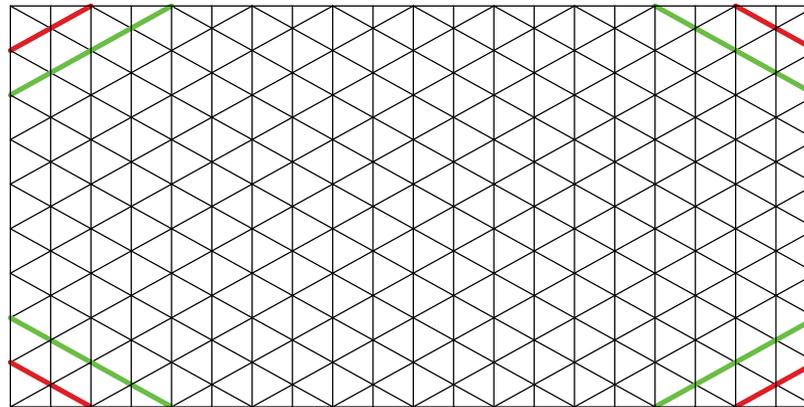
CODIFICA	Numeri Reali
GENERAZIONI	50
POPOLAZIONE	10
TIPO DI MUTAZIONE	Gaussian Real Mutation
PERCENTUALE DI MUTAZIONE	0.05 (5%)
TIPO DI CROSSOVER	Uniform Crossover
PERCENTUALE DI CROSSOVER	0.50 (50%)
N. DI INDIVIDUI ELITE	1
TIPO DI SCALA DELLA FITNESS	Sigma Trunc Scaling
TIPO DI CONVERGENZA	Numero generazioni/Convergenza popolazione

---

## MODELLAZIONE DELLA STRUTTURA IN GSA

La modellazione della maglia strutturale piana è stata fatta in GSA in modo tale da facilitare l'esecuzione delle procedure dell'algoritmo. Le caratteristiche principali del modello sono:

- CARICHI NODALI PER IL FORM-FINDING: 1 kN
- DEFINIZIONE DELLE SEZIONI PER IL FORM FINDING E DI UN MATERIALE CON  $E = 0.05 \text{ N/mm}^2$
- DIVISIONE DEGLI ELEMENTI IN GRUPPI SIMMETRICI PER L'ASSEGNAZIONE DEL PRESTRESS



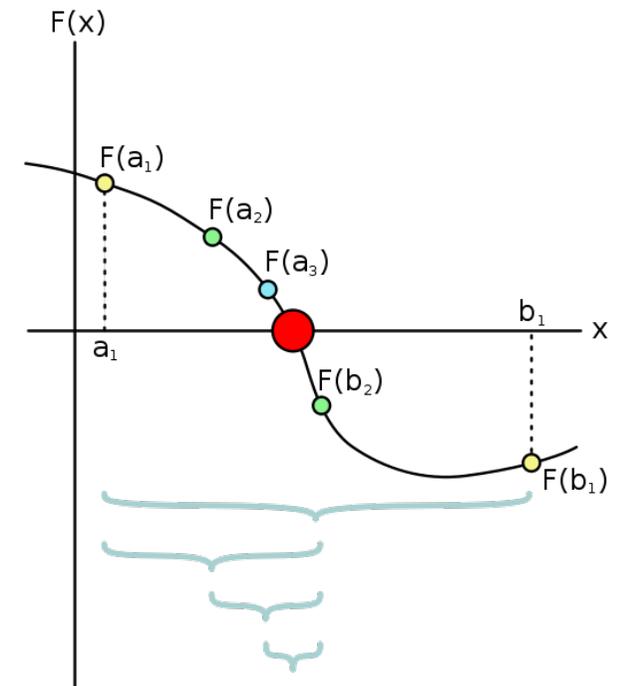
- DEFINIZIONE DELLE SEZIONI PER GLI ELEMENTI PER L'ANALISI DI BUCKLING
- CARICHI NODALI PER IL BUCKLING: 1 kN

## ALGORITMO DI BISEZIONE

L'algoritmo consente di trovare la radice di una funzione compresa in un intervallo  $[a,b]$  con  $a$  e  $b$  di segno opposto.

```

1  INPUT : Function f, endpoint values a, b, tolerance TOL, maximum iterations NMAX
2  CONDITIONS : a < b, either f(a) < 0 and f(b) > 0 or f(a) > 0 and f(b) < 0
3  OUTPUT : value which differs from a root of f(x)=0 by less than TOL
4
5  N = 1
6  WHILE N = NMAX
7    c = (a + b)/2
8    IF (f(c) = 0 OR (b - a)/2 < TOL THEN { solution found
9      OUTPUT (c)
10
11   IF sign(f(c)) = sign(f(a)) then a = c else b = c
12   N = N + 1 increment step counter
13
14  OUTPUT ("Method failed.") max number of steps exceeded
    
```



## ALGORITMO DI BISEZIONE: RICERCA DELL' ALTEZZA

Per la ricerca dell'altezza si utilizza l'algoritmo di bisezione in modo da scalare il prestress degli elementi fino a che non si raggiunge l'altezza cercata di 3 metri.

1. Definizione dell'intervallo  $[a,b]$

2. Form-finding con un prestress pari a:

$$\mathbf{p} * a \text{ e } \mathbf{p} * b$$

3. Calcolo dell'altezza massima per le due geometrie trovate:

$$h(a) \text{ e } h(b)$$

4. Calcolo di  $f(a)$  e  $f(b)$  come:

$$f(a) = h(a) - h$$

$$f(b) = h(b) - h$$

5. Se  $f(a)*f(b)>0$  si modifica l'intervallo e si riparte dal punto 2

6. Calcolo di  $c$ :

$$c = 0.5 * (a + b)$$

7. Calcolo di  $h(c)$  con un prestress  $\mathbf{p} * c$

8. Calcolo di  $f(c)$ :

$$f(c) = h(c) - h$$

9. Se  $f(c) < Tol$  allora  $c$  è il valore del prestress che mi consente di avere un'altezza di 3 metri altrimenti:

se  $f(c) * f(b) > 0$  pongo  $a = c$  e riparto dal punto 7

se  $f(c) * f(a) > 0$  pongo  $b = c$  e riparto dal punto 7

```

1  def bisection(a, b, arrPrestress, target_heigth, path1, path2, tol = 5.0e-3):
2
3  arrPs_a = []
4  arrPs_b = []
5
6  for ps in arrPrestress:
7      arrPs_a.append(a * ps)
8  for ps in arrPrestress:
9      arrPs_b.append(b * ps)
10
11
12
13  heigth_a = heigth(path1,path2,arrPs_a)
14  fa       = heigth_a - target_heigth
15
16  heigth_b = heigth(path1,path2,arrPs_b)
17  fb       = heigth_b - target_heigth
18
19  if fa == 0.0 : return path2
20  if fb == 0.0 : return path2
21
22  if fa * fb > 0.0:
23      arrPrestress = []
24      b             = b + 5
25      for ps in arrPrestress:
26          arrPs_b.append(b * ps)
27          heigth_b = heigth(path1,path2,arrPs_b)
28
29  n = ceil(log(abs(a - b) / tol) / log(2))
30
31  for i in range(int(n)):
32      c = 0.5 * (a + b)
33      arrPs_c = []
34      for ps in arrPrestress:
35          arrPs_c.append(c * ps)
36
37      heigth_c = heigth(path1,path2,arrPs_c)
38      fc       = heigth_c - target_heigth
39      if abs(fc) < tol: return path2
40      if fb * fc < 0.0: a = c
41      else:             b = c
42
43  return path2

```

## CALCOLO DEL FATTORE DI BUCKLING

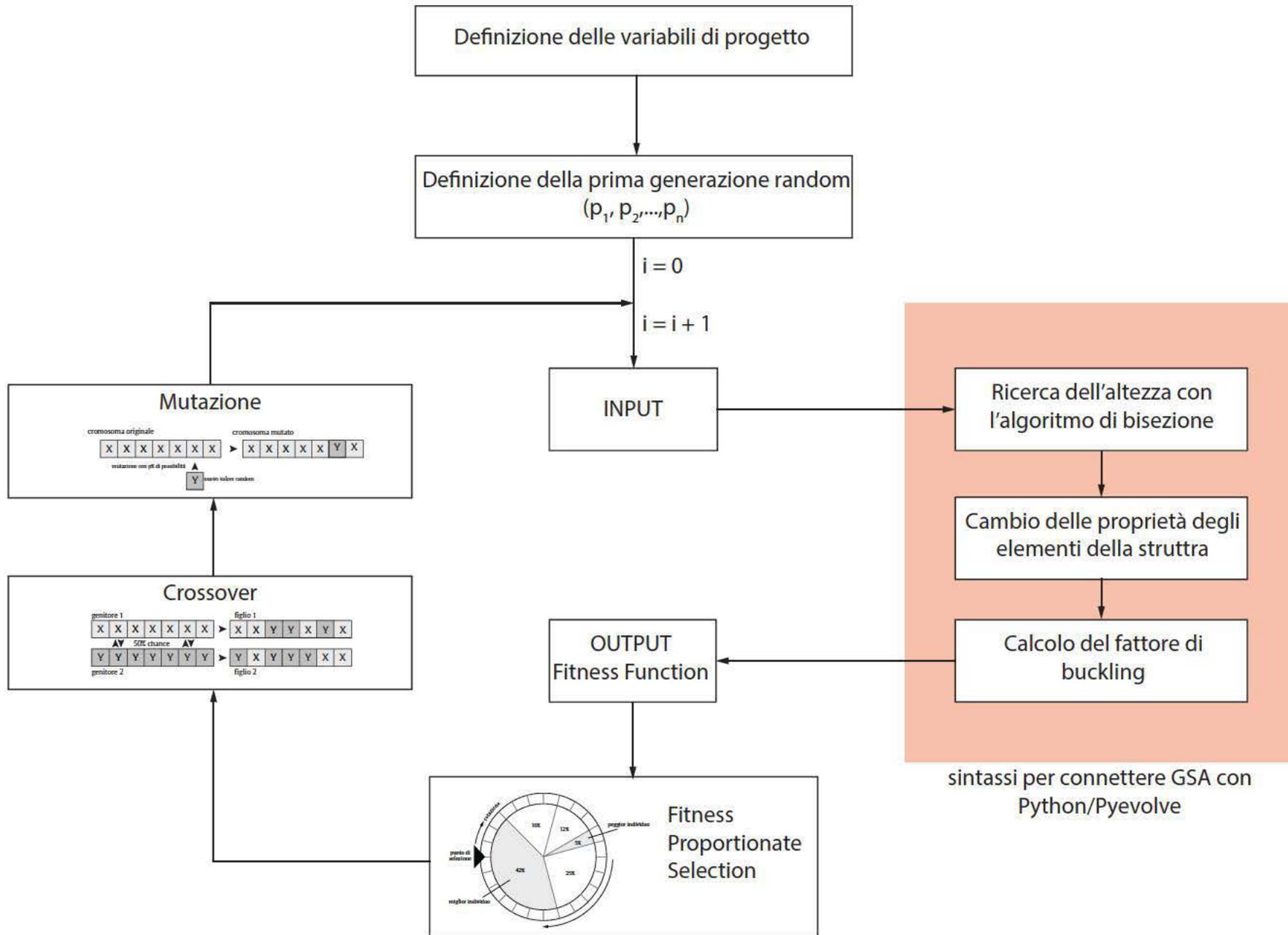
Il fattore di buckling viene calcolato su una geometria deformata. L'algoritmo per il calcolo è il seguente:

1. Calcolo del primo modo di buckling  $EV1$  per la condizione di carico che ha generato la forma
2. Calcolo della nuova condizione di carico pari a:

$$0.8 * EV1$$

3. Analisi non lineare con la nuova condizione di carico e definizione della nuova geometria deformata
4. Calcolo del primo modo di buckling  $EV2$  per la geometria deformata
5. Calcolo del fattore di buckling per la struttura pari a:

$$(0.8 * EV1) * (EV2)$$

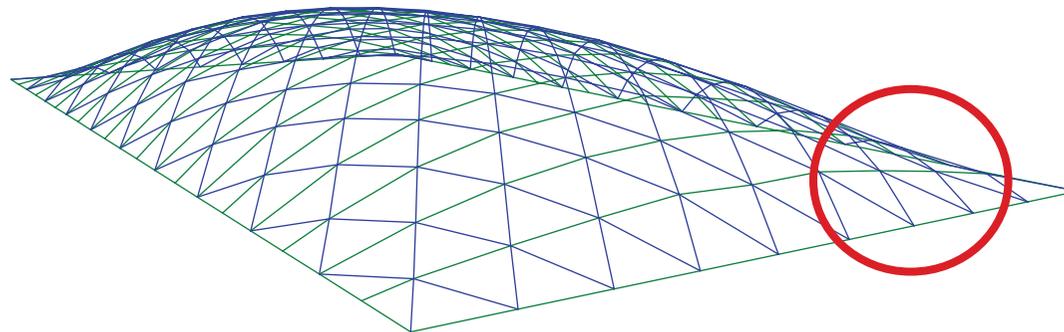


FLAT GEOMETRY	PRESTRESS DIRECTIONS			FORM FINDING SHAPE INITIAL UNIFORM PRESTRESS	RESTRAINTS		RELEASES			SECTIONS			GEOMETRY INITIALIZATION		BEST SHAPE		$\Delta$	%	
	ONE DIRECTION	TWO DIRECTIONS	THREE DIRECTIONS		PIN	ENCASTRE	ENCASTRES	PINS DIRECTIONS	PINS DIRECTIONS	EQUAL ALL WAYS	SECTION 1	SECTION 2	SECTION 3	INITIAL SHAPE	LOAD FACTOR	BEST SHAPE			LOAD FACTOR
															19.04		22.32	3.28	17.3%
														20.99		22.81	1.82	8.61%	
														2.08		7.52	5.44	261%	
														2.22		5.74	3.54	159%	
														5.33		6.67	1.34	25.1%	
														14.92		16.48	1.56	10.5%	
														2.67		9.27	6.60	247%	
														2.36		6.85	4.49	190%	
														5.41		6.90	1.49	27.5%	
														6.29		8.99	2.70	43.6%	
														7.49		10.43	2.94	39.2%	
														7.58		10.16	2.58	34%	
														8.49		12.52	4.03	47.5%	

This part of matrix indicates how I put the prestress for the form-finding

This part of matrix indicates the internal and external conditions for the buckling analysis for the form found shape

- Il form finding effettuato con un prestress uniforme non genera la migliore geometria possibile nei confronti del buckling
- Non esiste una relazione analitica tra i prestress per i vari elementi
- L'algoritmo genetico produce notevoli miglioramenti per il fattore di buckling delle geometrie
- Dai risultati si nota come gli individui migliori presentino un prestress maggiore per gli elementi in angolo. Questo produce una curvatura inversa dell'arco.



- Migliorare l'efficienza dell'algoritmo genetico in termini di tempo-macchina.
- Evitare la curvatura inversa degli archi agli angoli inserendo all'interno del GA il calcolo della curvatura della geometria come ulteriore parametro di controllo.
- Sviluppare un MOGA in grado di poter valutare separatamente funzioni di fitness diverse
- Effettuare ulteriori test con metodi di form-finding diversi e con una distribuzione di prestress negli elementi diversa
- Effettuare test con maglie strutturali diverse e su diversi perimetri
- Ricercare, se possibile, un metodo nuovo di form-finding che tenga in conto da subito del fattore di buckling della struttura