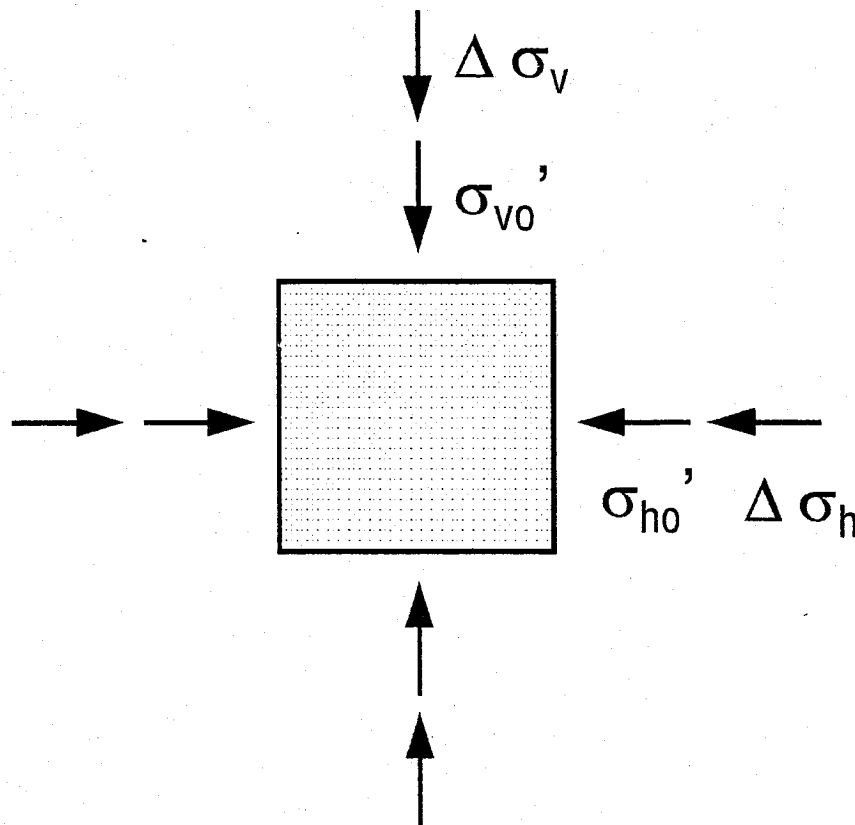


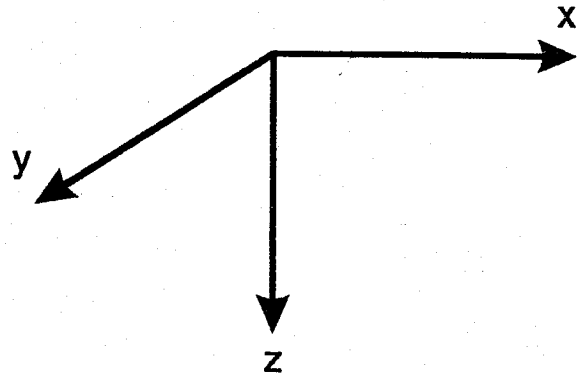
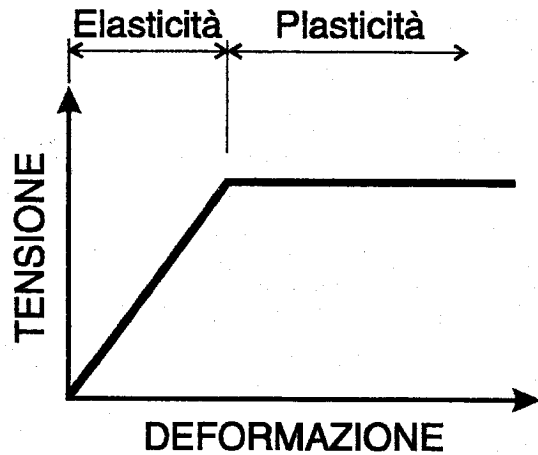
TENSIONI INDOTTE

DISTRIBUZIONE DELLE TENSIONI INDOTTE DA CARICHI APPLICATI AL TERRENO



Incrementi delle tensioni ($\Delta \sigma_v$, $\Delta \sigma_h$, ...) indotti
da carichi applicati sul terreno.
Soluzioni della teoria dell'elasticità.

FORMULE DELLA TEORIA DELL'ELASTICITA' MEZZO ELASTICO - ISOTROPO - OMOGENEO



$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} [\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)]$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E} [\sigma_y - \nu(\sigma_x + \sigma_z)]$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} [\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)]$$

$$\sigma_x = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} (\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z) + \frac{E}{1+\nu} \cdot \varepsilon_x$$

$$\sigma_y = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} (\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z) + \frac{E}{1+\nu} \cdot \varepsilon_y$$

$$\sigma_z = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} (\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z) + \frac{E}{1+\nu} \cdot \varepsilon_z$$

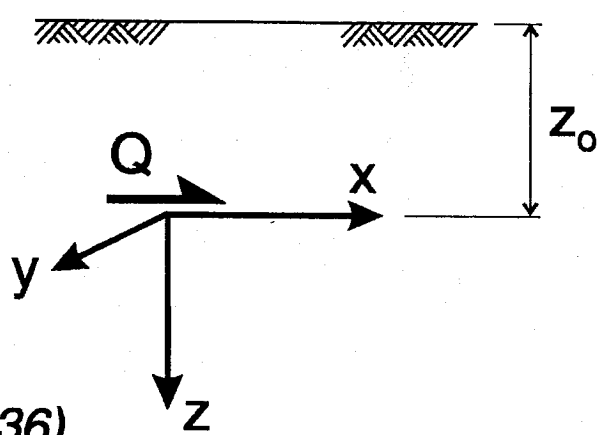
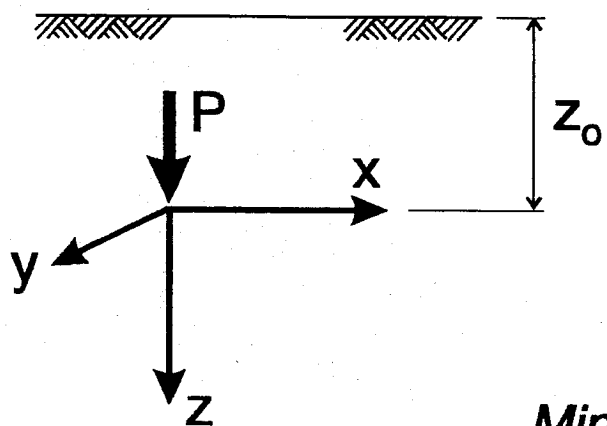
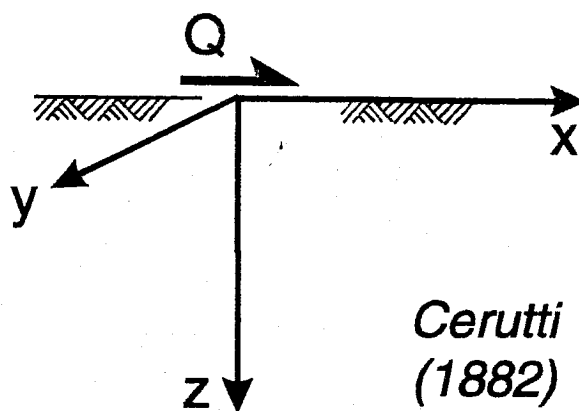
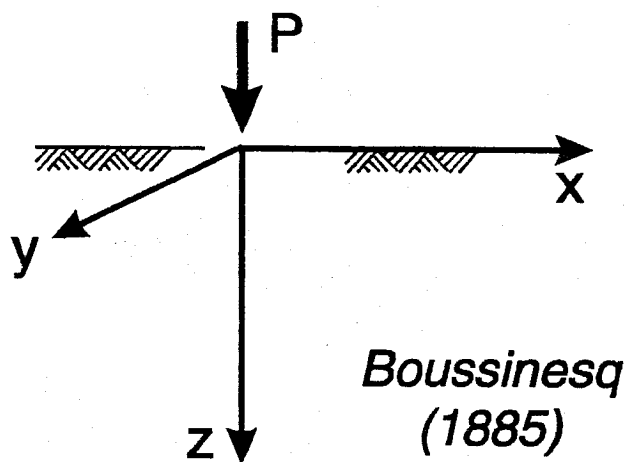
TEORIA DI BOUSSINESQ

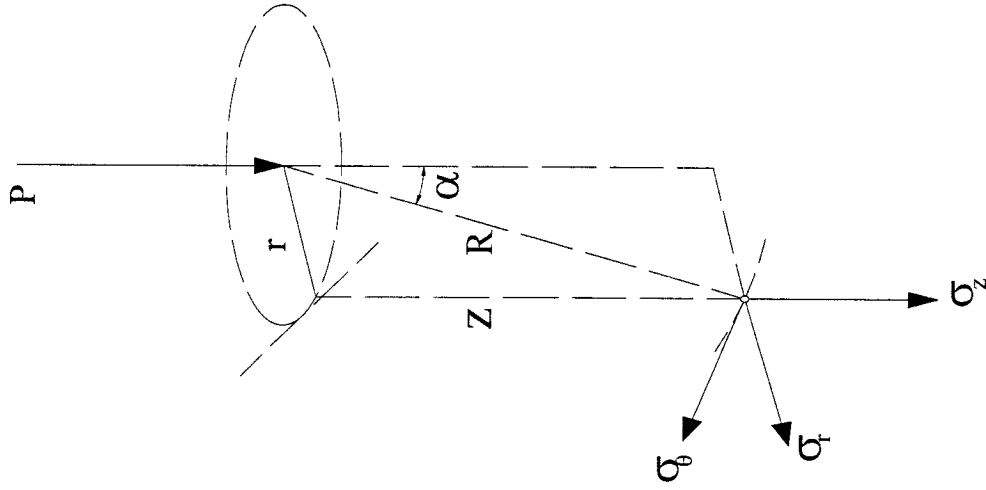
IPOTESI SEMPLIFICATIVE

- Terreno assimilato ad un mezzo continuo, isotropo, omogeneo ed elastico.
i.e. E , ν invarianti nello spazio e nel tempo
nonchè indipendenti dal livello delle tensioni
- Area di carico infinitamente flessibile, i.e. $E_F J_F = 0$
- Area di carico superficiale, i.e. posta al limite superiore del semispazio elastico

In virtù della prima ipotesi si applica
il principio della sovrapposizione degli effetti

SOLUZIONI BASE



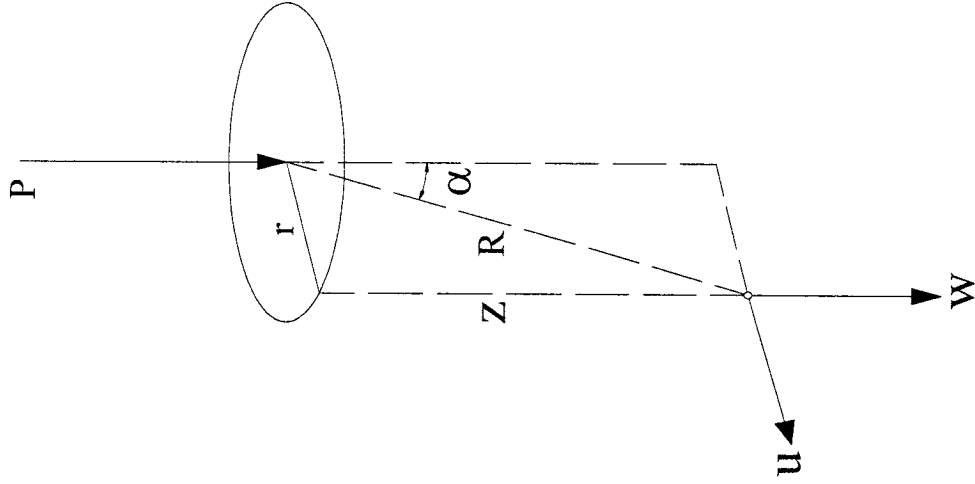


$$\epsilon_r = \frac{\partial u}{\partial r}$$

$$\epsilon_\theta = \frac{u}{r}$$

$$\epsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z}$$

$$\gamma_{rz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial r}$$



$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0$$

$$\frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\tau_{rz}}{r} = 0$$

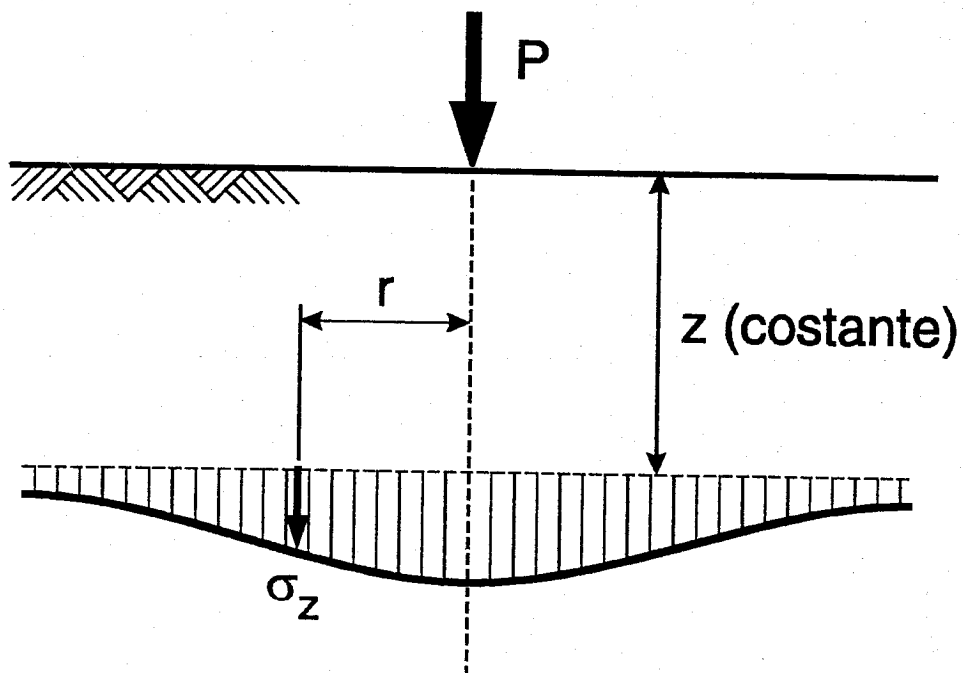
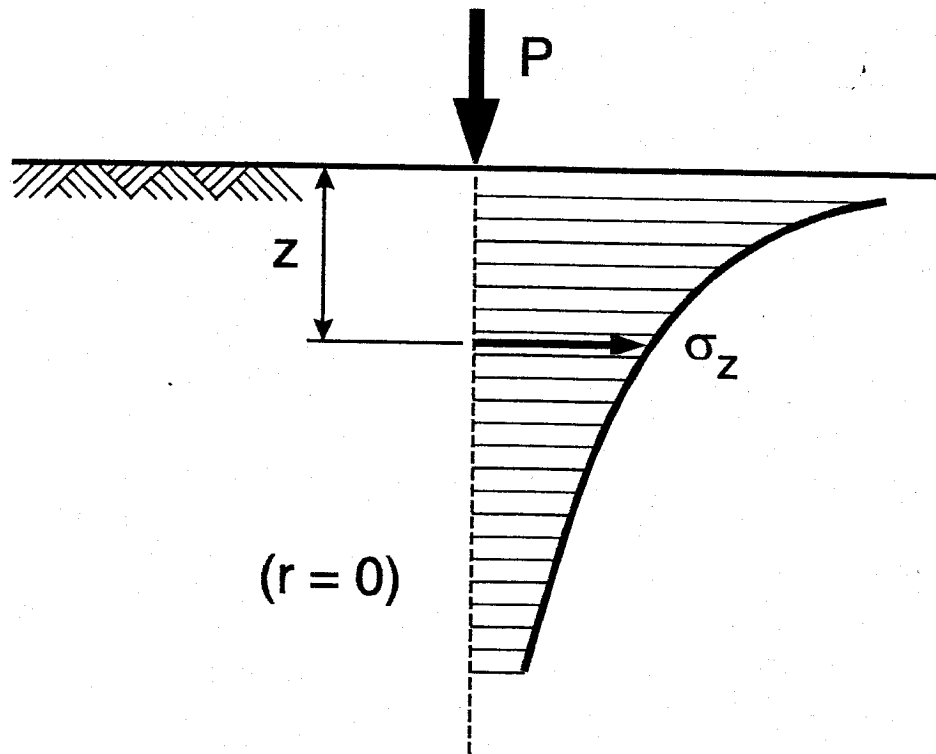
$$\sigma_z = \frac{3P}{2\pi} \frac{z^3}{R^5}$$

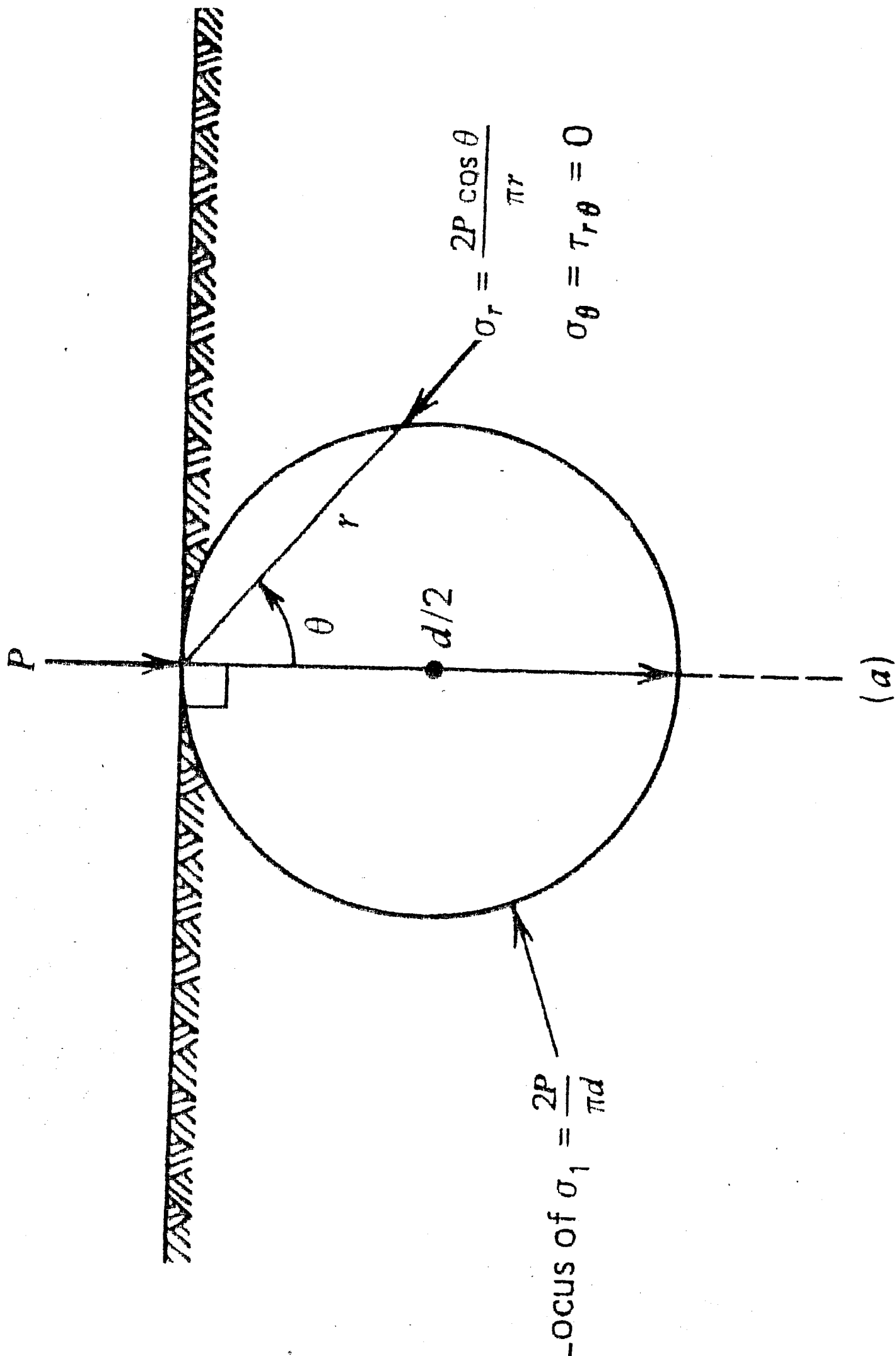
$$\tau_{rz} = \frac{3P}{2\pi} \frac{z^2 r}{R^5}$$

$$\sigma_r = \frac{P}{2\pi} \left[\frac{3zr^2}{R^5} - \frac{1-2\nu}{R(R+z)} \right]$$

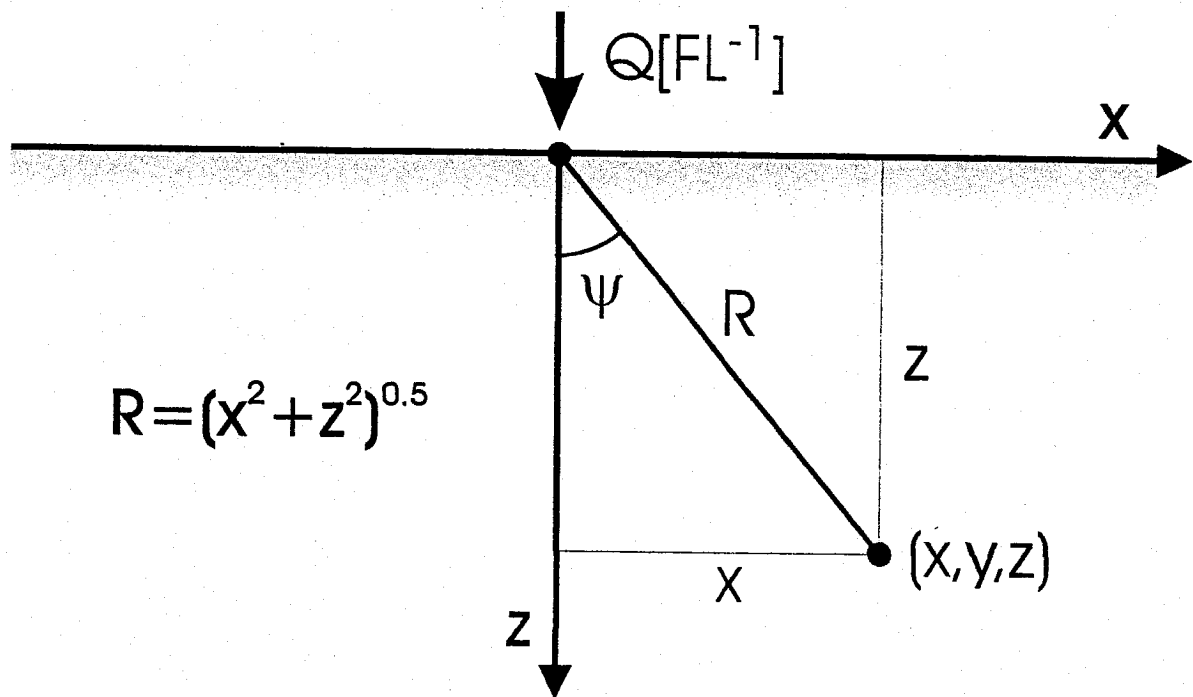
$$\sigma_\theta = \frac{P}{2\pi} (1-2\nu) \left[\frac{1}{R(R+z)} - \frac{z}{R^3} \right]$$

TENSIONE VERTICALE INDOTTA DA UN CARICO PUNTIFORME





CARICO LINEARE UNIFORME

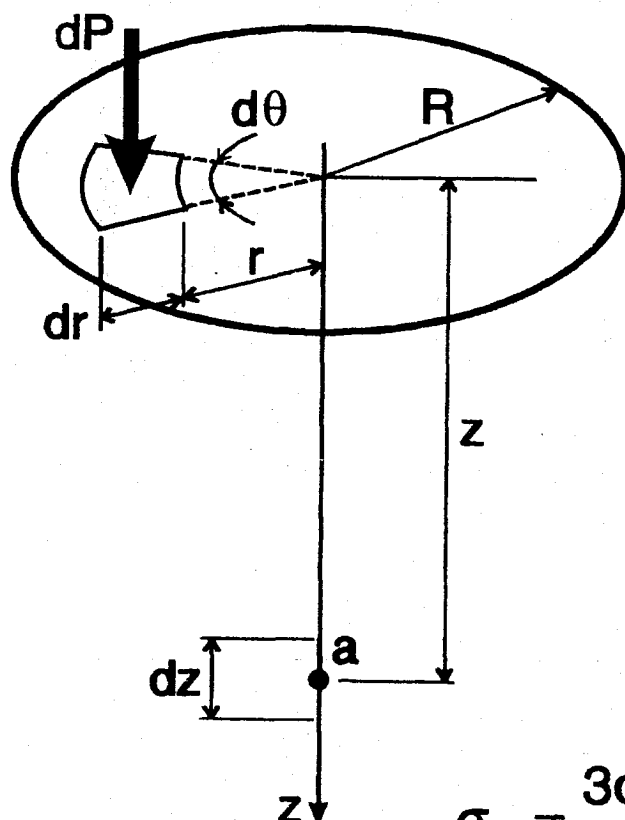


$$\sigma_z = \frac{2Q}{\pi} \cdot \frac{Z^3}{R^4}; \quad \sigma_x = \frac{2Q}{\pi} \cdot \frac{X^2 Z}{R^4}; \quad \sigma_y = \frac{2Q}{\pi \nu} \cdot \frac{Z}{R^2} \cdot \nu$$

CARICO UNIFORMEMENTE RIPARTITO SU AREE DI DIMENSIONI FINITE

- Suddivisione dell'area di carico (A) in piccole aree elementari (dA) soggette a carico puntiforme $dP = q \cdot dA$
- Integrazione dell'equazione di Boussinesq per il carico puntiforme estesa all'intera area di calcolo

ESEMPIO: tensione verticale sotto il baricentro di un'area circolare.

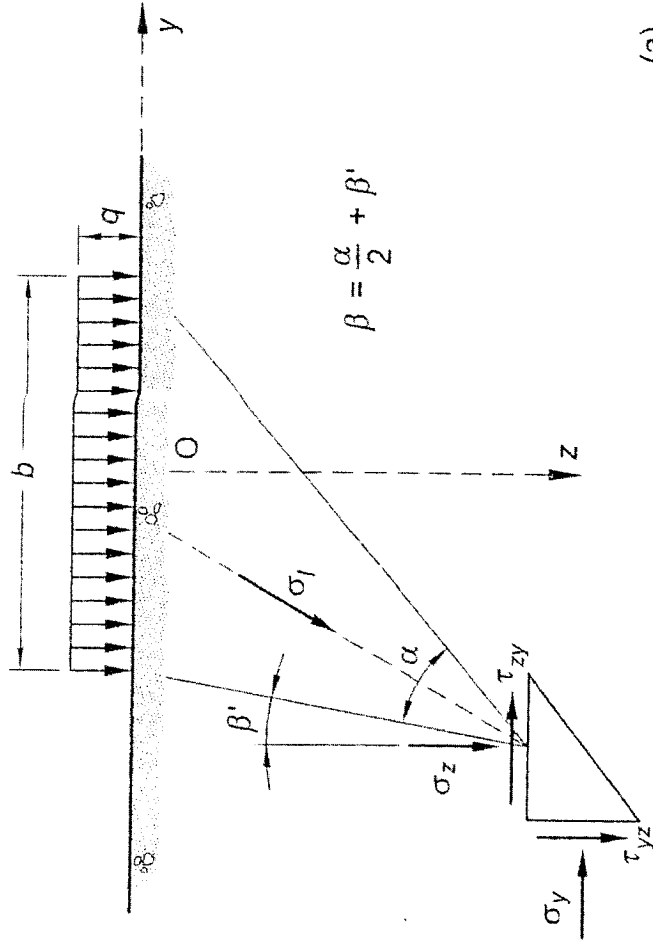


$$d\sigma_z = \frac{dP}{2\pi} \cdot \frac{3z^3}{(\sqrt{r^2 + z^2})^5}$$

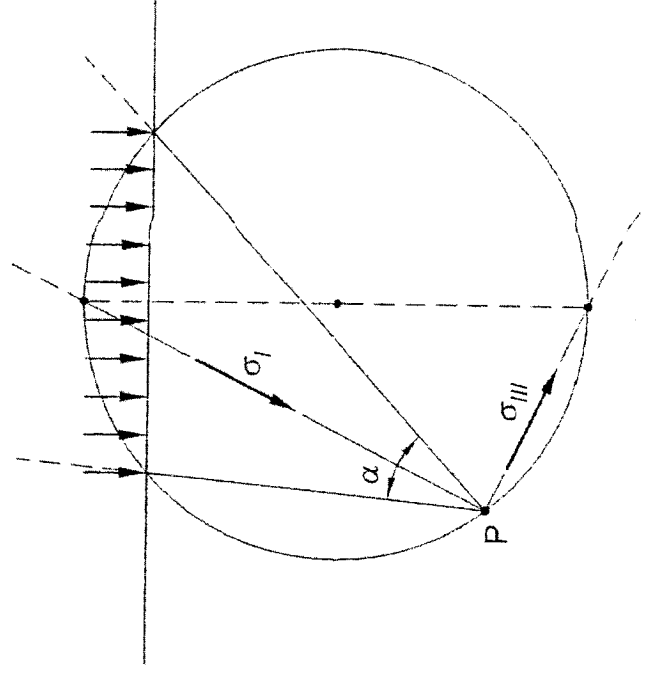
$$= \frac{q}{2\pi} \cdot \frac{3z^3}{(\sqrt{r^2 + z^2})^5} \cdot dA$$

$$dA = r \cdot d\theta \cdot dr$$

$$\sigma_z = \frac{3q}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^R \frac{z^3}{(\sqrt{r^2 + z^2})^5} \cdot r \cdot d\theta \cdot dr$$



(a)



(b)

$$\sigma_z = \frac{q}{\pi} (\alpha + \sin \alpha \cos 2\beta)$$

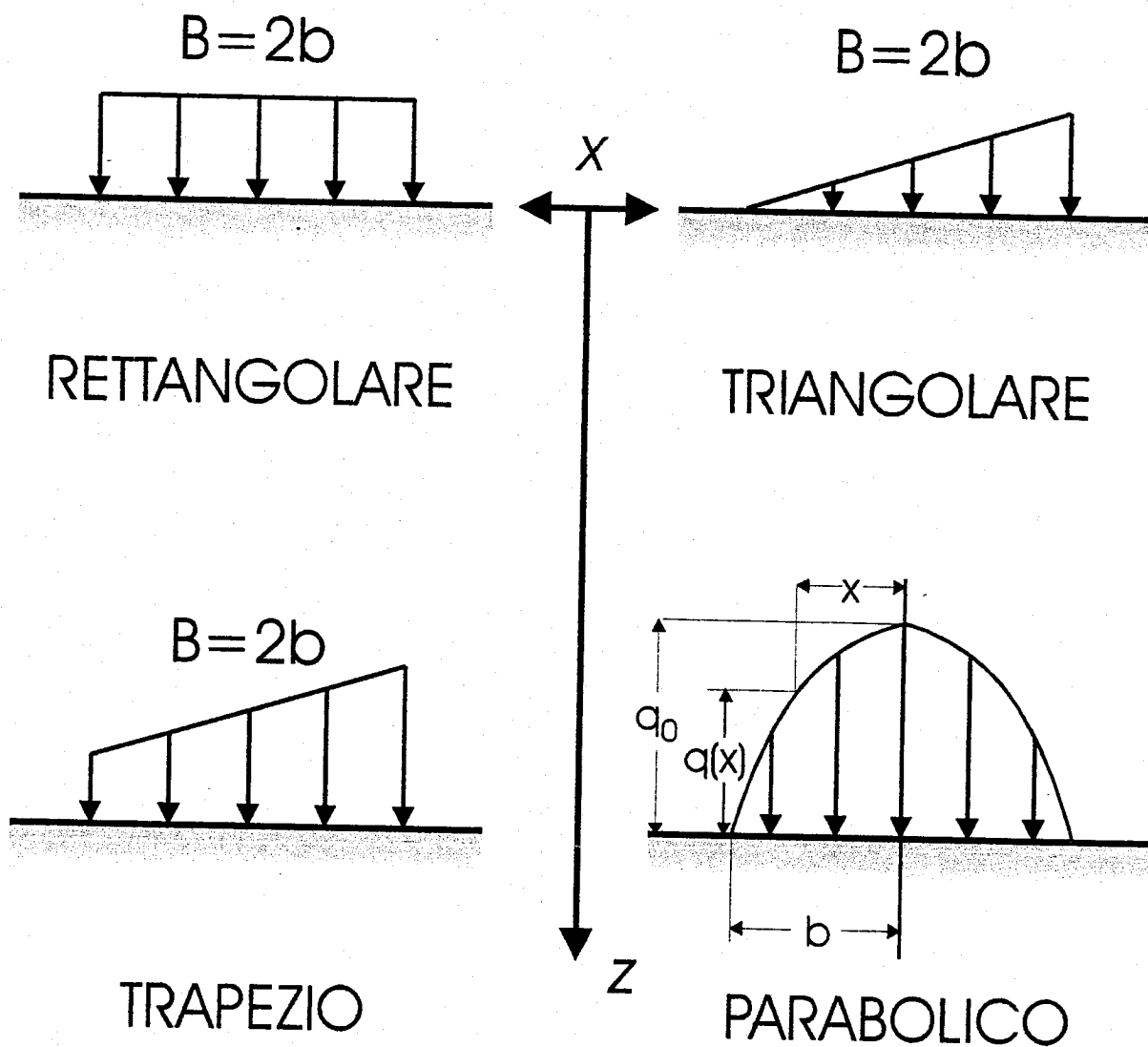
$$\sigma_y = \frac{q}{\pi} (\alpha - \sin \alpha \cos 2\beta)$$

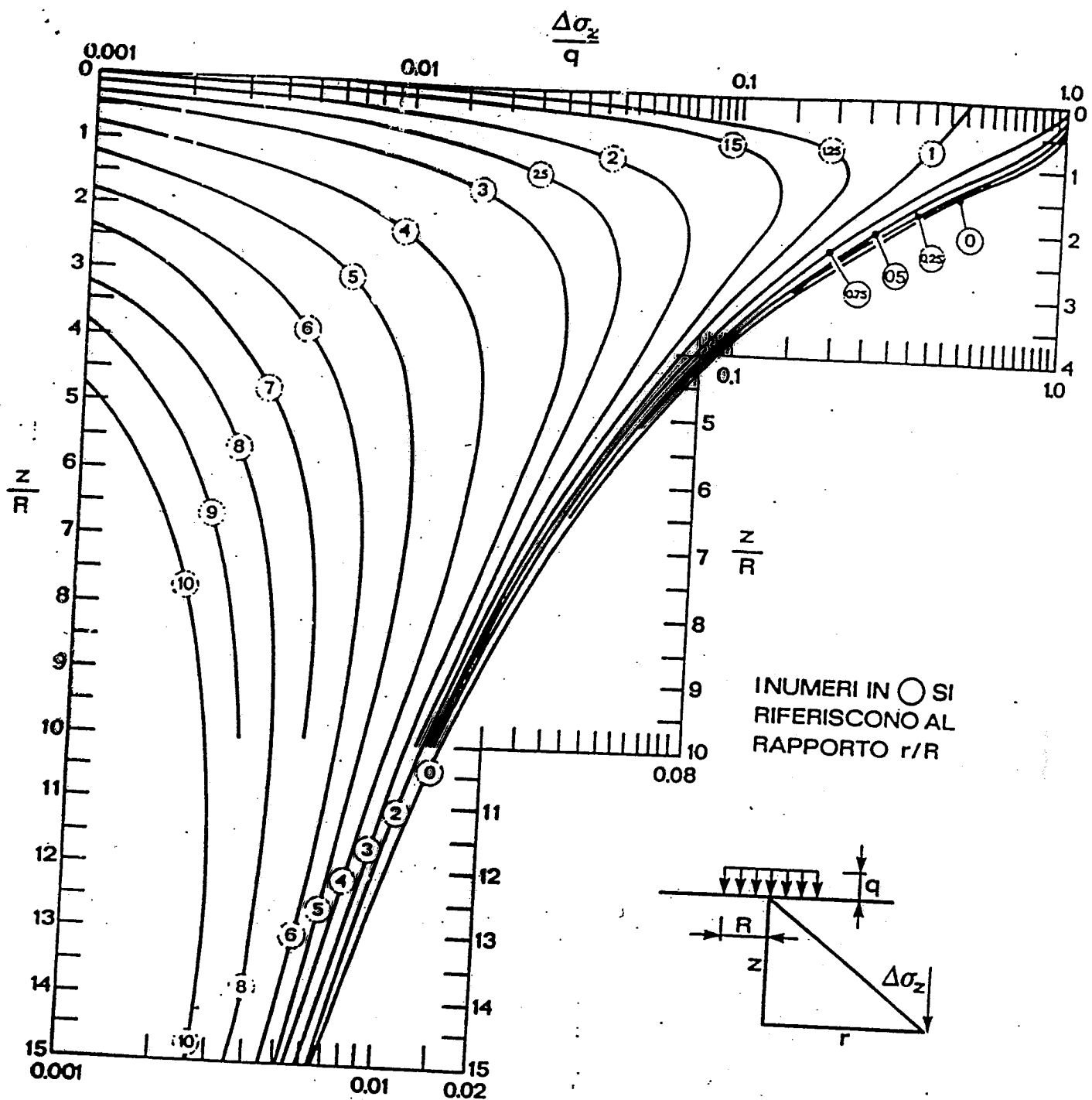
$$\tau_{zy} = \frac{q}{\pi} (\sin \alpha \sin 2\beta)$$

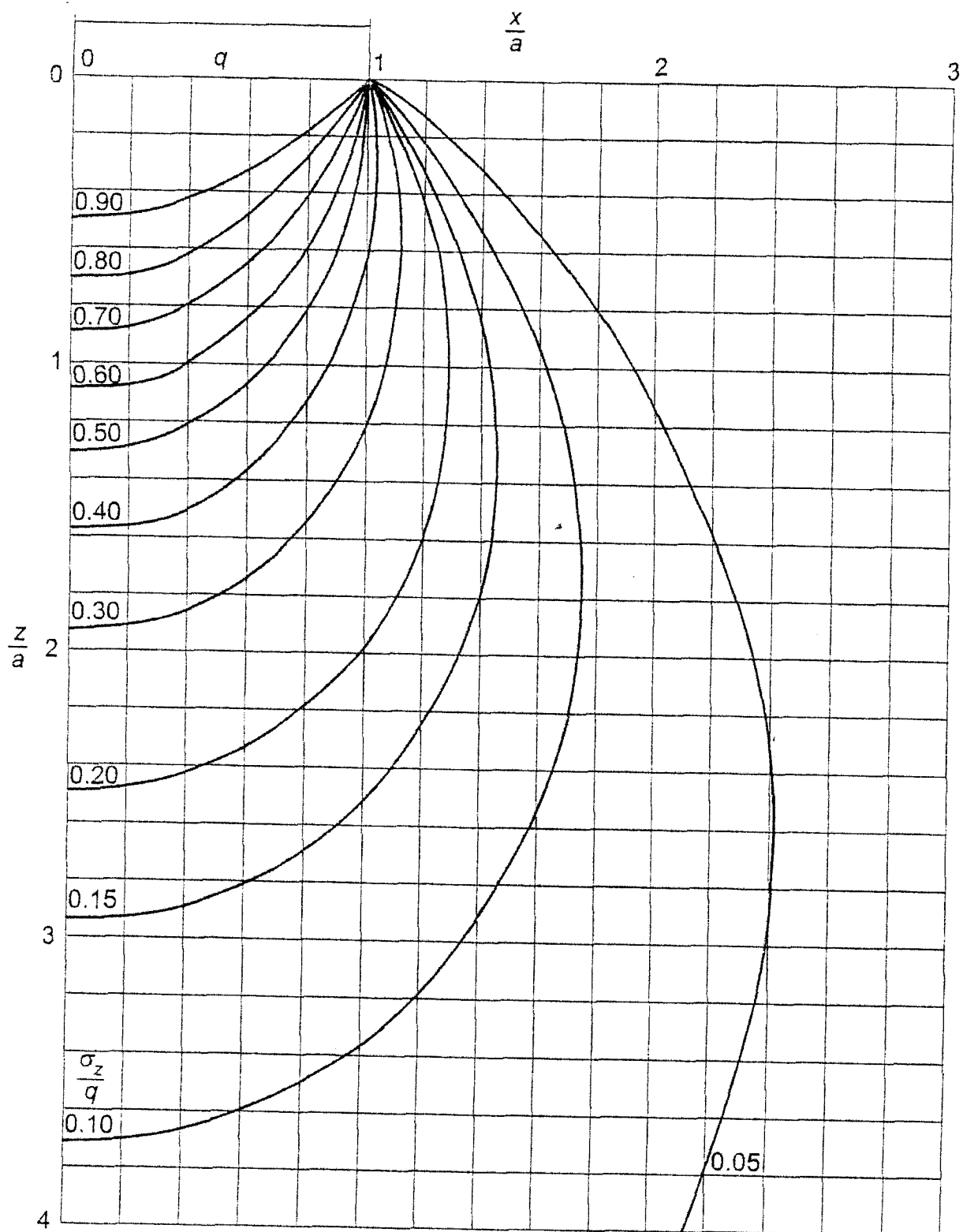
$$\sigma_I = \frac{q}{\pi} (\alpha + \sin \alpha)$$

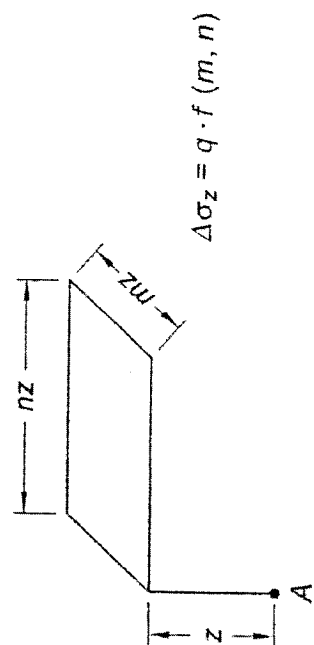
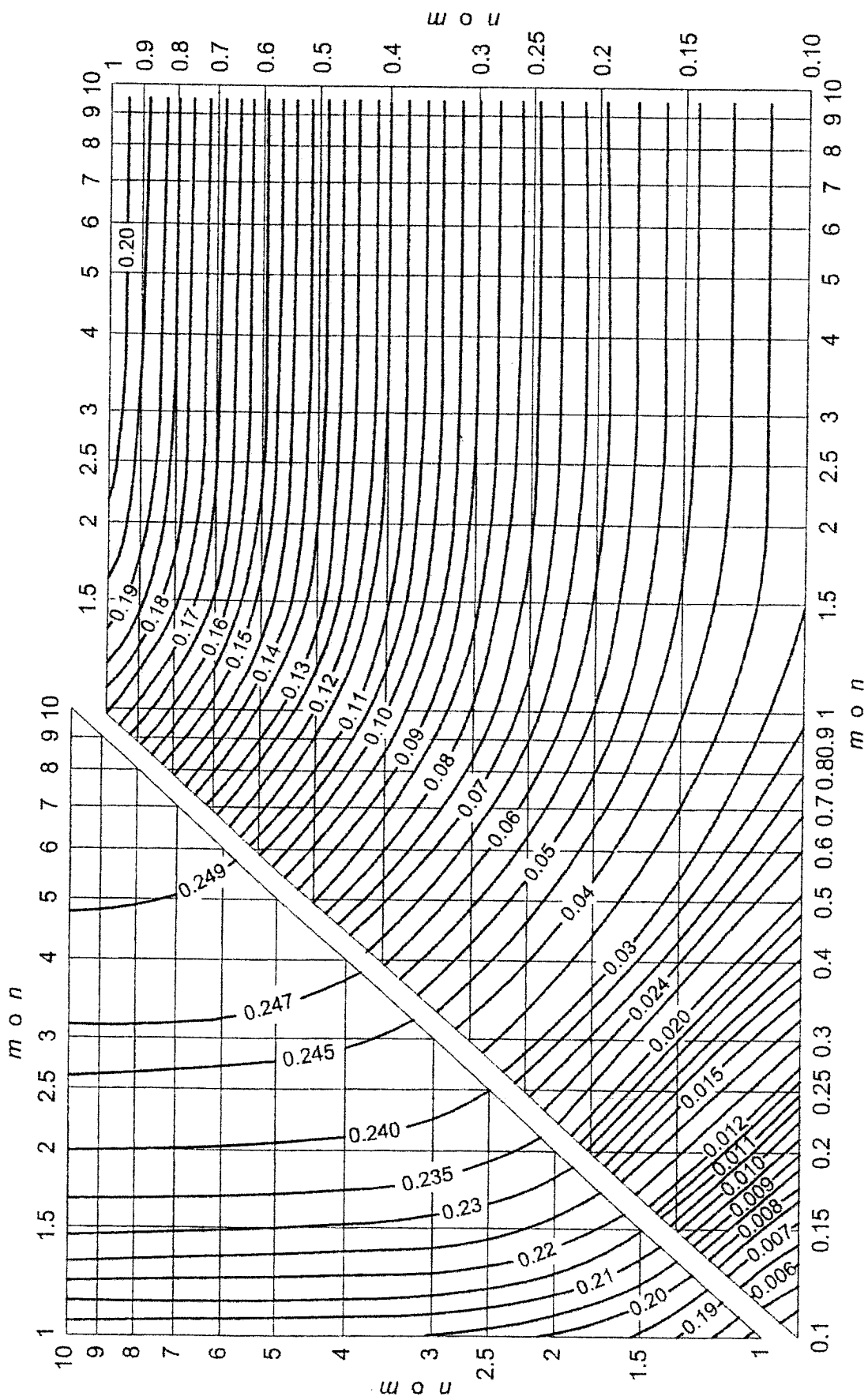
$$\sigma_{III} = \frac{q}{\pi} (\alpha - \sin \alpha)$$

CONDIZIONI DI DEFORMAZIONE PIANA

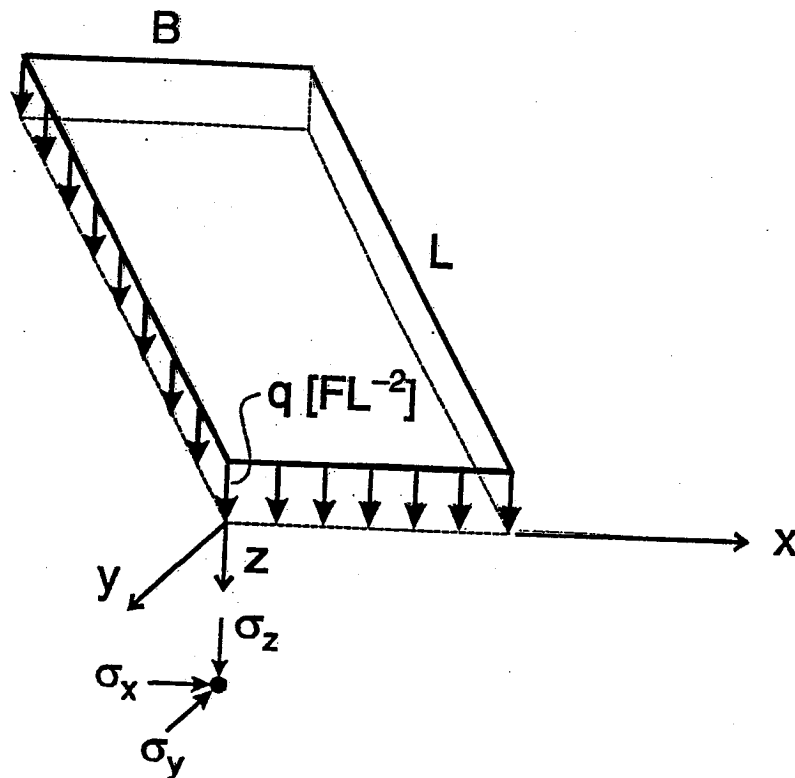








DISTRIBUZIONE DELLE TENSIONI INDOTTE DA SOVRACCARICHI - COEFFICIENTI DI INFLUENZA



$$\sigma_z = I_z \cdot q$$

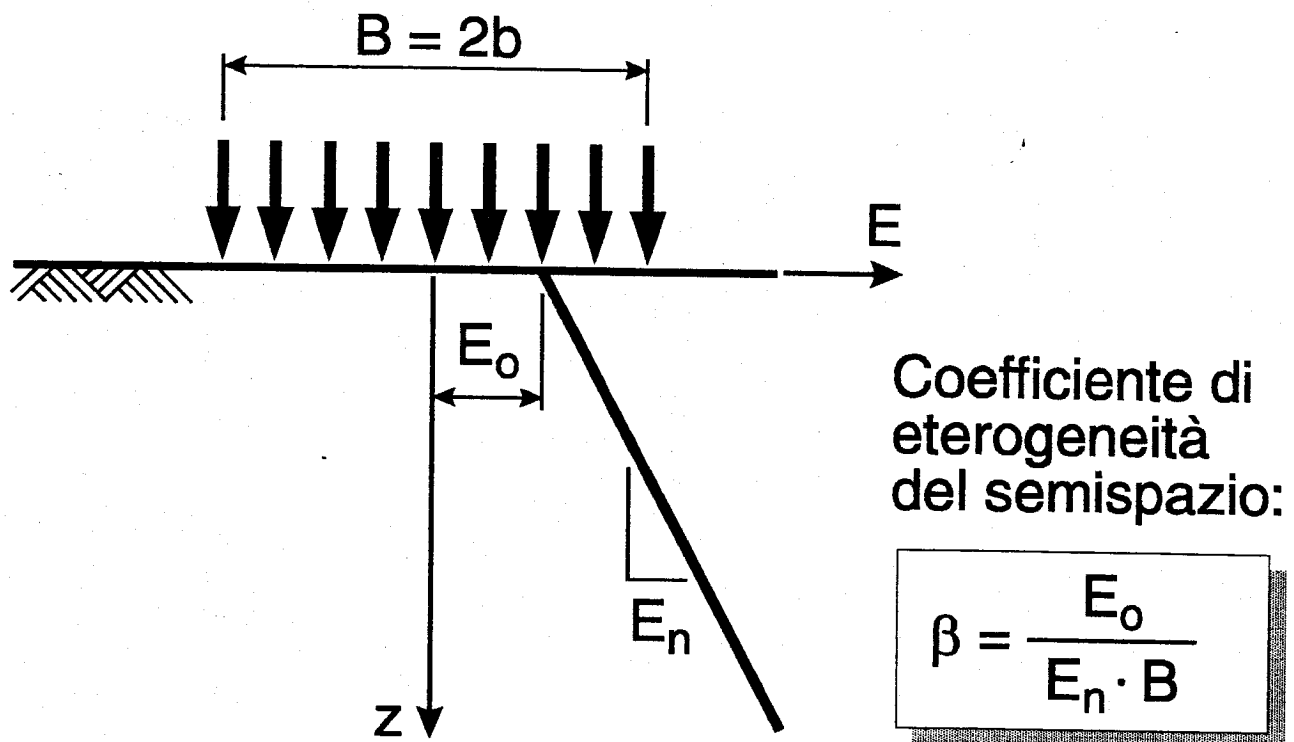
$$\sigma_x = I_x \cdot q$$

$$\sigma_y = I_y \cdot q$$

Coefficienti di influenza (I_j) dipendono dalla:

- Profondità relativa (z/B) e posizione (x/B , y/B) del punto considerato.
- Geometria (L/B) dell'area di carico.
- Distribuzione dei carichi sull'area stessa.
- Rigidezza flessionale della fondazione.
- Modello del mezzo elastico di riferimento.

SEMISPAZIO "ETEROGENEEO"

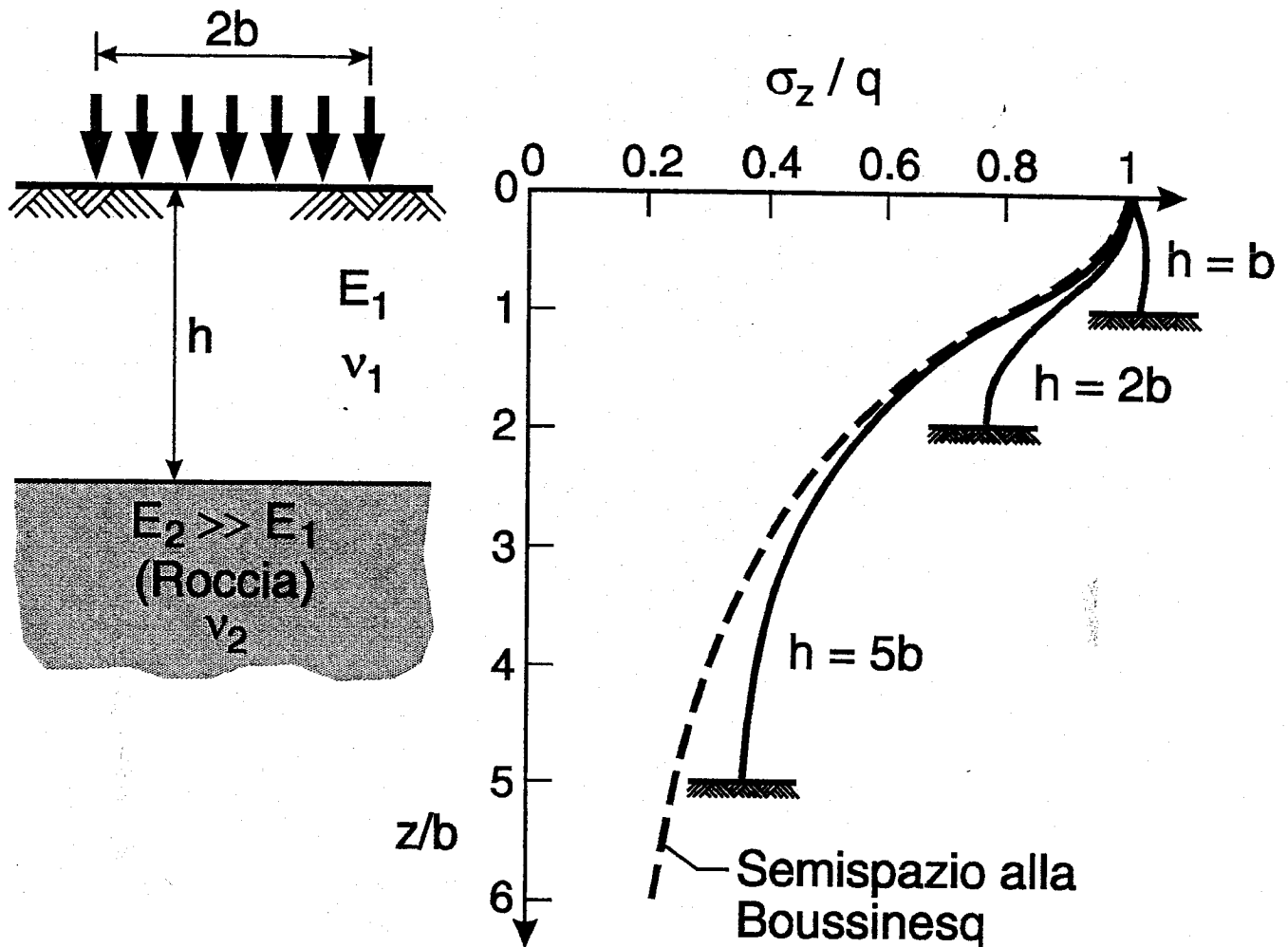


Semispazio elastico isotropo ed eterogeneo, avente costanti elastiche (E_o , E_n , ν) indipendenti dal livello delle tensioni indotte, il modulo di elasticità varia con la profondità.

$\beta = 0 \rightarrow$ modello di Winkler

$\beta > 10 \rightarrow$ modello di Boussinesq

STRATO "ELASTICO" DI SPESSORE FINITO



Strato elastico isotropo ed omogeneo, costanti elastiche (E_1 , ν_1 , E_2 , ν_2) indipendenti dal livello delle tensioni e dalla posizione.

TENSIONI INDOTTE DALLA FONDAZIONE CONFRONTO CON LA SOLUZIONE DI BOUSSINESQ

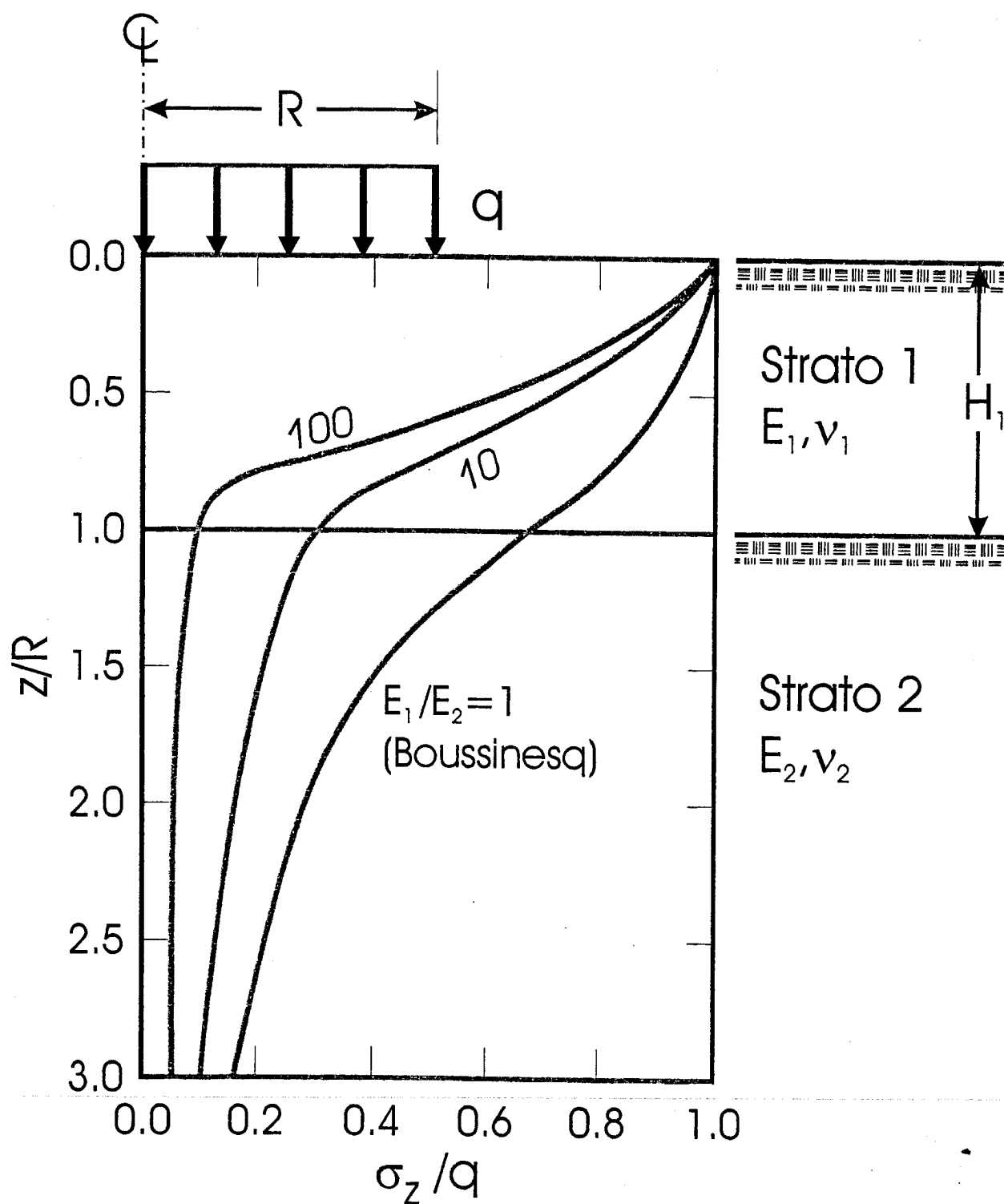
- NON LINEARITÀ', Jardine et al (1986)
 - $\Delta\sigma_v$ risultano molto simili
 - $\Delta\sigma_h$ si discostano in modo sensibile
- ETEROGENEITÀ' CONTINUA, Gibson e Sills (1970)
 - $\Delta\sigma_v$ leggermente superiori
 - $\Delta\sigma_h$ sensibilmente inferiori
- STRATO DEFORMABILE SU BASE RIGIDA
 - $\Delta\sigma_v$ molto simili purché $H_a / B > 1$
 - $\Delta\sigma_h$ si discostano di poco purché $H_a / B > 2$

TENSIONI INDOTTE DALLA FONDAZIONE CONFRONTO CON LA SOLUZIONE DI BOUSSINESQ

- Strato rigido sovrastante uno piu' deformabile, $E_1/E_2 \leq 1$:
 - $\Delta\sigma_v$
 - $\Delta\sigma_h$ } si riducono al crescere del rapporto E_1/E_2
- Anisotropia trasversale, $n=E(H)/E(V)$, $m=G(VH)/E_v$
 - $\Delta\sigma_v$ piu' sensibile alla variazione di m che di n
 - $\Delta\sigma_h$ si discostano sensibilmente

IN GENERE LA TEORIA DI BOUSSINESQ
PORTA AD UNA RAGIONEVOLE STIMA DI $\Delta\sigma_v$
CONTRARIAMENTE ALLA $\Delta\sigma_h$ NEL CASO
DELLA QUALE I VALORI NON SONO ATTENDIBILI

TENSIONI VERTICALI SOTTO IL CENTRO DI UN'AREA CIRCOLARE SISTEMA ELASTICO A DUE STRATI



APPLICABILITA'

- LA NON LINEARITA' DI TIPO MECCANICO NON INFLUENZA IN MODO SOSTANZIALE LA DISTRIBUZIONE DELLA σ_z , INCIDE INVECE SULLA DISTRIBUZIONE DELLE σ_x E σ_y
- NEL CASO DI UN MEZZO DOTATO DI ETEROGENEITA' CONTINUA IL VALORE DI σ_z E' POCO INFLUENZATO DAL GRADO DI ETEROGENEITA' DEL MEZZO, MENTRE INCIDE SULLA DISTRIBUZIONE DELLE σ_x E σ_y
- LA PRESENZA DI UNO STRATO RIGIDO ALLA PROFONDITA' $z < B$ COMPORTA UN INCREMENTO DELLE TENSIONI VERTICALI RISPETTO A QUANTO PREVISTO DALLA TEORIA DI BOUSSINESQ

APPLICABILITA'

- QUANDO L'AREA DI CARICO E' POSTA AD UNA CERTA PROFONDITA', L'ENTITA' DELLE σ_z SI RIDUCE RISPETTO A QUANTO PREVISTO DALLA TEORIA DI BOUSSINESQ
- LA RIGIDEZZA FLESSIONALE DELL'AREA DI CARICO INFLUENZA SENSIBILMENTE LA DISTRIBUZIONE DELLE TENSIONI A PICCOLE PROFONDITA'
- IN UN MEZZO TRASVERSALMENTE ISOTROPO (5 COSTANTI ELASTICHE), LA DISTRIBUZIONE DELLE TENSIONI E' CONTROLLATA DAL RAPPORTO G_{vh} / E_v