

INTERAZIONE TERRENO-FONDAZIONE STRUTTURA

SOLO TERRENO-FONDAZIONE SE:

- Struttura isostatica o infinitamente flessibile;
- Analisi dei carichi:
 - Analisi sovrastruttura a vincoli fissi
 - Aree di influenza

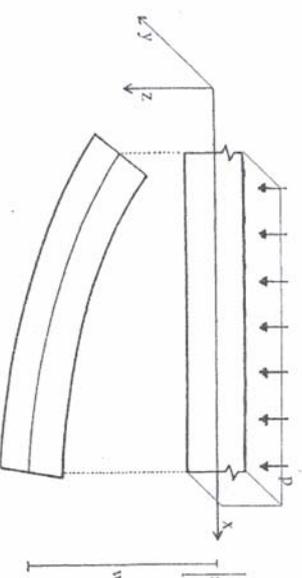
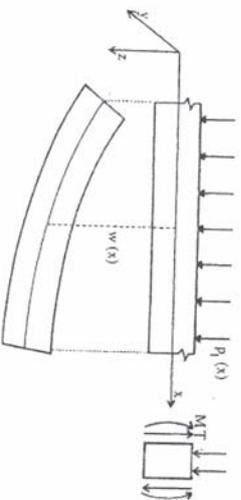
Ipotesi:

- fondazione liscia;
- vincolo bilaterale

EQUAZIONI DI EQUILIBRIO (TRAVE INFLESSA)

$$\frac{dT}{dx} = -q_1(x) \quad \frac{dM}{dx} = T \quad \frac{d^2M}{dx^2} = -q_1(x)$$

$$\frac{d^2w}{dx^2} = -\frac{M}{E_f J_f} \quad (\text{linea elastica}) \quad E_f J_f \frac{d^4w}{dx^4} = q_1(x)$$



SOLUZIONE EQUAZIONE LINEA ELASTICA

$$E_f J_f \frac{d^4 w}{dx^4} = q_1(x)$$

$w_G(x) = w_o(x) + w_p(x)$ (integrale generale dell'omogenea associata
 $q_1(x)=0$ + integrale particolare relativo a $q_1(x)$)

Altre condizioni di interesse:

- trave ad asse circolare
- piastra rett. $D_f \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right) = q(x,y); D_f = \frac{E_f h^3}{12(1-\nu_f^2)}$
- piastra infinitamente rigida $w_r = w_c + \psi_y x + \psi_x y$

Soluzioni dipendono da modello: $w(x) = f[p(x)]$ $w(x,y) = f[p(x,y)]$

WINKLER (1867)

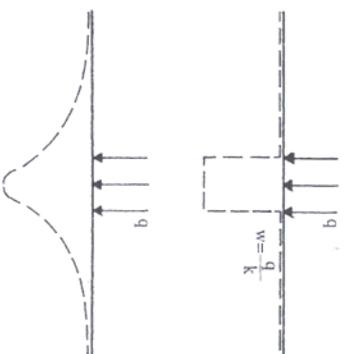
$$E_f J_f \frac{d^4 w}{dx^4} = [q(x) - p(x)] \cdot B$$

$$p(x) = k \cdot w(x) \quad k = p(x) / w(x) \quad (F/L^3)$$

Integrale generale:

$$w(x) = e^{x/\lambda} \left(A \cos \frac{x}{\lambda} + B \sin \frac{x}{\lambda} \right) + e^{-x/\lambda} \left(C \cos \frac{x}{\lambda} + D \sin \frac{x}{\lambda} \right);$$

$$\lambda = \sqrt[4]{\frac{4E_f J_f}{kB}} \quad (\text{lunghezza caratteristica, lunghezza d'onda})$$



WINKLER (1867)

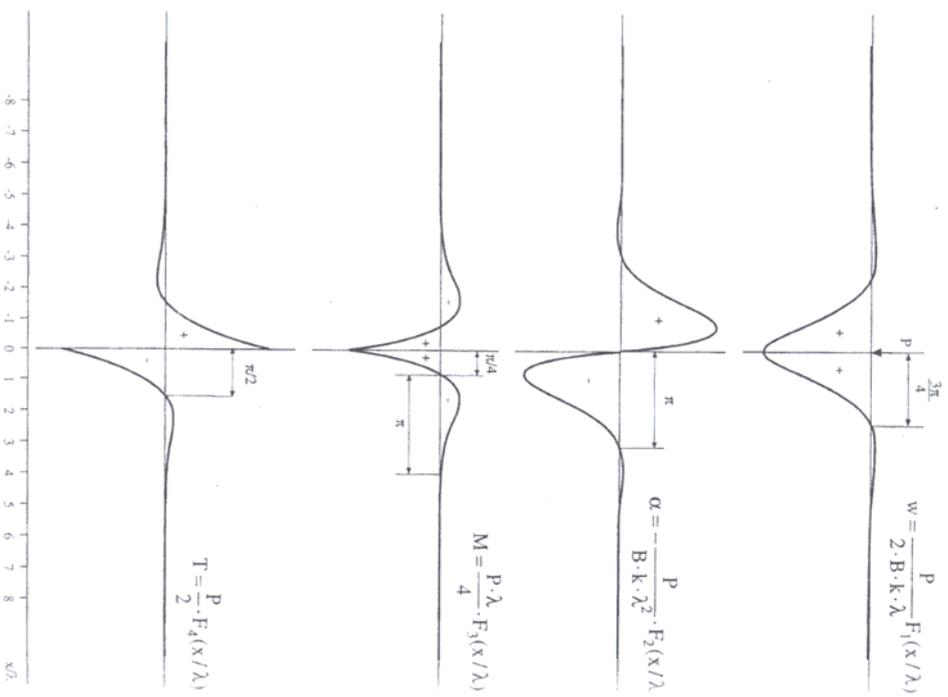
$$p(x) = k \cdot w(x)$$

$$\alpha(x) = dw / dx$$

$$M = -E_r J_f \frac{d^2 w}{dx^2}$$

$$T = -E_r J_f \frac{d^3 w}{dx^3}$$

$L/\lambda > \pi$ (infinitamente lunga)



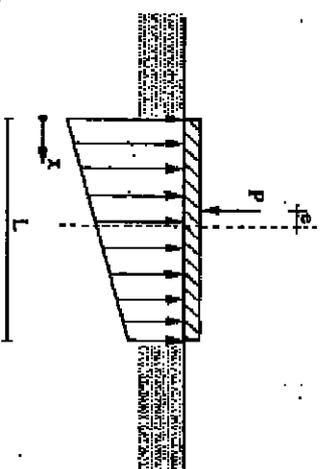
TRAPEZIO TENSIONI - WINKLER (1867)

$L/\lambda \leq \pi/4$ (trave corta)

$$w_r = w_c + \psi_y x + \psi_x y$$

$$p(x) = \frac{P}{BL} \left[1 + \frac{6e}{L} - 12 \frac{ex}{L^2} \right] \quad (\text{equilibrio} + \text{congruenza solo con Winkler})$$

$$\frac{p(x)}{k} = \frac{P}{BLk} + \frac{M}{J_r k} x \quad w_c = \frac{P}{BLk}; \psi_y x = \frac{M}{J_r k} x$$



DETERMINAZIONE DI k

a) da prove edometriche (terreni a grana fine)

$$w = \frac{p_B}{E} (1 - \nu^2) I_s \quad w \cong \frac{p_B}{E_{ed}} \quad k \cong \frac{E_{ed}}{B}$$

b) da prove di carico su piastra (circolare o quadrata)

$$w_1 = \frac{p_B}{E} (1 - \nu^2) I_1; \quad w = \frac{p_B}{E} (1 - \nu^2) I$$

terreni a grana fine

$$\frac{k}{k_1} = \frac{w_1}{w} = \frac{b I_1}{B I} \quad (\text{trave}) \quad k = k_1 \frac{b}{1.5 \cdot B}$$

terreni a grana grossa (Terzaghi e Peck 1948)

$$w = w_1 \left(\frac{2B}{B+b} \right)^2 \quad k = k_1 \left(\frac{B+b}{2 \cdot B} \right)^2 \quad w = 4w_1 \Rightarrow B \rightarrow \infty$$

Consistenza	Compatta ($c_u = 50+100$ kPa)	Molto compatta ($c_u = 100+200$ kPa)	Dura ($c_u > 200$ kPa)
Campo	18 + 35	35 + 70	> 70
Valore consigliato	25	50	100

Tab. 9.3. Valori tipici di k_1 (N/cm³) per terreni coesivi.
Per estrapolare alla fondazione, v. eq. (9.7)

Tipo di sabbia	Stato di addensamento		
	Sciolto	Medio	Denso
Campo	7 + 20	20 + 100	100 + 350
Non satura	15	50	175
Satura	10	30	110

Tab. 9.4. Valori tipici di k_1 (N/cm³) per terreni incoerenti.
Per estrapolare alla fondazione, v. eq. (9.8)

SEMISPAZIO ELASTICO (BARDEN JEMOTCHIKINE)

- Suddividere la trave in N conci
- Scrivere N equazioni di congruenza
- Scrivere due equazioni di equilibrio
- Metodo del vincolo ausiliario (Barden)

$$IB \sum_{i=1}^N p_i = F \quad IB \sum_{i=1}^N p_i x_i = F \cdot X$$

$$V_i = W_i$$

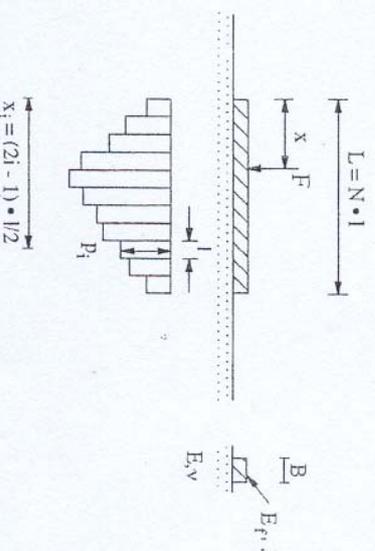


Fig. 9.10 Metodo di Barden; discretizzazione delle reazioni del terreno

DETERMINAZIONE DEGLI SPOSTAMENTI

$$v_j' = \frac{F x_j^3}{3E_f J_f} + \frac{F x_j^2}{3E_f J_f} (x - x_j) \quad x > x_j$$

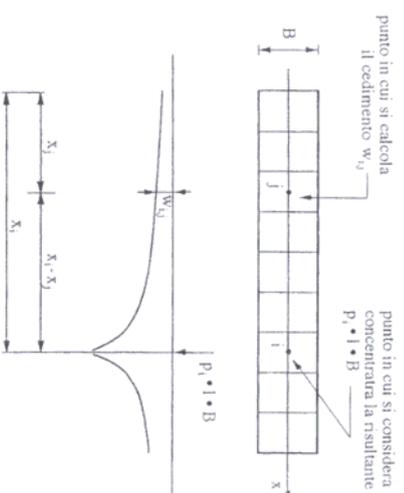
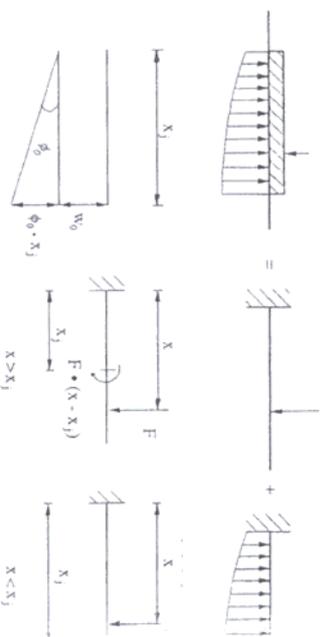
$$v_{i,j}'' = \frac{p_i l B x_j^3}{3E_f J_f} + \frac{p_i l B x_j^2}{3E_f J_f} (x - x_j) \quad x > x_j$$

$$v_j'' = \sum_{i=1}^N v_{i,j}''$$

$$v_j''' = v_0' + \phi_0' x_j$$

$$w_{i,j} = \frac{p_i l B (1 - v^2)}{\pi E (x_i - x_j)} \quad w_{i,i} = \frac{2.72 p_i l B (1 - v^2)}{\pi E l}$$

$$w_j = \sum_{i=1}^N w_{i,j} \quad t = \frac{\pi E B l^3}{32 E_f J_f (1 - v^2)}$$



STRATO DI SPESSORE FINITO (KONIG E SHERIF)

Se $H_c / B \leq 2$

$$H_c = H$$

Se $H_c / B > 2$

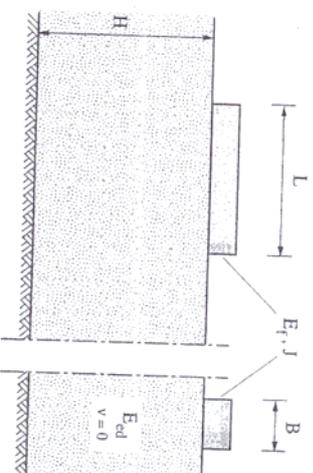
$H = 2B$ (Travi); $H = B$ (Piastre)

Approssimazione di Steinbrenner

$$S_{0,H} = S_{0,\infty} - S_{H,\infty}$$

$$KS = \frac{12E_r J_f}{EBL^3}$$

$$KS = \frac{1.178}{(1-\nu)^2 t}$$



ALTRE SOLUZIONI

- Piastre su suolo alla Winkler (Hetenji 1946, Selvadurai 1984)
- Piastre circolari (carichi assialsimmetrici) (Viggiani, Lancellotta Fenelli e Russo 1999, Brown 1969)
- Piastre rettangolari (Fraser e Wardle 1976)
- Graticci di fondazione

$$N_{i,x} + N_{i,y} = P_i$$
$$\sum_{i=1}^N \eta_{i,j} \cdot N_{j,x} = \sum_{i=1}^N \eta_{i,j} \cdot N_{j,y}$$

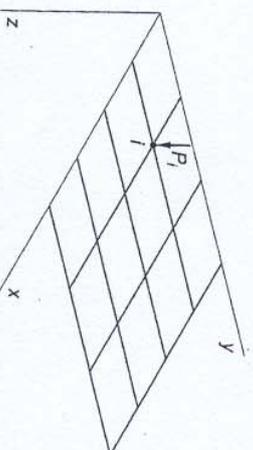
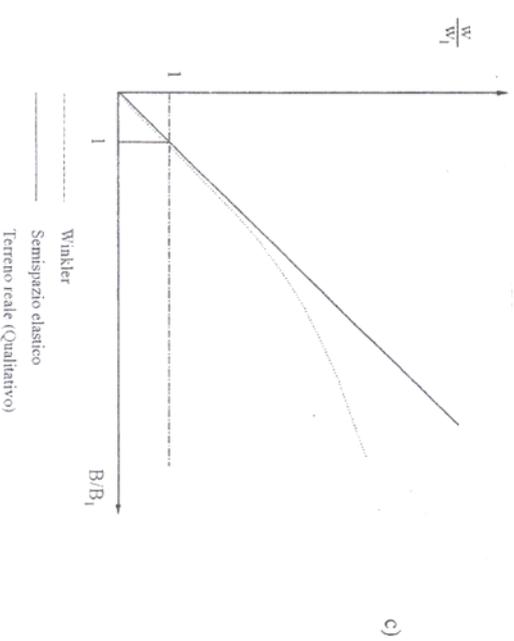
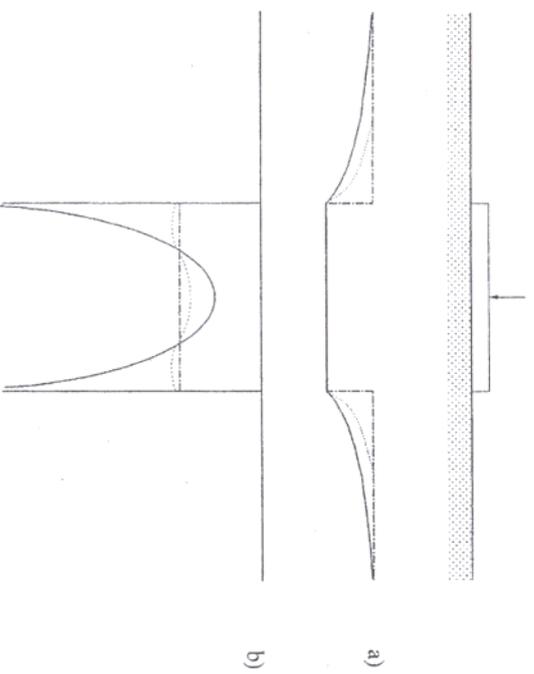


Figura 6.9 Fondazione a graticcio.

CONSIDERAZIONI CONCLUSIVE

- Semispazio elastico – Barden (mai!)
- Konig e Sherif (sempre preferibile)
- Winkler (carico distribuito, mai!)
- Peso proprio (argille NC o debolmente OC interviene)
- Fattori dominanti: rigidezza relativa, distribuzione carichi



INFLUENZA DELLA SOVRASTRUTTURA

Situazioni limite:

a) Sovruttura infinitamente flessibile (telaio in c.a)

b) Sovruttura infinitamente rigida (serbatoio, silos)

a. Risultante baricentrica; $\sum_{i=1}^N Q_i = Q$; $w_i = \sum_{j=1}^N \eta_{i,j} Q_j = w$

b. Risultante eccentrica; $\sum_{i=1}^N Q_i = Q$; $\sum_{i=1}^N Q_i x_i = Q \cdot x$;

$$w_i = \sum_{j=1}^N \eta_{i,j} Q_j = w_0 + \alpha_0 x_i$$

c. Semplificazione: regola presso-flessione $p = \frac{R}{A} + \frac{Re_x}{J_x} y + \frac{Re_y}{J_y} x$
(graticci).