Universita' di Pisa
DIMNP

Seminario

"Un approccio geometrico alla teoria dell'ingranamento con applicazione alla modellazione di coppie coniche"

Ing. Marco Gabiccini

Dottorando Ing. Meccanica, III ciclo

Supervisori: **Prof. Ing. Massimo Guiggiani**
Ing. Francesca Di Puccio

Collaboratori: **Ing. Alessio Artoni**

Pisa, 14 Dicembre 2004

Agenda

- Significato della definizione “approccio geometrico”
- Richiami sull’approccio classico (Litvin)
- Critiche sostanziali all’approccio classico
- Approccio geometrico: idee fondamentali e risultati
- Vantaggi dell’approccio geometrico vs. approccio classico
- Modellazione del processo face-milling su macchine utensili a CN Gleason
- Analisi delle sollecitazioni in una coppia spiroconica per impieghi aeronautici
- Sviluppi futuri
- Conclusioni

Vettori e loro componenti

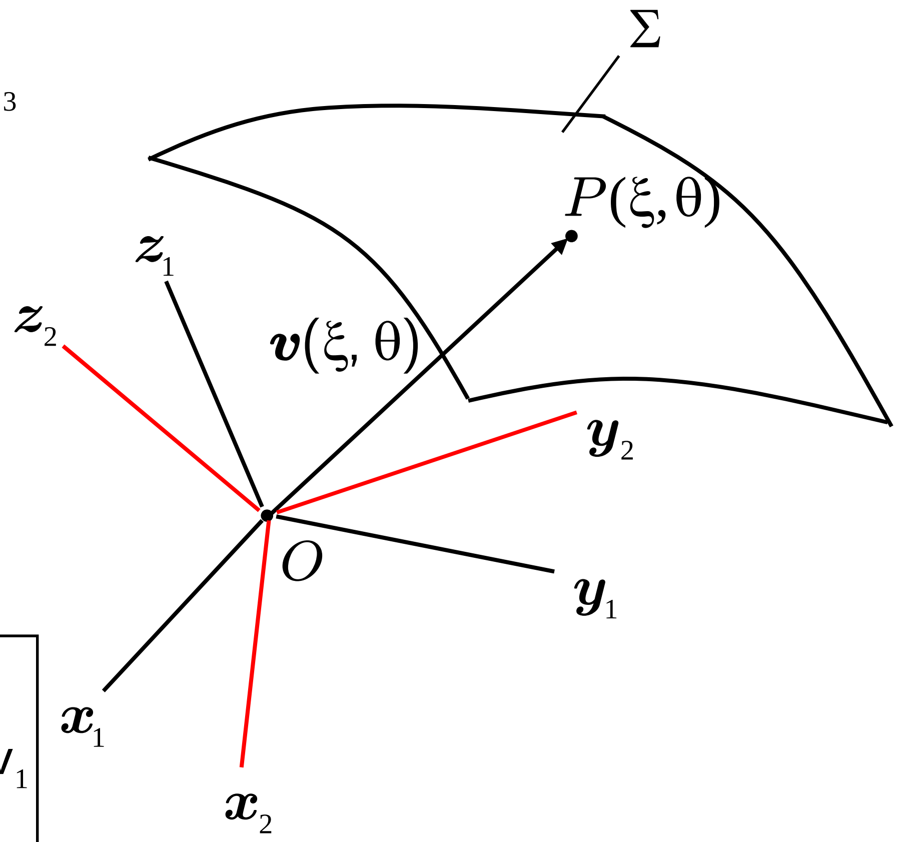
In uno spazio euclideo E^3 si definisce una superficie Σ, insieme di punti $P(\xi,\theta)$

Scelto un punto arbitrario O

$$\boldsymbol{v}(\xi,\theta) = P(\xi,\theta) - O, \quad \boldsymbol{v}(\xi,\theta) \in \Re^3$$

$$\begin{cases} \text{In } S_1 = (O;\ \boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{y}_1, \boldsymbol{z}_1)\ (\boldsymbol{i}_1, \boldsymbol{j}_1, \boldsymbol{k}_1) \\ \boldsymbol{v} = \mathrm{v}_{x1}\,\boldsymbol{i}_1 + \mathrm{v}_{y1}\,\boldsymbol{j}_1 + \mathrm{v}_{z1}\,\boldsymbol{k}_1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{In } S_2 = (O;\ \boldsymbol{x}_2, \boldsymbol{y}_2, \boldsymbol{z}_2)\ (\boldsymbol{i}_2, \boldsymbol{j}_2, \boldsymbol{k}_2) \\ \boldsymbol{v} = \mathrm{v}_{x2}\,\boldsymbol{i}_2 + \mathrm{v}_{y2}\,\boldsymbol{j}_2 + \mathrm{v}_{z2}\,\boldsymbol{k}_2 \end{cases}$$



$$\boxed{\mathrm{v}_1 = \begin{bmatrix} \mathrm{v}_{x1} \\ \mathrm{v}_{y1} \\ \mathrm{v}_{z1} \end{bmatrix}, \quad \mathrm{v}_2 = \begin{bmatrix} \mathrm{v}_{x2} \\ \mathrm{v}_{y2} \\ \mathrm{v}_{z2} \end{bmatrix}, \quad \mathrm{v}_2 = \boldsymbol{L}_{21}\,\mathrm{v}_1}$$

$\boldsymbol{v}$ = vettore $\quad \mathrm{v}_j$ = sue componenti in S_j

Differenza fondamentale approccio geometrico vs. classico

- **Approccio geometrico**

Si effettuano le operazioni necessarie per la definizione delle superfici generate dei denti manipolando la "forma geometrica pura" dei vettori, ossia la

$$\boxed{\boldsymbol{v}(\xi, \theta)} \quad \text{in } \Re^3$$

- **Approccio classico**

Si stabiliscono subito dei sistemi di riferimento Cartesiani "comodi" e si opera sulle componenti dei vettori, ossia le

$$\boxed{\mathrm{v}_j(\xi, \theta)} \quad \text{in } S_j$$

Approccio classico – idee base

- Sistema di rif. S_1 solidale all'utensile

  In S_1 componenti di Σ_1 sup. taglienti

  $\mathrm{r}_1(\xi, \theta) = (\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{y}_1, \boldsymbol{z}_1)$, coords cartesiane

  $\mathrm{R}_1(\xi, \theta) = (\mathrm{r}_1(\xi, \theta), 1)$, coords omogenee

- Sistema di rif. S_n solidale allo sbozzato

  In S_n componenti della famiglia descritta da Σ_1

  $\boxed{\mathrm{R}_n(\xi, \theta, \phi) = \boldsymbol{M}_{n1}(\phi)\, \mathrm{R}_1(\xi, \theta)}$

  $\mathrm{R}_n(\xi, \theta, \phi) = (\mathrm{r}_n(\xi, \theta, \phi), 1)$, coords omogenee

  $\mathrm{r}_n(\xi, \theta, \phi) = (\boldsymbol{x}_n, \boldsymbol{y}_n, \boldsymbol{z}_n)$, coords cartesiane

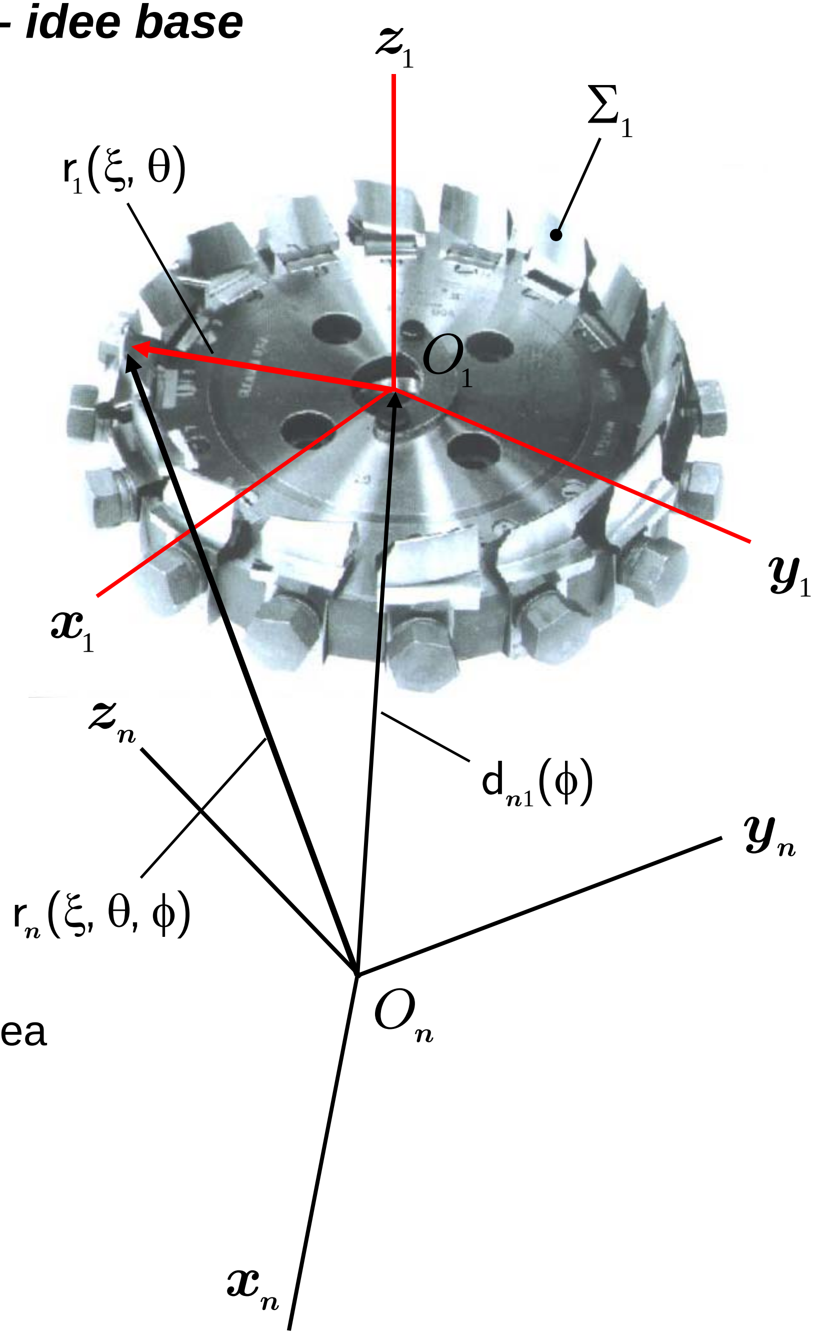
- Descrizione del moto relativo contenuta in

$$\boldsymbol{M}_{n1}(\phi) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{L}_{n1}(\phi) & \mathrm{d}_{n1}(\phi) \\ \mathbf{o}^T & 1 \end{bmatrix} \quad \text{matrice omogenea}$$

$\boldsymbol{L}_{n1}(\phi) \longrightarrow$ orientazione relativa

$\mathrm{d}_{n1}(\phi) \longrightarrow$ traslazione relativa

$\phi \longrightarrow$ parametro di moto



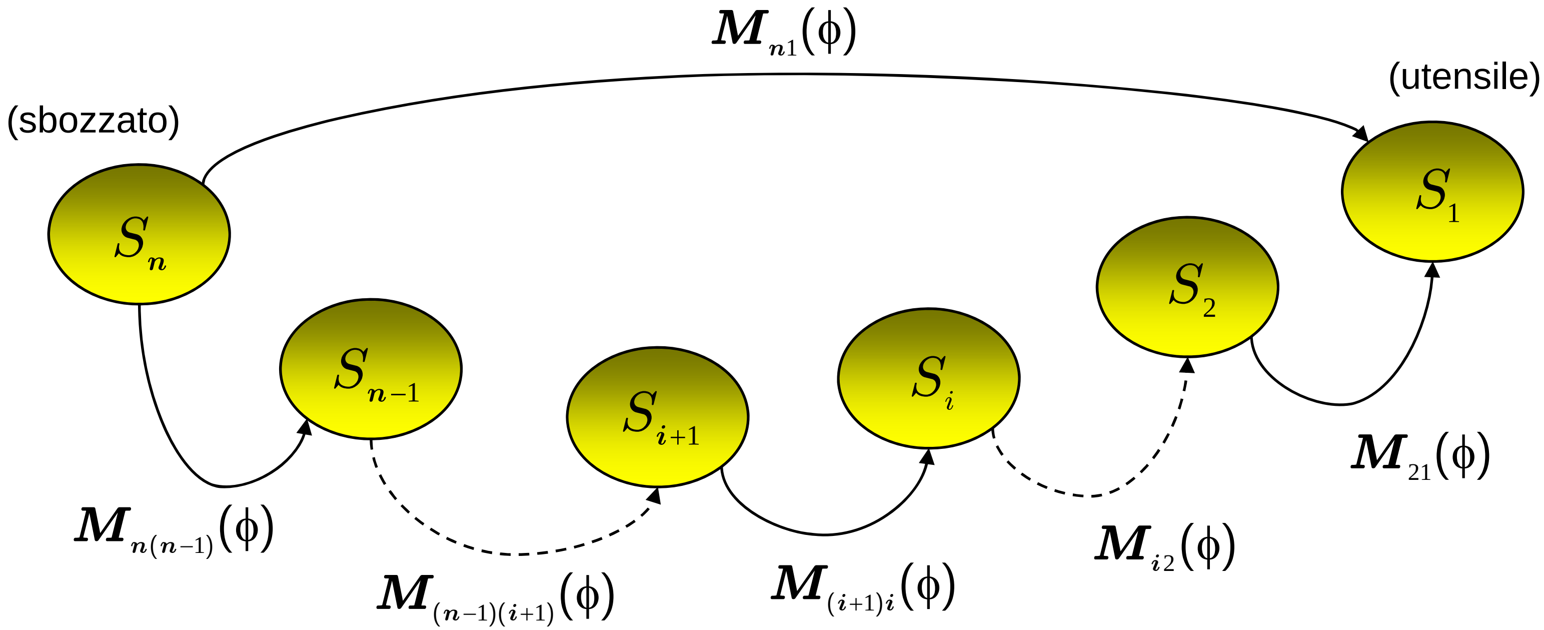
Definizione di famiglia inviluppante

- In S_n componenti della famiglia descritta da

$$\boxed{R_n(\xi, \theta, \phi) = \boldsymbol{M}_{n1}(\phi)\, R_1(\xi, \theta)}$$

- Problema diventa determinare $\boldsymbol{M}_{n1}(\phi)$ della catena cinematica serie

$$\boldsymbol{M}_{n1}(\phi) = \boldsymbol{M}_{n(n-1)}(\phi)\boldsymbol{M}_{(n-1)(n-2)}(\phi)\ldots\boldsymbol{M}_{(i+1)i}(\phi)\ldots\boldsymbol{M}_{21}(\phi)$$



- Non tutte $\dfrac{d}{d\phi}(\boldsymbol{M}_{(i+1)i}(\phi)) \neq 0 \quad (i = 1, \ldots, n-1)$, alcune dip. solo da settaggi fissi

Equazione di ingranamento (eq. of meshing)

Forma generale

In S_n viene imposta la condizione

$$f(\xi, \theta, \phi) = \frac{\partial\, r_n(\xi, \theta, \phi)}{\partial \xi} \times \frac{\partial\, r_n(\xi, \theta, \phi)}{\partial \theta} \cdot \frac{\partial\, r_n(\xi, \theta, \phi)}{\partial \phi}$$

$$= \underbrace{n_n(\xi, \theta, \phi)}_{\text{vettore normale}} \cdot \underbrace{\frac{\partial\, r_n(\xi, \theta, \phi)}{\partial \phi}}_{\propto \text{ velocita' di strisciamento}} = 0$$

Engineering approach

$$f(\xi, \theta, \phi) = \boldsymbol{n}(\xi, \theta, \phi) \cdot \boldsymbol{v}^{(1n)}(\xi, \theta, \phi) = 0$$

dove: $\boldsymbol{v}^{(1n)} = \boldsymbol{v}^{(1)} - \boldsymbol{v}^{(n)}$

$$= \omega_1 \times \boldsymbol{r}^{(1)} - \omega_n \times \boldsymbol{r}^{(n)}$$

velocita' di strisciamento

Superficie del dente generato per inviluppo

Forma generale

Componenti in S_n della superficie generata

$$\begin{cases} s_n = r_n(\xi, \theta, \phi) \\ f(\xi, \theta, \phi) = 0 \end{cases}$$

Forma esplicita

Componenti in S_n della superficie generata

Se $f \in C^1$, $|f,_\xi| + |f,_\theta| \neq 0$ si puo' ottenere la forma esplicita

$$s_n(\theta, \phi) = r_n(\xi(\theta, \phi), \theta, \phi) \qquad \text{se } f,_\xi \neq 0$$

$$s_n(\xi, \phi) = r_n(\xi, \theta(\xi, \phi), \phi) \qquad \text{se } f,_\theta \neq 0$$

con, al solito,

$$R_n(\xi, \theta, \phi) = \boldsymbol{M}_{n1}(\phi)\, R_1(\xi, \theta)$$

$R_n(\xi, \theta, \phi) = (r_n(\xi, \theta, \phi), 1)$, coords omogenee

$r_n(\xi, \theta, \phi) = (\boldsymbol{x}_n, \boldsymbol{y}_n, \boldsymbol{z}_n)$, coords cartesiane

Risultati dell'approccio classico

- Definizione della superficie del dente generato (iniz. in S_n solidale allo sbozzato)
- Definizione della superficie dei contatti (in un S_j fisso rispetto al carter)
- Determinazione dell'undercutting (linee di punti singolari su sup. generata)
- Determinazione di eventuale inviluppo delle linee di contatto su utensile
- Determinazione delle relazioni fra curvature principali utensile, curvature principali superficie generata e parametri del moto relativo
- Analisi del contatto rigido (TCA) fra denti in presa (simulazione ingranam.)
- Relazione fra curvature principali e parametri del moto per superfici ingrananti in contatto di punto

Critiche all’approccio classico

- Introduzione fin dall’inizio dell’analisi di sistemi di riferimento: davvero necessario?
- Definizioni non generali di eq. di ingranamento, sup. inviluppo, etc.
- Difficile discernere il ruolo del vettore dalla sua rappresentazione in componenti
- Difficile introdurre semplificazioni derivanti da ipotesi di moto relativo rigido
- Inutile introdurre la dipendenza dal tempo delle quantita’ coinvolte nello studio (come nel cosiddetto “engineering approach”)

Sviluppo di un modello alternativo, strettamente geometrico

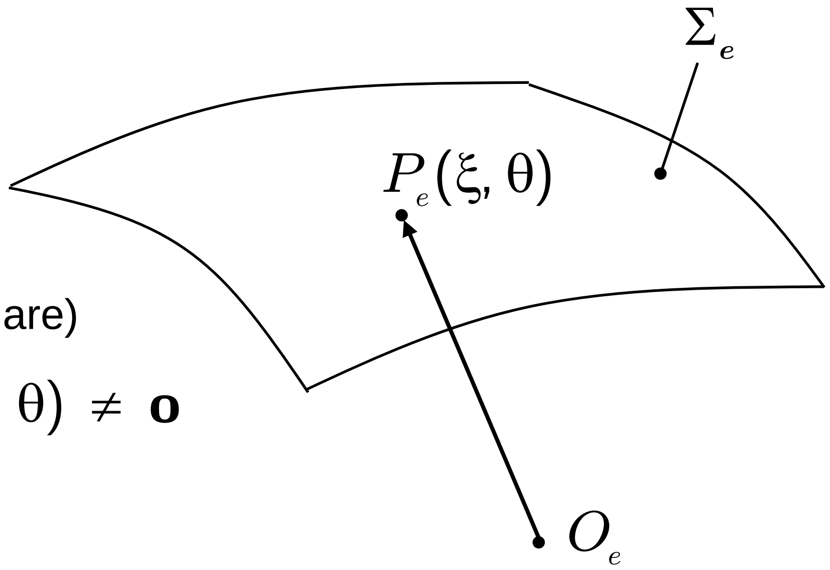
Approccio geometrico

Definizione della superficie dell'utensile (superficie inviluppante)

In E_e^3 si definisce la superficie Σ_e dell'utensile, insieme di punti $P_e(\xi, \theta)$

Si associa

$$\boldsymbol{p}_e(\xi, \theta) = P_e(\xi, \theta) - O_e,$$



Nota bene

$$\boldsymbol{p}_e(\xi, \theta) \in \Re^3$$

Vettore normale a Σ_e (superficie regolare)

$$\boldsymbol{m}_e(\xi, \theta) = \boldsymbol{p}_{e,\xi}(\xi, \theta) \times \boldsymbol{p}_{e,\theta}(\xi, \theta) \neq \mathbf{o}$$

Versore normale a Σ_e

$$\boldsymbol{m}_e^u(\xi, \theta) = \frac{\boldsymbol{m}_e(\xi, \theta)}{\sqrt{EG - F^2}}$$

$$E = \boldsymbol{p}_{e,\xi} \cdot \boldsymbol{p}_{e,\xi} \quad F = \boldsymbol{p}_{e,\xi} \cdot \boldsymbol{p}_{e,\theta} \quad G = \boldsymbol{p}_{e,\theta} \cdot \boldsymbol{p}_{e,\theta}$$

Definizione di vettore posizione e normale di Σ_e non necessita di sistemi di rif.

Approccio geometrico

Definizione della famiglia di superfici Φ_f

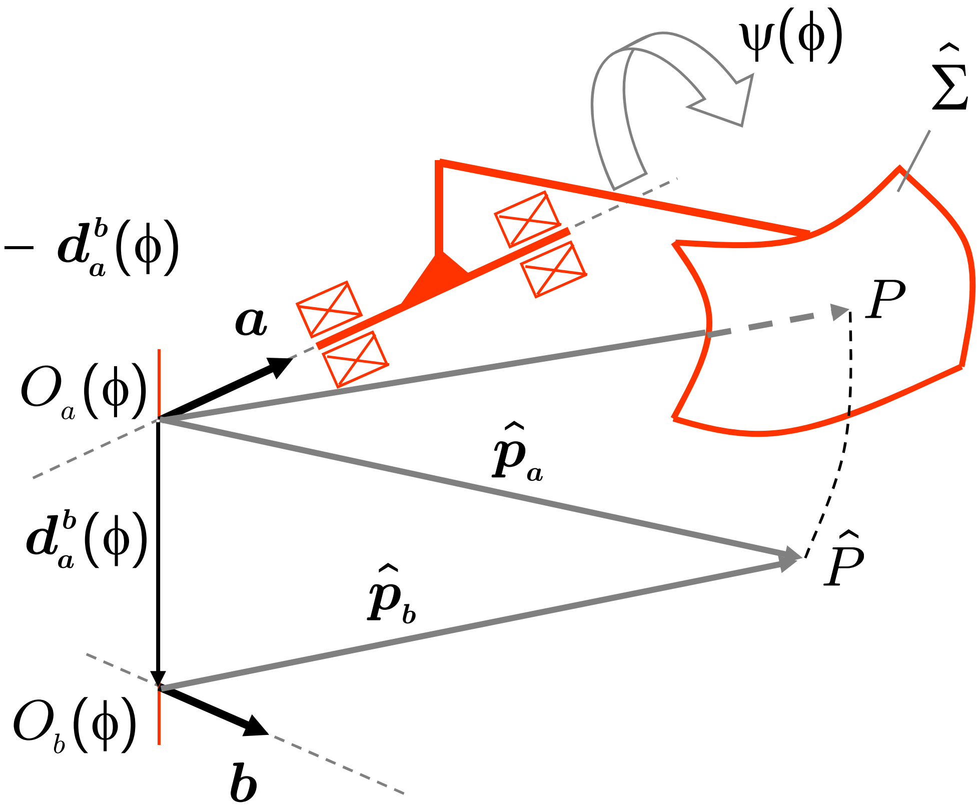
In E_f^3 si definiscono i versori degli assi di utensile e sbozzato, rispettivamente $\boldsymbol{a}$ e $\boldsymbol{b}$

Per descrivere famiglia Φ_f

$$\hat{\boldsymbol{p}}_a(\xi, \theta, \phi) = \boldsymbol{R}(\boldsymbol{p}_e(\xi, \theta), \boldsymbol{a}, \psi(\phi)) = \hat{P}(\xi, \theta, \phi) - O_a(\phi)$$

anche rispetto a $O_b(\phi)$

$$\hat{\boldsymbol{p}}_b(\xi, \theta, \phi) = \boldsymbol{R}(\boldsymbol{p}_e(\xi, \theta), \boldsymbol{a}, \psi(\phi)) - \boldsymbol{d}_a^b(\phi) = \hat{P}(\xi, \theta, \phi) - O_b(\phi)$$



Versore normale a Φ_f

$$\hat{\boldsymbol{m}}^u = \boldsymbol{R}(\boldsymbol{m}_e^u, \boldsymbol{a}, \psi(\phi))$$

$\psi(\phi)$ rotazione intorno ad $\boldsymbol{a}$

Con operatore di rotazione

$$\hat{\boldsymbol{v}} = \boldsymbol{R}(\boldsymbol{v}, \boldsymbol{a}, \psi(\phi))$$

Definizione di vettore posizione e normale di Φ_f non necessita di sistemi di rif.

Approccio geometrico

Definizione dell'operatore rotazione

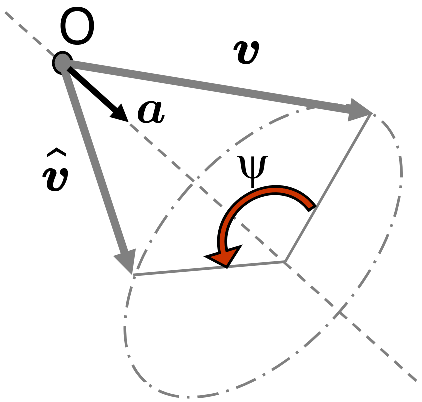
$$\hat{\boldsymbol{v}} = \boldsymbol{R}(\boldsymbol{v}, \boldsymbol{a}, \psi)$$

Modo compatto per esprimere questa operazione fra vettori

$$\boxed{\begin{aligned}\hat{\boldsymbol{v}} &= \boldsymbol{R}(\boldsymbol{v}, \boldsymbol{a}, \psi) \\ &= (\boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{a})\boldsymbol{a} + (\boldsymbol{v} - (\boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{a})\boldsymbol{a}) \cos\psi + \boldsymbol{a} \times \boldsymbol{v} \sin\psi\end{aligned}}$$

Formula di Eulero per rotazione di un vettore $\boldsymbol{v}$ intorno ad un asse $\boldsymbol{a}$ di un angolo ψ

Utilizzo di questo operatore e delle sue proprieta' semplifica la gestione di vettori rotanti e delle operazioni che si effettuano su di essi



Approccio geometrico

Proprieta' dell'operatore di rotazione

Algebriche

$$\boxed{\hat{\boldsymbol{v}} = \boldsymbol{R}(\boldsymbol{v}, \boldsymbol{a}, \psi) = \boldsymbol{R}(\boldsymbol{v}, -\boldsymbol{a}, -\psi); \quad \boldsymbol{a} = \boldsymbol{R}(\boldsymbol{a}, \pm\boldsymbol{a}, \pm\psi)}$$

$$\boxed{\hat{\boldsymbol{u}} = \boldsymbol{R}(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{a}, \psi); \quad \hat{\boldsymbol{v}} = \boldsymbol{R}(\boldsymbol{v}, \boldsymbol{a}, \psi); \quad \hat{\boldsymbol{w}} = \boldsymbol{R}(\boldsymbol{w}, \boldsymbol{a}, \psi);}$$

$$\hat{\boldsymbol{u}} + \hat{\boldsymbol{v}} = \boldsymbol{R}(\boldsymbol{u} + \boldsymbol{v}, \boldsymbol{a}, \psi); \qquad \hat{\boldsymbol{u}} \times \hat{\boldsymbol{v}} = \boldsymbol{R}(\boldsymbol{u} \times \boldsymbol{v}, \boldsymbol{a}, \psi);$$

$$\hat{\boldsymbol{u}} \cdot \hat{\boldsymbol{v}} = \boldsymbol{u} \cdot \boldsymbol{v}; \qquad \hat{\boldsymbol{u}} \cdot (\hat{\boldsymbol{v}} \times \hat{\boldsymbol{w}}) = \boldsymbol{u} \cdot (\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{w}) = [\boldsymbol{u} \;\; \boldsymbol{v} \;\; \boldsymbol{w}];$$

Differenziali

$$\hat{\boldsymbol{v}}(\xi, \theta, \phi) = \boldsymbol{R}(\boldsymbol{v}(\xi, \theta), \boldsymbol{a}, \psi(\phi))$$

$$\hat{\boldsymbol{v}}_{,\xi}(\xi, \theta, \phi) = \boldsymbol{R}(\boldsymbol{v}_{,\xi}(\xi, \theta), \boldsymbol{a}, \psi(\phi)); \quad \hat{\boldsymbol{v}}_{,\theta}(\xi, \theta, \phi) = \boldsymbol{R}(\boldsymbol{v}_{,\theta}(\xi, \theta), \boldsymbol{a}, \psi(\phi))$$

$$\hat{\boldsymbol{v}}_{,\phi}(\xi, \theta, \phi) = \boldsymbol{R}(\psi' \boldsymbol{a} \times \boldsymbol{v}(\xi, \theta), \boldsymbol{a}, \psi(\phi))$$

$$\hat{\boldsymbol{k}}(\xi, \theta, \phi) = \boldsymbol{R}(\boldsymbol{k}(\xi, \theta, \phi), \boldsymbol{a}, \psi(\phi))$$

$$\hat{\boldsymbol{k}}_{,\phi}(\xi, \theta, \phi) = \boldsymbol{R}(\psi' \boldsymbol{a} \times \boldsymbol{k}(\xi, \theta, \phi) + \boldsymbol{k}_{,\phi}(\xi, \theta, \phi), \boldsymbol{a}, \psi(\phi))$$

Approccio geometrico

Definizione della famiglia di inviluppante Φ_g (il cui inviluppo e' la sup. dente)

In E_g^3 si definisce il versore $\boldsymbol{b}$ ed il punto fisso O_g

Per descrivere la famiglia Φ_f

$$\boldsymbol{p}_g(\xi, \theta, \phi) = \boldsymbol{R}(\hat{\boldsymbol{p}}_b(\xi, \theta, \phi), \boldsymbol{b}, -\varphi(\phi))$$

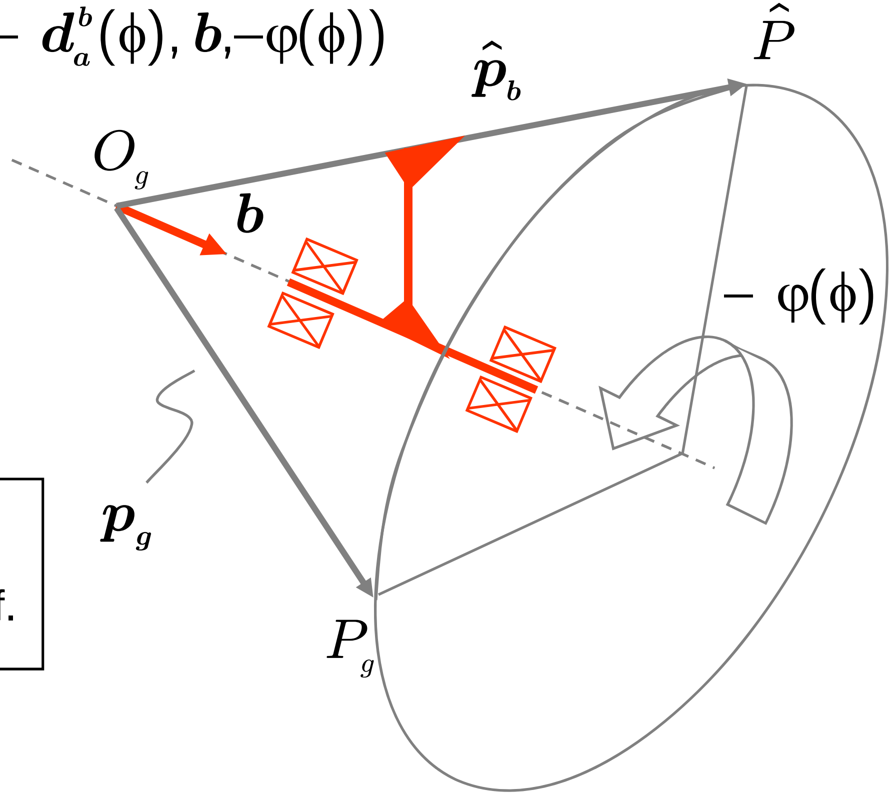
$$= \boldsymbol{R}(\boldsymbol{R}(\boldsymbol{p}_e(\xi, \theta), \boldsymbol{a}, \psi(\phi)) - \boldsymbol{d}_a^b(\phi), \boldsymbol{b}, -\varphi(\phi))$$

$$= P_g(\xi, \theta, \phi) - O_g$$

Versore normale a Φ_g

$$\boldsymbol{m}_g^u = \boldsymbol{R}(\boldsymbol{R}(\boldsymbol{m}_e^u, \boldsymbol{a}, \psi(\phi)), \boldsymbol{b}, -\varphi(\phi))$$

$\varphi(\phi)$ rotazione intorno a $\boldsymbol{b}$ (dello sbozzato)



Definizione di vettore posizione e normale di Φ_g non necessita di sistemi di rif.

Approccio geometrico

Definizione della equazione di ingranamento (eq. of meshing)

$$\boxed{f(\xi,\theta,\phi) = [\boldsymbol{p}_{\boldsymbol{g}',\xi} \quad \boldsymbol{p}_{\boldsymbol{g}',\theta} \quad \boldsymbol{p}_{\boldsymbol{g}',\phi}] = 0}$$ def.ne generale

Poi, grazie a proprieta' operatore di rotazione

$$\begin{aligned} f(\xi,\theta,\phi) &= [\boldsymbol{p}_{\boldsymbol{g}',\xi} \quad \boldsymbol{p}_{\boldsymbol{g}',\theta} \quad \boldsymbol{p}_{\boldsymbol{g}',\phi}] \\ &= [\boldsymbol{p}_{\boldsymbol{e}',\xi} \quad \boldsymbol{p}_{\boldsymbol{e}',\theta} \quad \boldsymbol{h}_e] \\ &= \boldsymbol{m}_e(\xi,\theta) \cdot \boldsymbol{h}_e(\xi,\theta,\phi) = 0 \end{aligned}$$

dove

$\boldsymbol{m}_e(\xi,\theta)$ vettore normale alla superficie dell'utensile Σ_e (facile da calcolare)

$\boldsymbol{h}_e(\xi,\theta,\phi) = \boldsymbol{c}_e(\phi) \times \boldsymbol{p}_e(\xi,\theta) + \boldsymbol{q}_e(\phi)$ (assi mobili e modified roll generalizzato)

con

$\boldsymbol{c}_e(\phi) = \boldsymbol{R}(\boldsymbol{c}(\phi), \boldsymbol{a}, -\psi(\phi)), \quad \boldsymbol{c}(\phi) = \psi'(\phi)\boldsymbol{a} - \varphi'(\phi)\boldsymbol{b}$ (vettore screw axis)

$$\boldsymbol{q}_e(\phi) = \boldsymbol{R}(\varphi'(\phi)\boldsymbol{b} \times \boldsymbol{d}_a^b(\phi) - \boldsymbol{d}_a^{b\,\prime}(\phi), \boldsymbol{a}, -\psi(\phi)),$$

Approccio geometrico

Definizione della superficie del dente generato (inviluppo)

Forma generale

$$\begin{cases} \boldsymbol{s}_g = \boldsymbol{p}_g(\xi, \theta, \phi) \\ \mathrm{f}(\xi, \theta, \phi) = \boldsymbol{m}_e(\xi, \theta) \cdot \boldsymbol{h}_e(\xi, \theta, \phi) = 0 \end{cases}$$

|| Indipendente da sistemi di rif.

Forma esplicita

Se $\mathrm{f} \in C^1, \ |\mathrm{f}_{,\xi}| + |\mathrm{f}_{,\theta}| \neq 0$ si puo' ottenere la forma esplicita

$$\boldsymbol{s}_g(\theta, \phi) = \boldsymbol{p}_g(\xi(\theta, \phi), \theta, \phi) \qquad \text{se } \mathrm{f}_{,\xi} \neq 0$$

$$\boldsymbol{s}_g(\xi, \phi) = \boldsymbol{p}_g(\xi, \theta(\xi, \phi), \phi) \qquad \text{se } \mathrm{f}_{,\theta} \neq 0$$

|| Indipendente da sistemi di rif.

Risultati dell'approccio geometrico

- Definizione generale della superficie del dente nello spazio dello sbozzato E_g^3
- Definizione della superficie dei contatti nello spazio fisso E_f^3
- Undercutting: linee di punti singolari su sup. generata e sue singolarita'
- Eventuale inviluppo delle linee di contatto su utensile e sue singolarita'

"Alternative formulation of the theory of gearing", F. Di Puccio, M. Gabiccini, M. Guiggiani, in "Mechanism and Machine Theory" (MAMT), Dicembre 2004

- Generalizzazione teoria ad assi mobili e modified roll
- Relazioni dirette fra curvature e torsioni superfici utensile/dente

"Curvature analysis of general tooth surfaces via a new approach", in prep. per MAMT

- Analisi del contatto rigido (TCA) con nuovo approccio

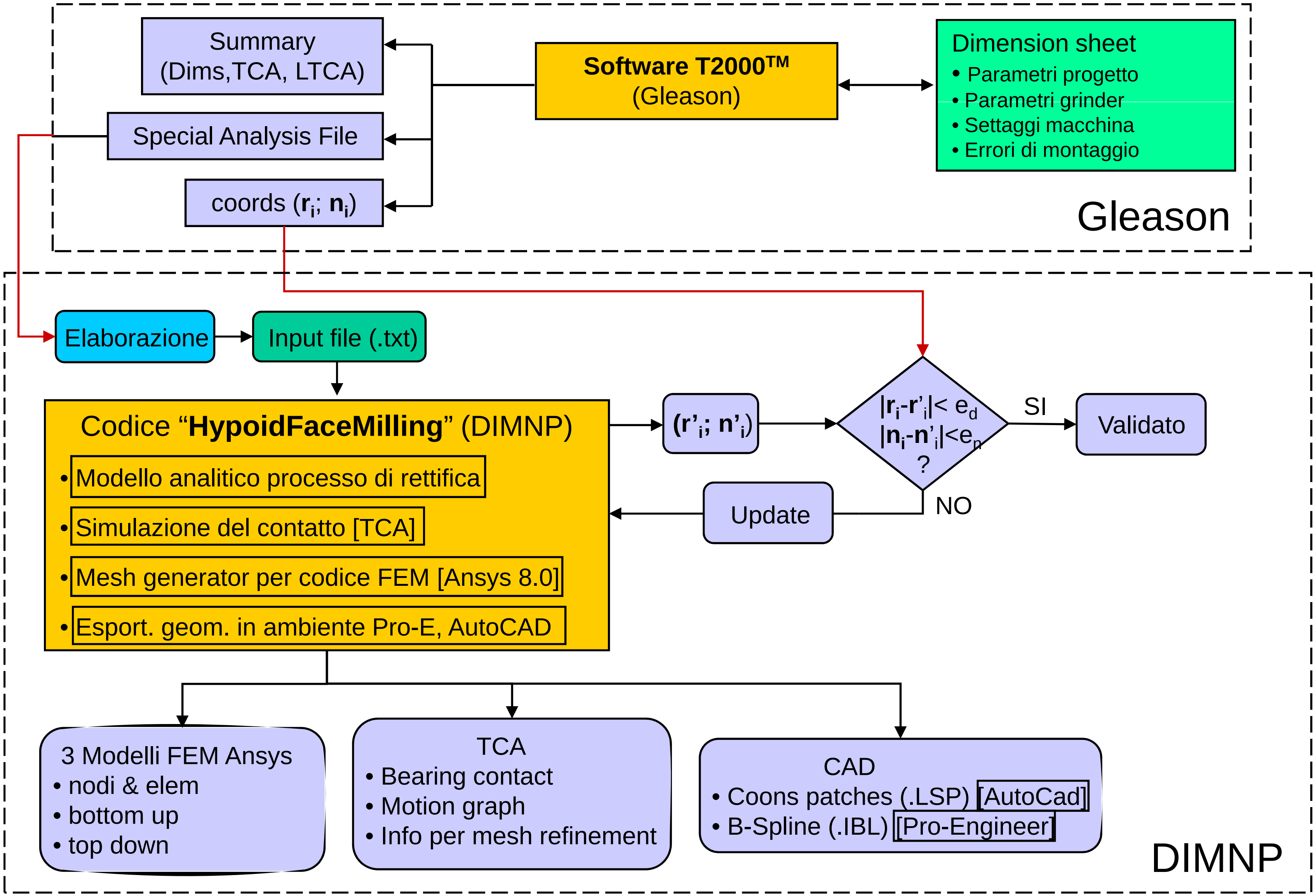
- Analisi al terzo ordine della geometria del contatto in generazione

Vantaggi dell’approccio geometrico

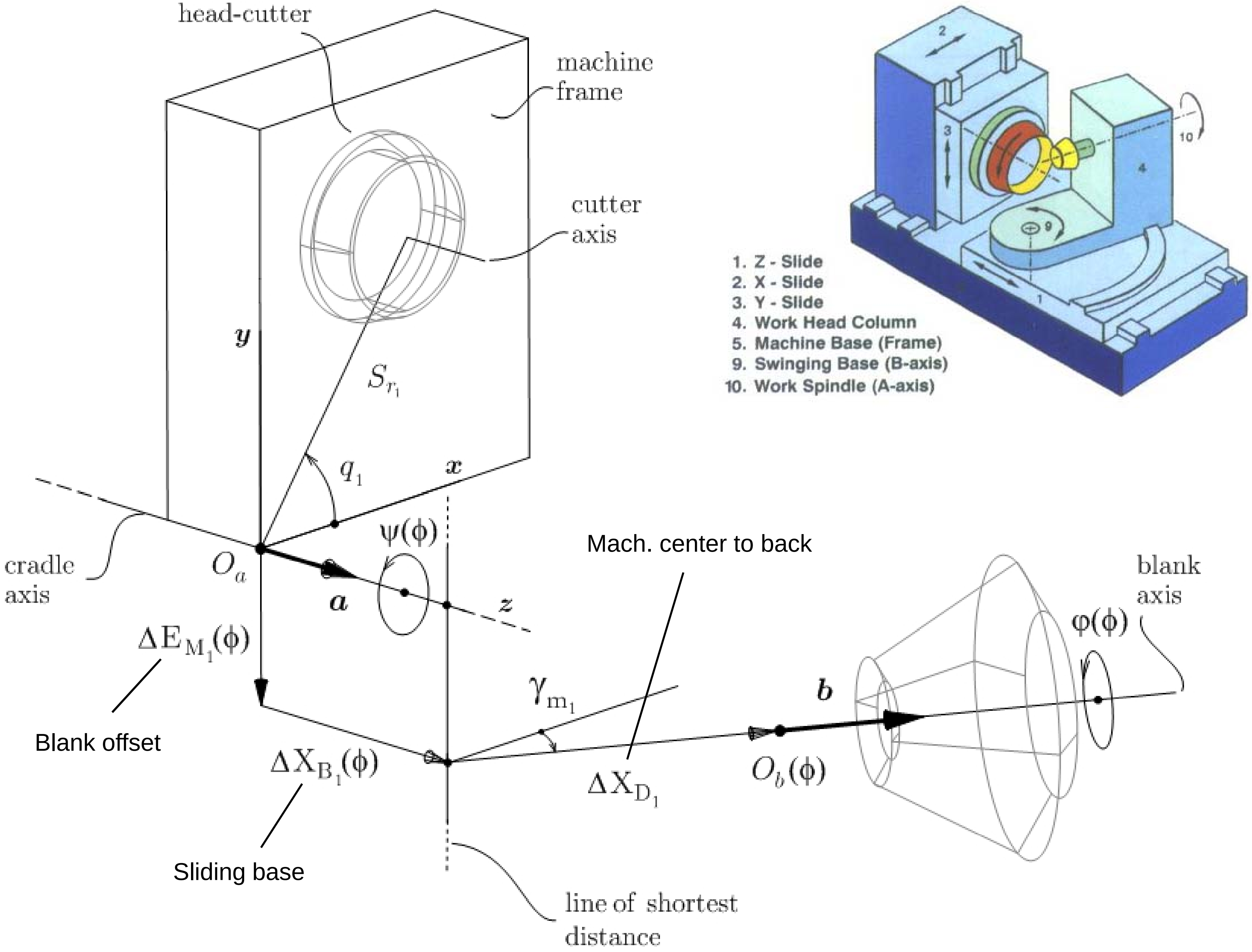
- Si sfruttano appieno le semplificazioni da ipotesi di moto relativo rigido
- Espressioni e definizioni di validita’ piu’ generale
- Non necessario introdurre il tempo nelle espressioni
- Analisi di curvature e loro derivate piu’ compatta e diretta
- Metodo piu’ compatto e rigoroso per formulare l’intera teoria dell’ingranamento

Applicazione alla modellazione di ingranaggi spiroconici

Approccio tecnico / confronto Gleason

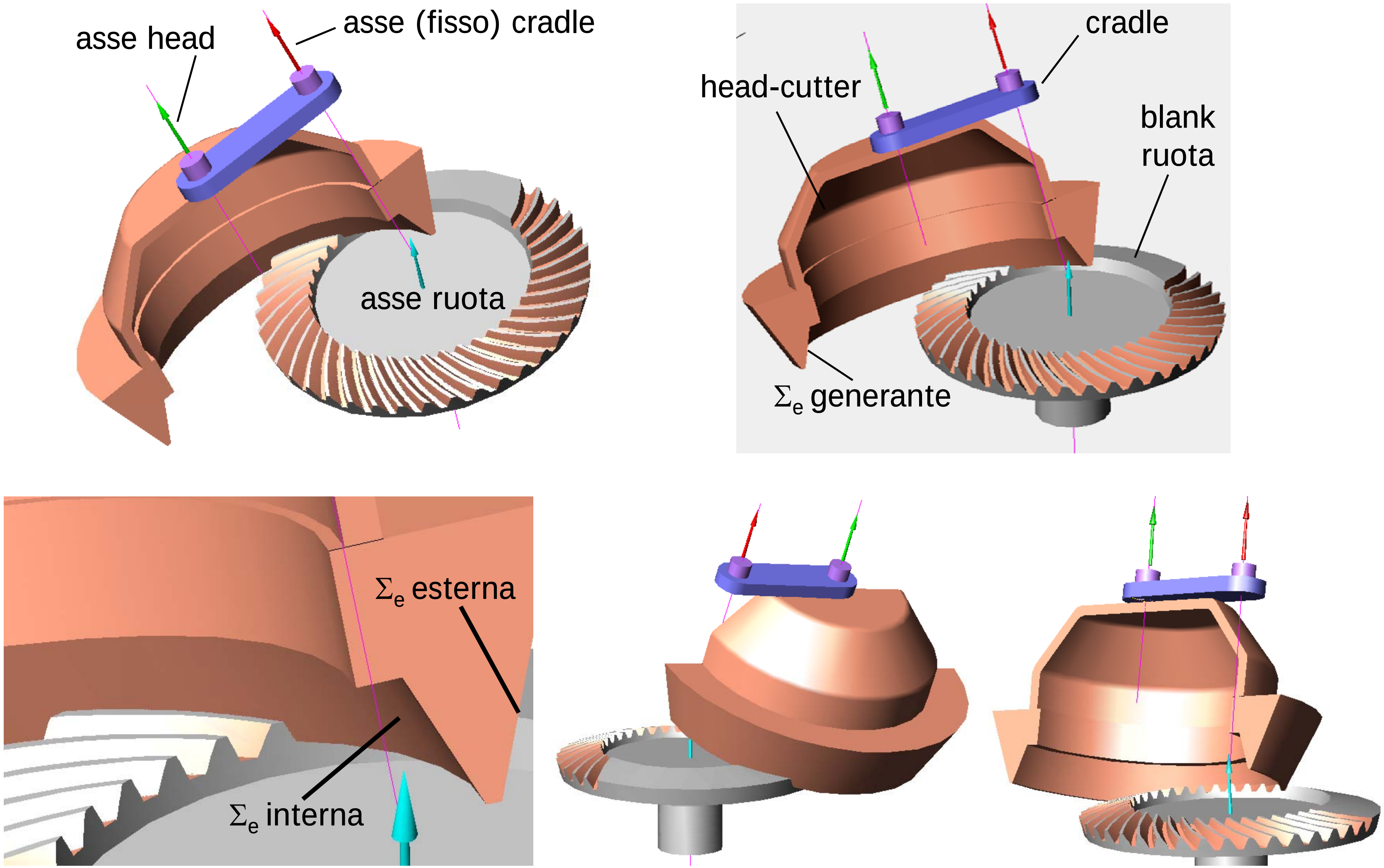


Set-up per la generazione di spiroconici face-milled



1. Z - Slide
2. X - Slide
3. Y - Slide
4. Work Head Column
5. Machine Base (Frame)
9. Swinging Base (B-axis)
10. Work Spindle (A-axis)

Set-up per la generazione di spiroconici face-milled (modello CAD)



Modellazione con approccio geometrico

- Si definisce un unico sistema di riferimento $S = (O; \boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}, \boldsymbol{z})$ di versori $(\boldsymbol{i}, \boldsymbol{j}, \boldsymbol{k})$

$$\boldsymbol{k} = \boldsymbol{a}, \quad \boldsymbol{j} = \frac{\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}}{\sin \gamma}, \quad \boldsymbol{i} = \boldsymbol{j} \times \boldsymbol{k}$$

- Componenti dei vettori di partenza:

$\mathrm{a} = (0,0,1) \qquad \mathrm{b} = (\mathrm{Cos}\ \gamma_m, 0, \mathrm{Sin}\ \gamma_m)$ — versori degli assi (fissi)

$\mathrm{d}_a^b(\phi) = (\Delta X_D\ \mathrm{Cos}\ \gamma_{\mathrm{m}}, -\Delta E_M(\phi), \Delta X_B(\phi) + \Delta X_D\ \mathrm{Sin}\ \gamma_{\mathrm{m}})$ — distanza (variabile)

$\mathrm{p}_{\mathrm{e}}(\xi, \theta) = (\mathrm{x}_{\mathrm{e}}(\xi, \theta), \mathrm{y}_{\mathrm{e}}(\xi, \theta), \mathrm{z}_{\mathrm{e}}(\xi, \theta))$ — superficie utensile (fissa)

$\mathrm{m}_{\mathrm{e}}(\xi, \theta) = (\mathrm{m}_{\mathrm{e}\,x}(\xi, \theta), \mathrm{m}_{\mathrm{e}\,y}(\xi, \theta), \mathrm{m}_{\mathrm{e}\,z}(\xi, \theta))$ — vettore normale utensile (fisso)

- Componenti dei vettori da calcolare:

$\mathrm{h}_e(\xi, \theta, \phi) = \mathrm{c}_e(\phi) \times \mathrm{p}_e(\xi, \theta) + \mathrm{q}_e(\phi)$ — vettore $\propto$ veloc. strisc.

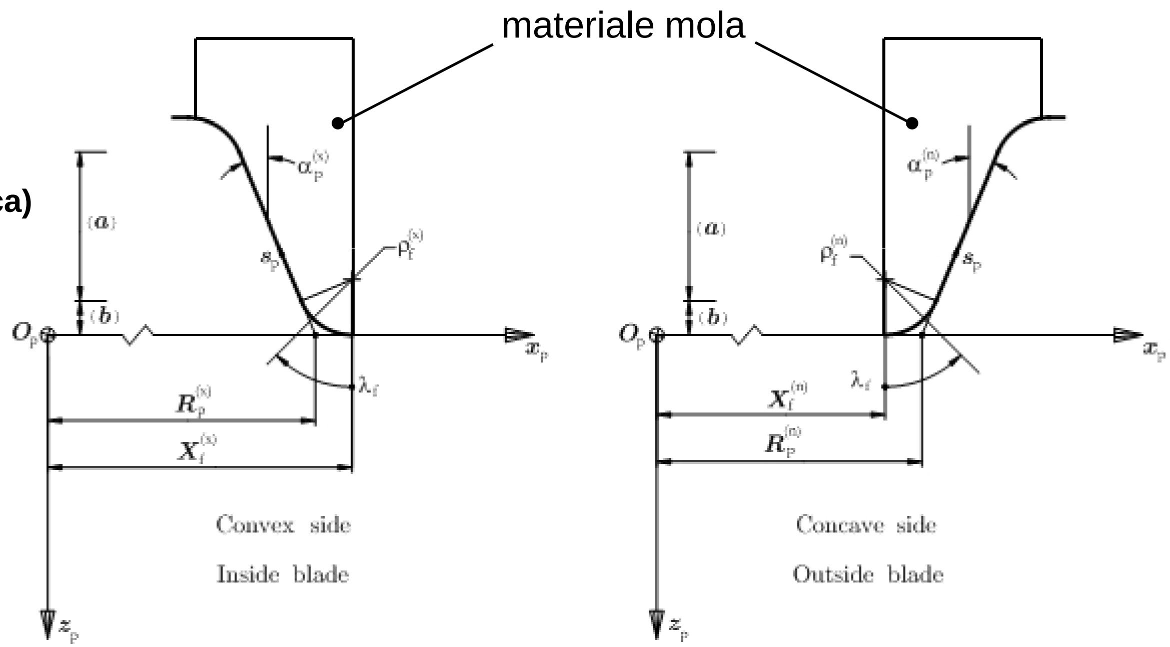
$\mathrm{c}_e(\phi) = \mathrm{R}(\mathrm{c}(\phi), \mathrm{a}, -\psi(\phi)), \qquad \mathrm{c}(\phi) = \psi'(\phi)\,\mathrm{a} - \varphi'(\phi)\,\mathrm{b}$ — asse elicoid. moto relativo

$\mathrm{q}_e(\phi) = \mathrm{R}(\varphi'(\phi)\,\mathrm{b} \times \mathrm{d}_a^b(\phi) - \mathrm{d}_a^{b\,\prime}(\phi), \mathrm{a}, -\psi(\phi))$ — componente di offset

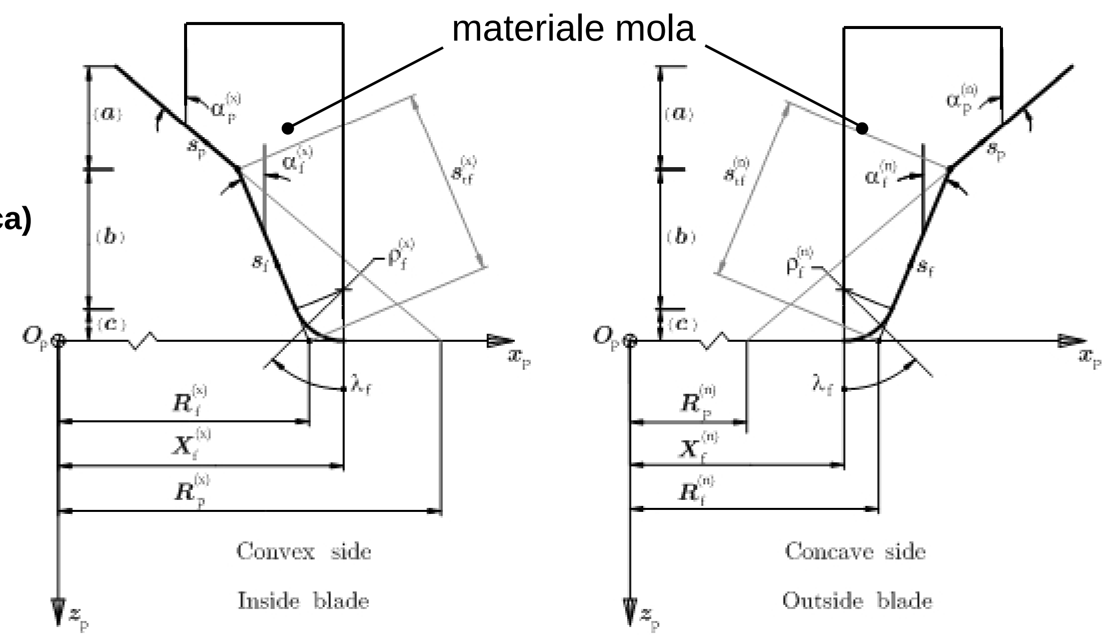
- Grazie alle formule dell'approccio geometrico precedentemente illustrate si determina la superficie del dente e le sue proprieta' differenziali

Geometria mole modellate

- **Straight blade profile (2 porzioni)**
  - **raccordo in testa (porzione sup. torica)**
  - **fianco attivo (porzione sup. conica)**

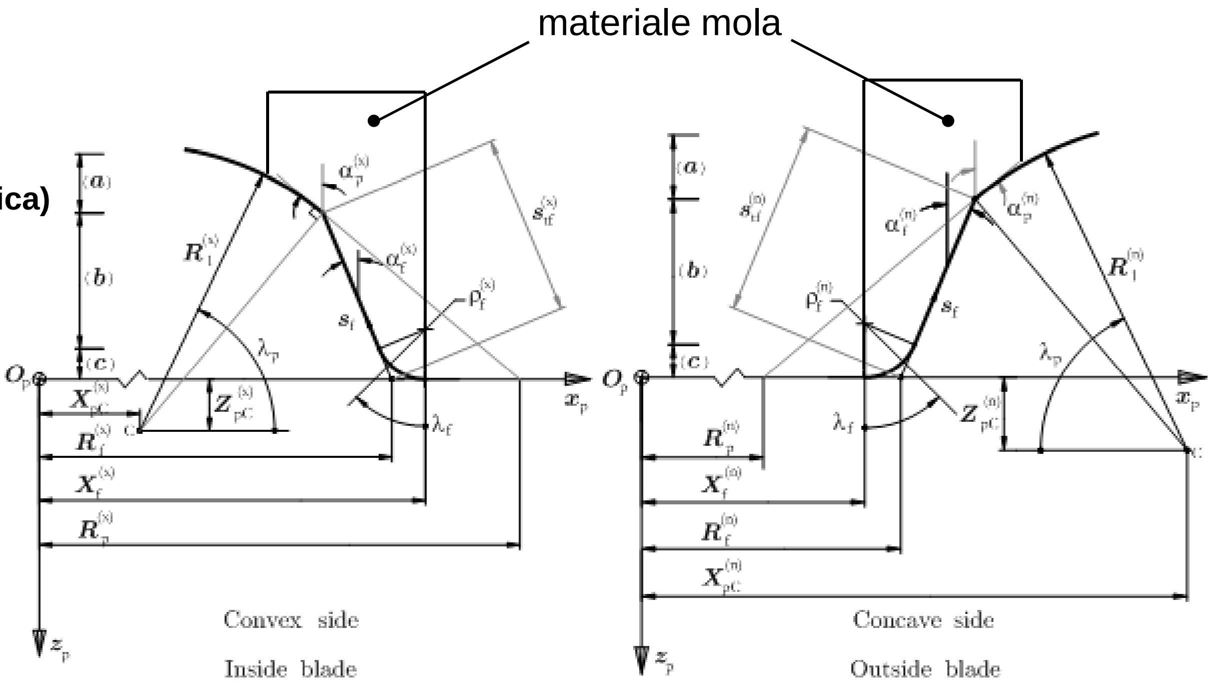


- **Straight blade with toprem (3 porzioni)**
  - **raccordo in testa (porzione sup. torica)**
  - **toprem (porzione sup. conica)**
  - **fianco attivo (porzione sup. conica)**

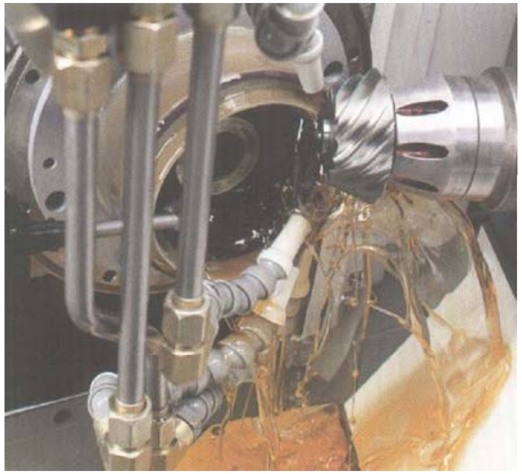


Geometria mole modellate (continua)

- **Curved blade with toprem (3 porzioni)**
  - **raccordo in testa (porzione sup. torica)**
  - **toprem (porzione sup. conica)**
  - **fianco attivo (porzione sup. torica)**



- **Curved blade (2 porzioni) (caso particolare del precedente)**
  - **raccordo in testa (porzione sup. torica)**
  - **fianco attivo (porzione sup. torica)**



Settaggi macchina

- Posizionamento relativo sbozzato – carter della macchina utensile

$$\Delta E_M(\phi) = \Delta E_{Mo} + V_1\phi + V_2\phi^2 + V_3\phi^3$$ blank offset (variabile)

$$\Delta X_B(\phi) = \Delta X_{Bo} + H_1\phi + H_2\phi^2 + H_3\phi^3$$ sliding base (variabile)

$$\Delta X_D$$ mach. center to back

- Rotazione assi

$$\psi(\phi) = \phi$$ angolo rotazione culla (parametro di controllo)

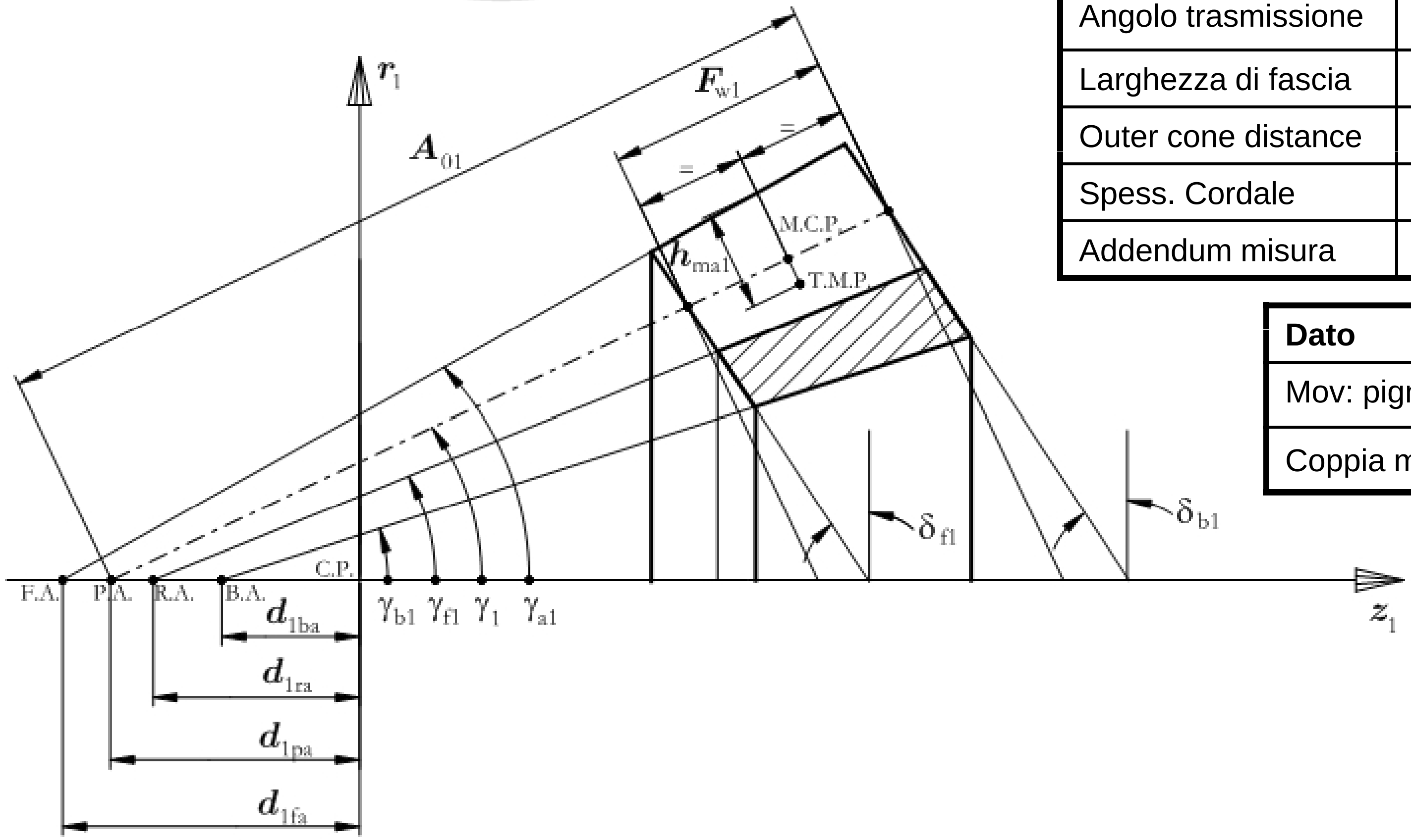
$$\varphi(\phi) = m_0\left(\phi - \frac{2C}{2}\phi^2 - \frac{6D}{6}\phi^3 - \frac{24E}{24}\phi^4 - \frac{120F}{120}\phi^5\right)$$ rotazione sbozzato

- Tutti gli altri settaggi sono costanti

Il loro valore e' contenuto nello Special Analysis File (S.A.F.)

Dati salienti della coppia analizzata

Dato	Simbolo	Valore
Num. Denti pignone	Z_p	27
Num. Denti corona	Z_g	38
Modulo	m	4.95 mm
Angolo di spirale	β	35 deg.
Verso di spirale	Pign. LH	Corona RH
Angolo trasmissione	γ	117 deg.
Larghezza di fascia	F_w	32 mm
Outer cone distance	A_0	97.87 mm
Spess. Cordale	t_{nc}	6.14 mm
Addendum misura	h_{ma}	4.32 mm



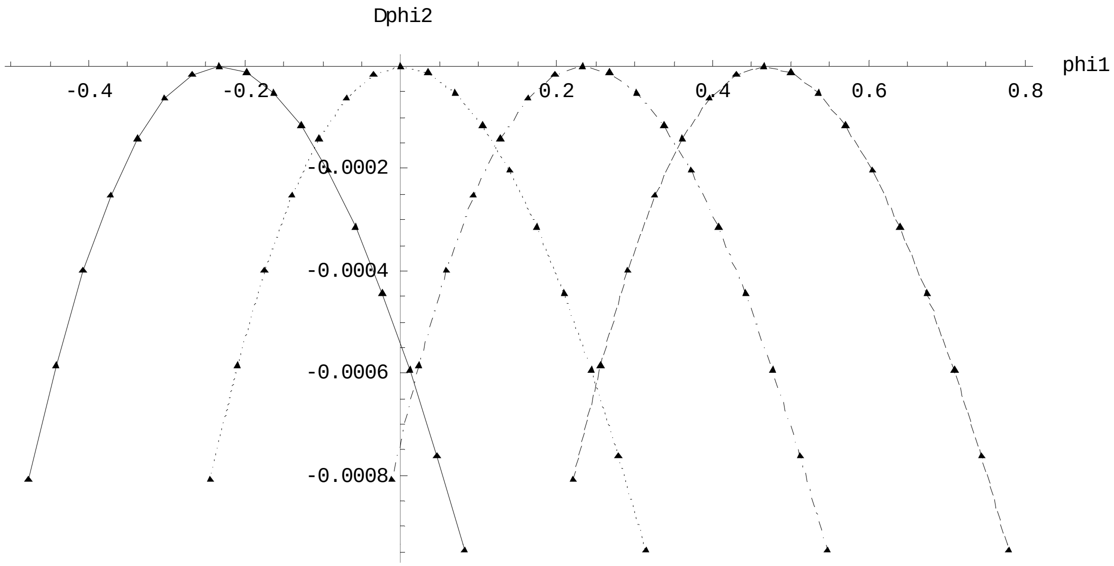
Dato	Valore
Mov: pign. concavo	P, cnv
Coppia motrice	914 Nm

Risultati del codice: Tooth Contact Analysis (TCA)

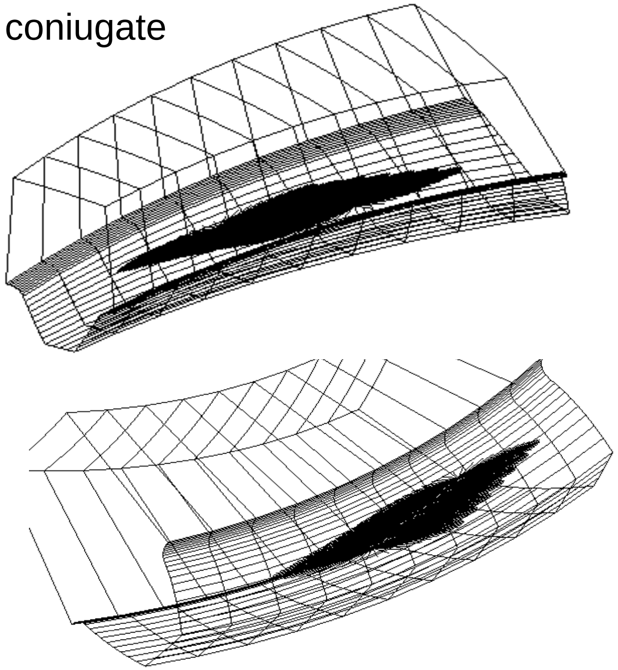
Simulazione del contatto fra superfici dei denti considerate infinitamente rigide

Obbiettivi della TCA (risultato del codice “HypoidFaceMilling”)

- Stimare contatto esteso (bearing contact) ad interferenza imposta ovvero carico noto su ogni coppia di denti in presa
- Creazione della funzione di trasmissione (motion graph), fondamentale per la valutazione della insensibilita’ a disallineamenti
- Estrarre informazioni indispensabili per infittimento localizzato della mesh nelle zone zona di contatto dei denti
- Da motion graph appare che le ruote della coppia NON sono coniugate



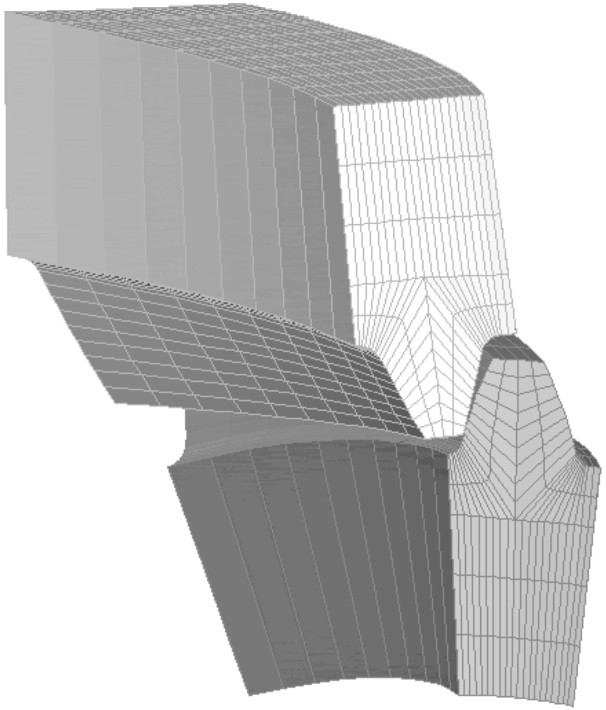
Motion graph



Bearing contact stimato con TCA

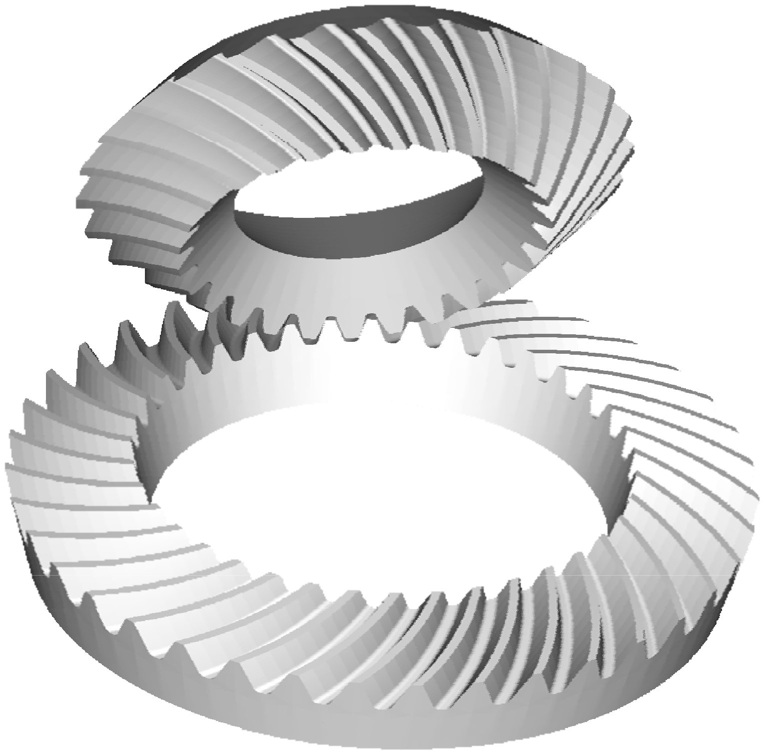
Risultati del codice: modelli geometrici AutoCad

Esportazione della geometria dente da codice proprietario “HypoidFaceMilling” (DIMNP) in ambiente AutoCAD mediante script in linguaggio AutoLISP (.lsp) (Coons patches)



Modello AutoCAD 3D

singola coppia

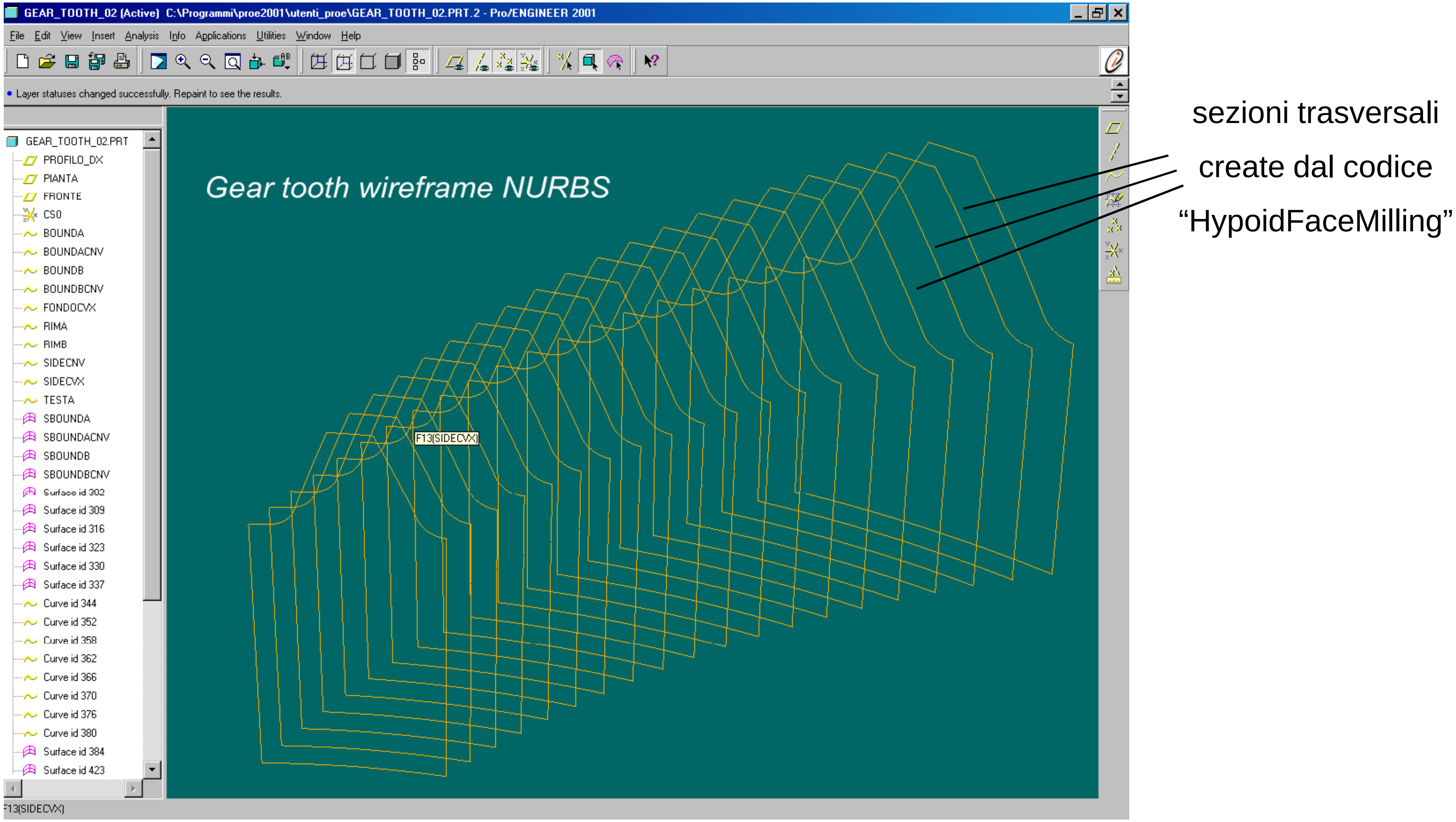


Modello AutoCAD 3D

trasmissione completa

Risultati del codice: modelli geometrici Pro-Engineer

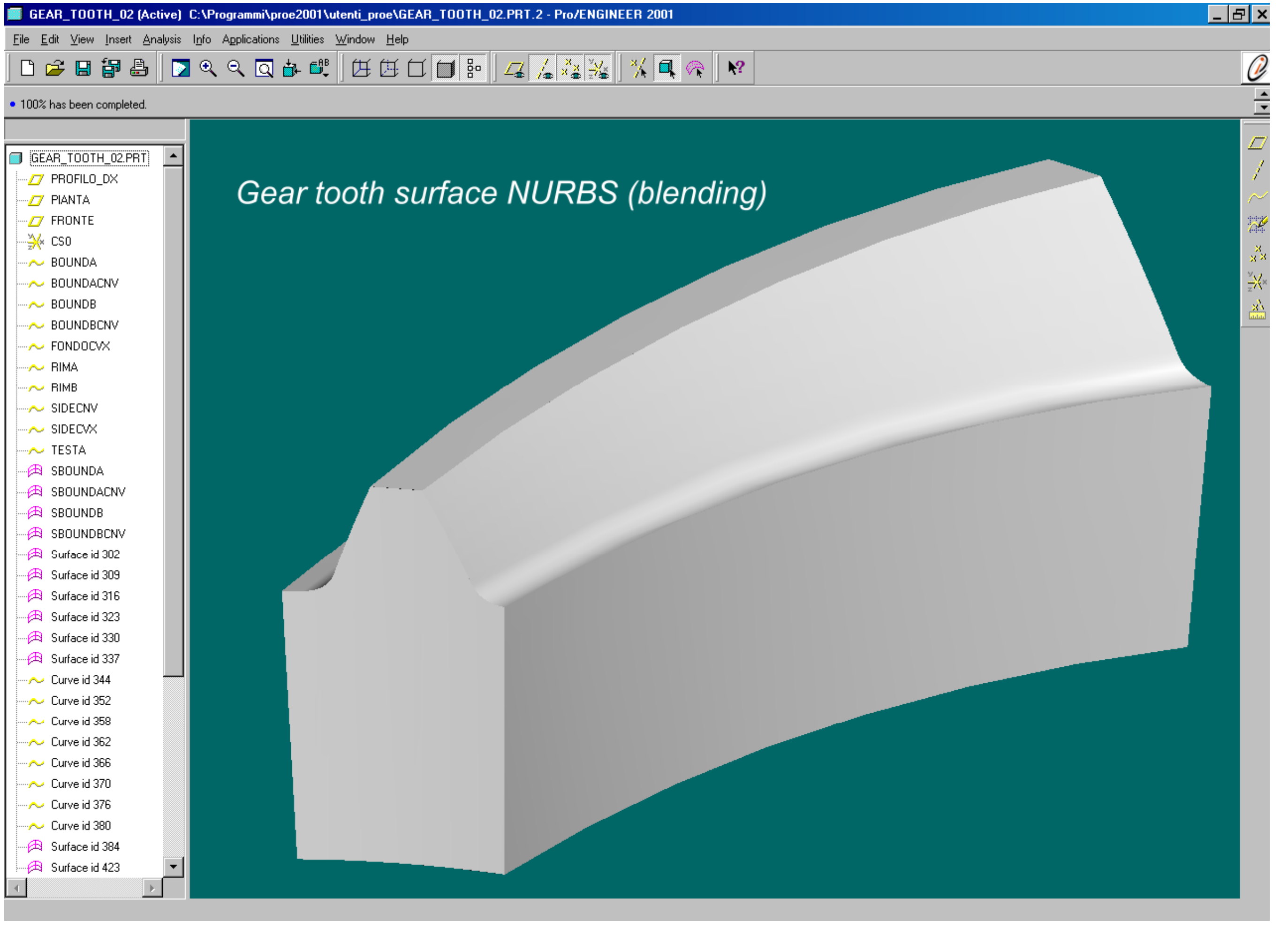
Esportazione della geometria dente **corona** da codice proprietario "HypoidFaceMilling" (DIMNP) in ambiente Pro-Engineer mediante script IBL (.ibl)



Curve NURBS scheletro volume **corona**

Risultati del codice: modelli geometrici Pro-Engineer

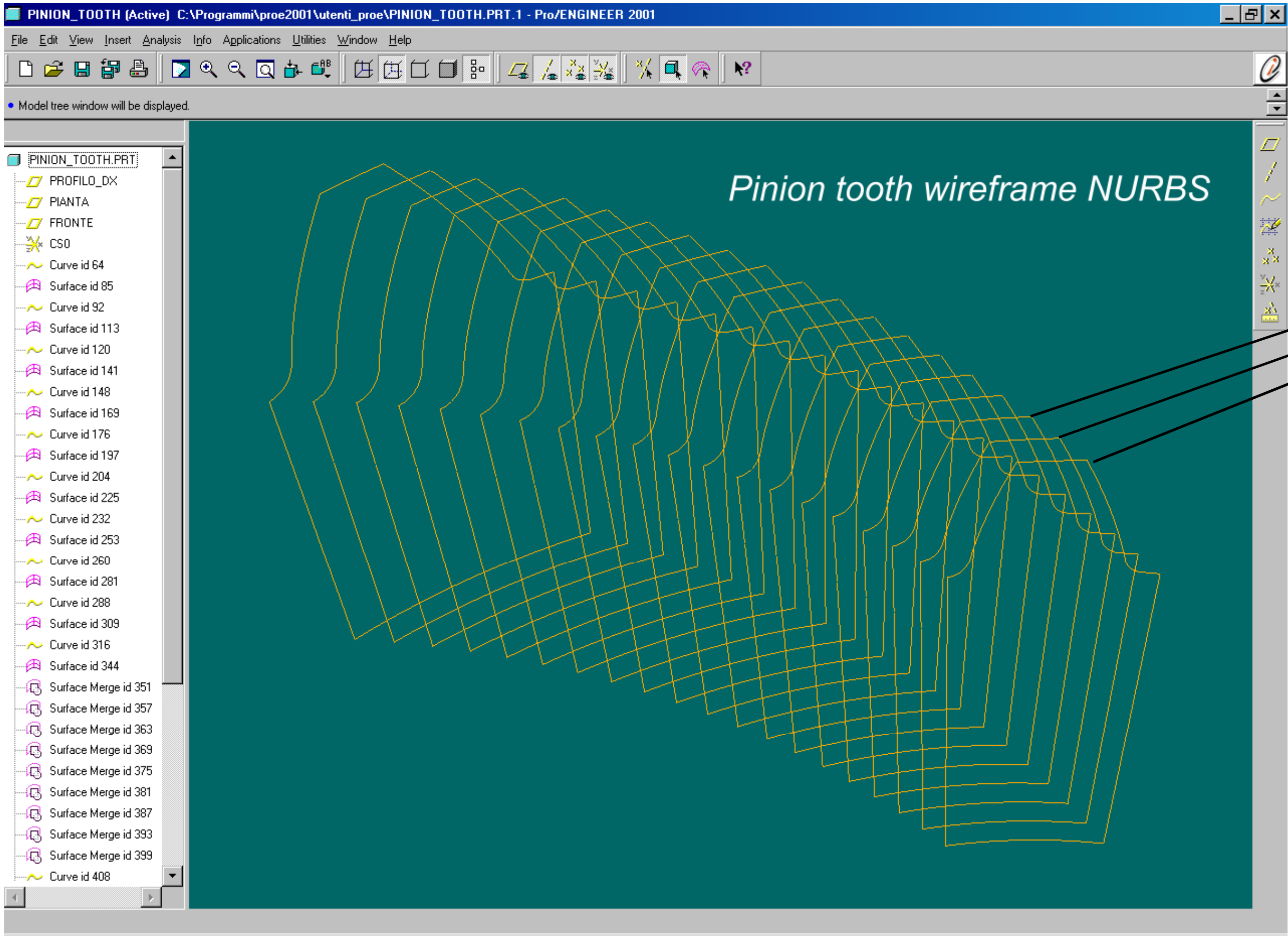
Esportazione della geometria dente **corona** da codice proprietario “HypoidFaceMilling” (DIMNP) in ambiente Pro-Engineer mediante script IBL (.ibl)



Superfici NURBS GC^2 di blend delle curve scheletro volume **corona**

Risultati del codice: modelli geometrici Pro-Engineer

Esportazione della geometria dente **pignone** da codice proprietario "HypoidFaceMilling" (DIMNP) in ambiente Pro-Engineer mediante script IBL (.ibl)

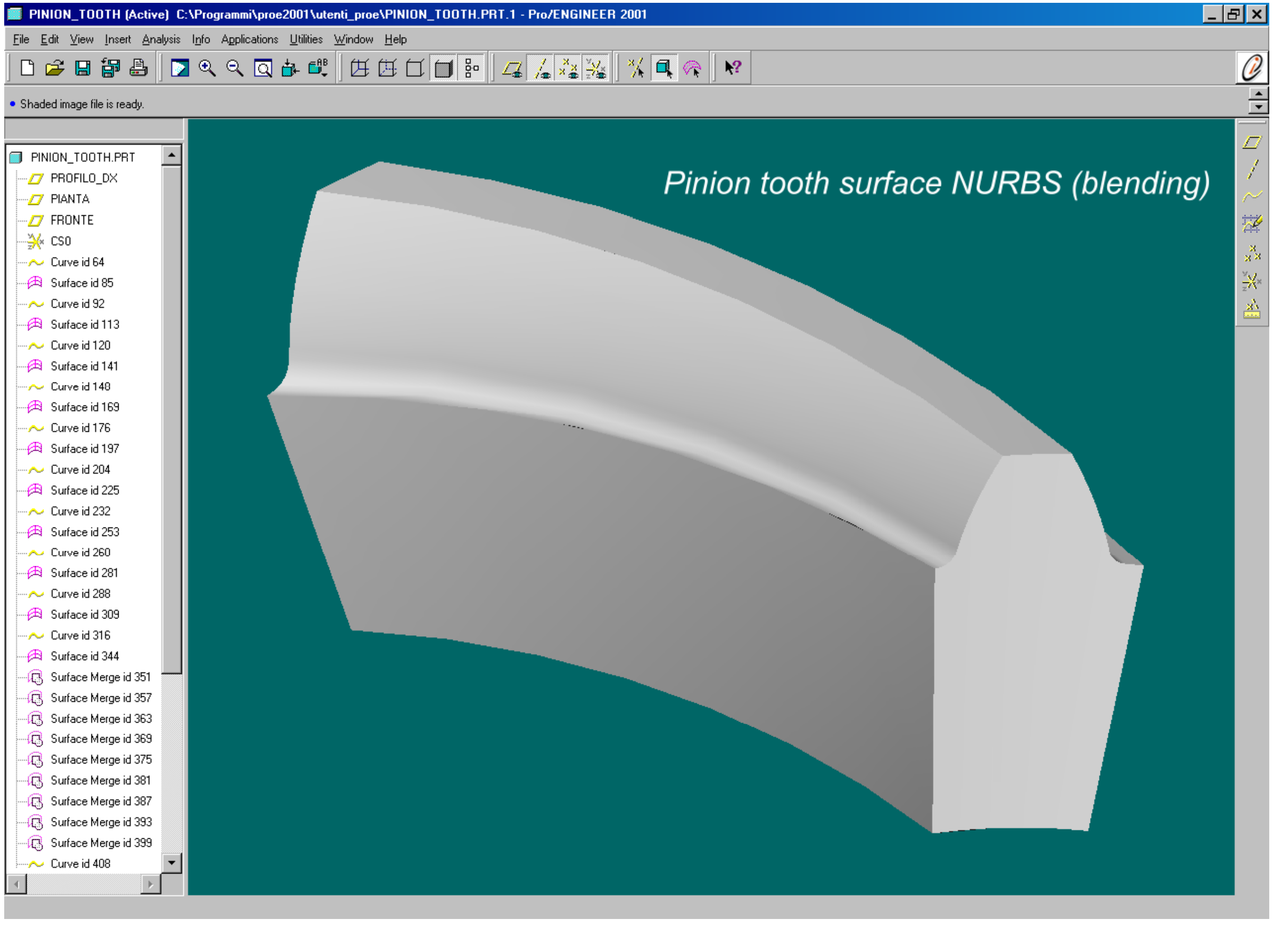


sezioni trasversali
create dal codice
"HypoidFaceMilling"

Curve NURBS scheletro volume **pignone**

Risultati del codice: modelli geometrici Pro-Engineer

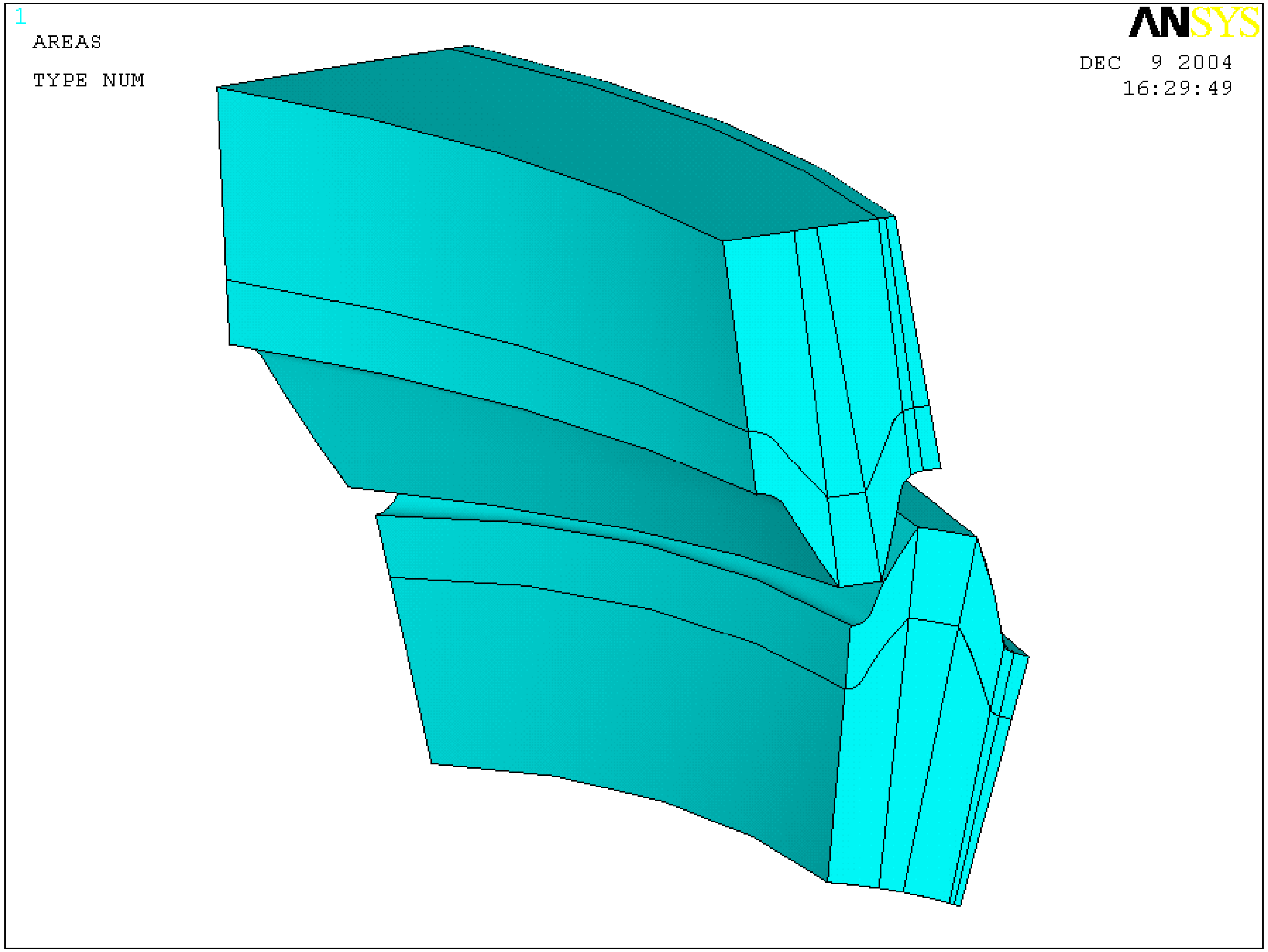
Esportazione della geometria dente **pignone** da codice proprietario "HypoidFaceMilling" (DIMNP) in ambiente Pro-Engineer mediante script IBL (.ibl)



Superfici NURBS GC^2 di blend delle curve scheletro volume **pignone**

Importazione modelli in ambiente Ansys

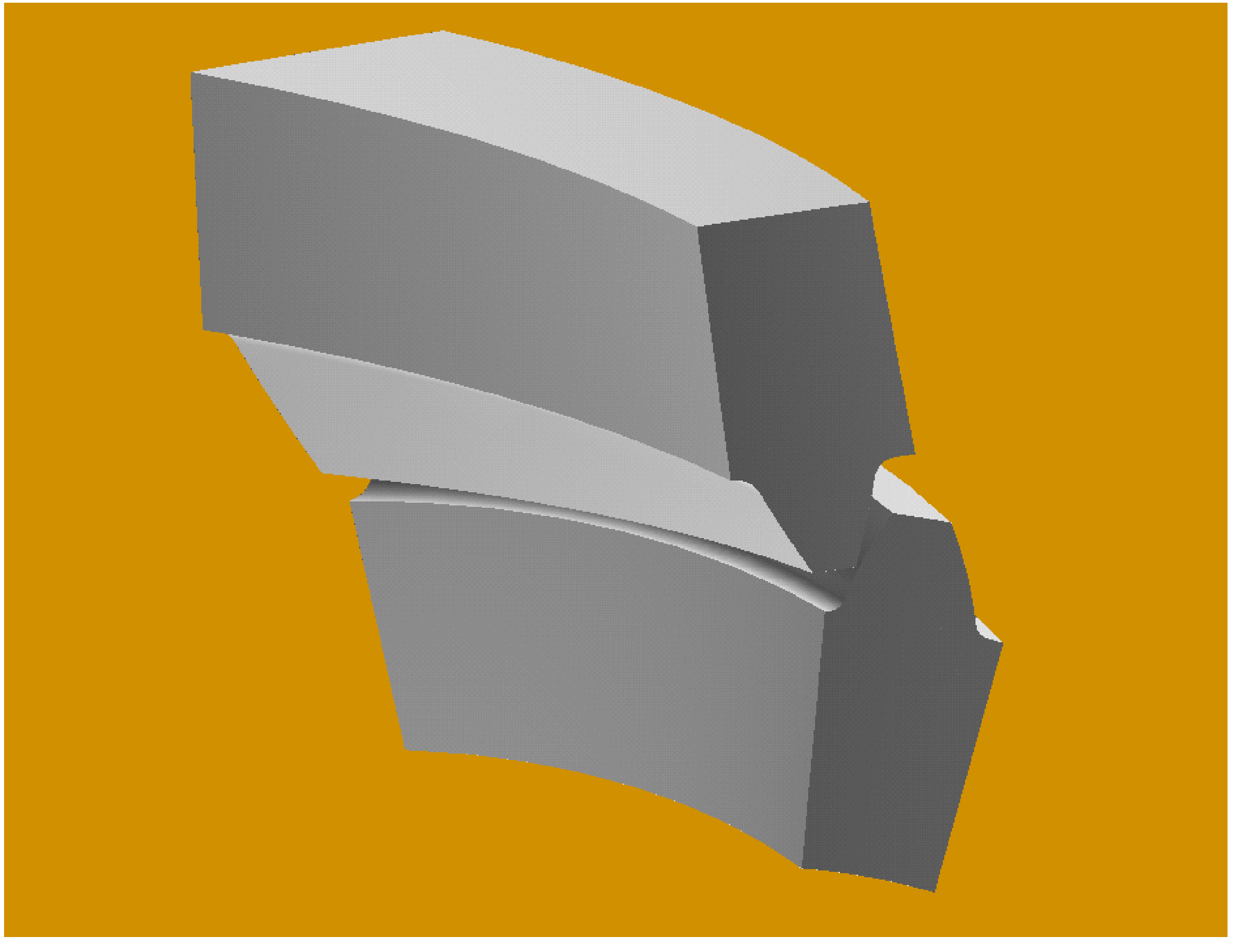
Esportazione della geometria denti in ambiente Pro-Engineer in formato IGES per codice EF Ansys



Coppia denti di riferimento

Creazione di volumi in ambiente Ansys

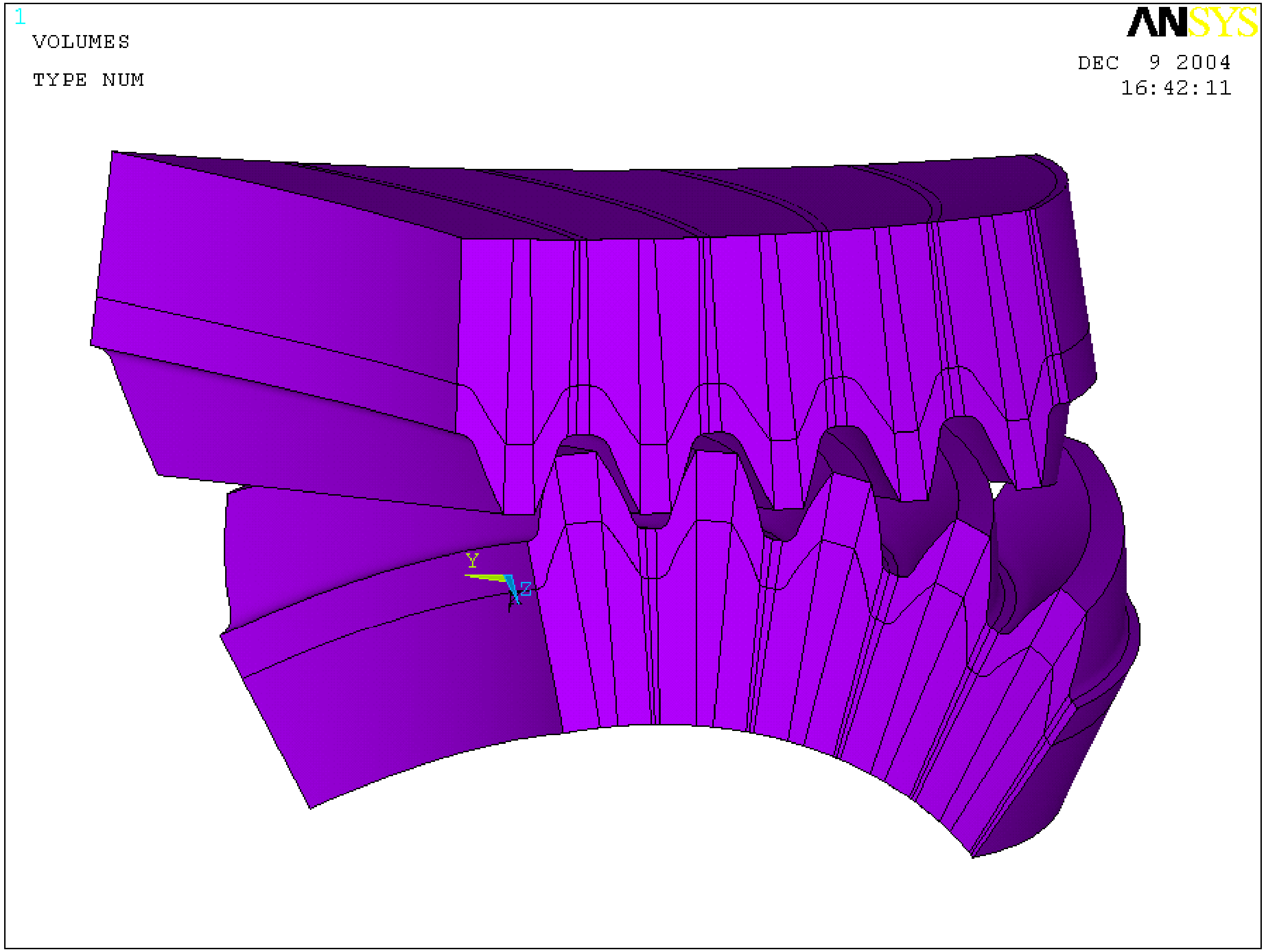
Vengono creati volumi a partire dagli IGES, pronti per essere meshati



Coppia denti di riferimento

Creazione dei settori di ruota per analisi delle sollecitazioni

Viene generato un array polare di volumi a partire dal dente di riferimento



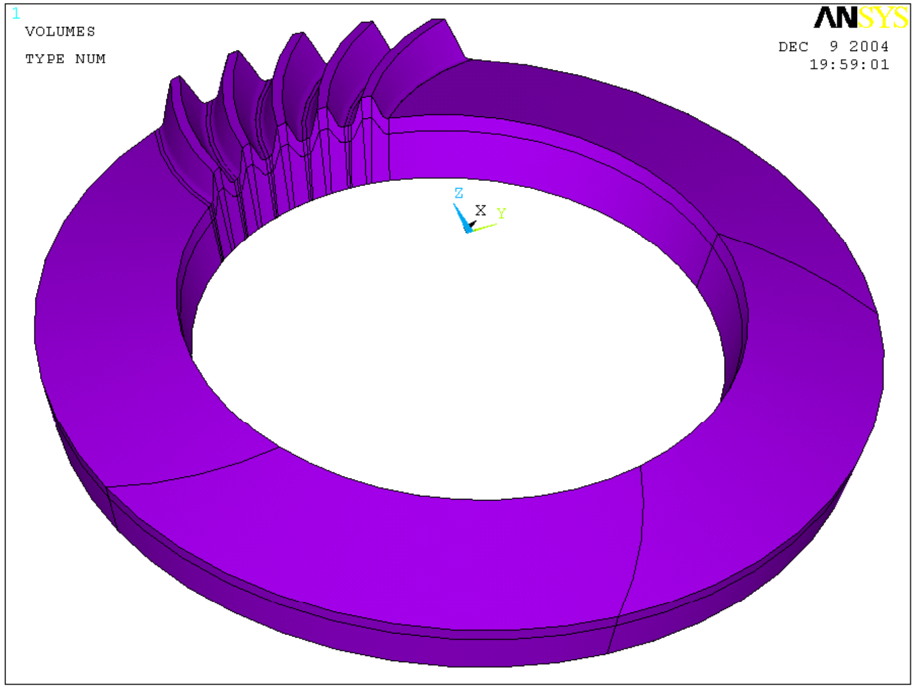
Due settori di 5 denti ciascuno sono sufficienti (sotto carico 2<G.d.R.<3)

Creazione dei rim delle ruote per analisi delle sollecitazioni

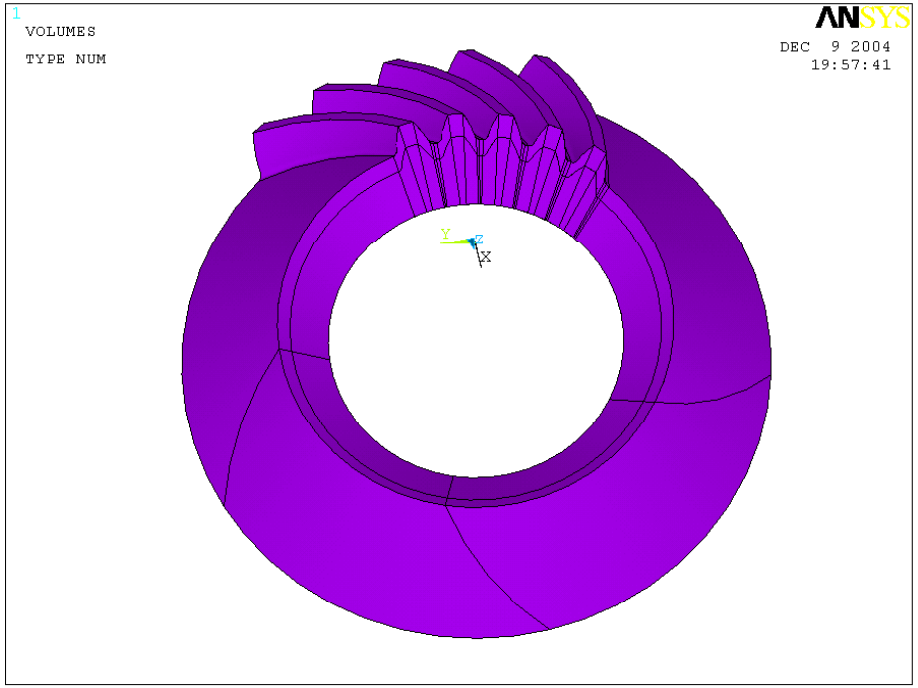
Vengono generati i volumi dei rim completi di corona e pignone perche' le condizioni al contorno del modello siano le piu' verosimili

Nodi sulle interfacce laterali dente-dente bloccati → condizione di vincolo eccessivamente rigido

Nodi sulle interfacce laterali dente-dente scarichi → condizione di vincolo eccessivamente cedevole



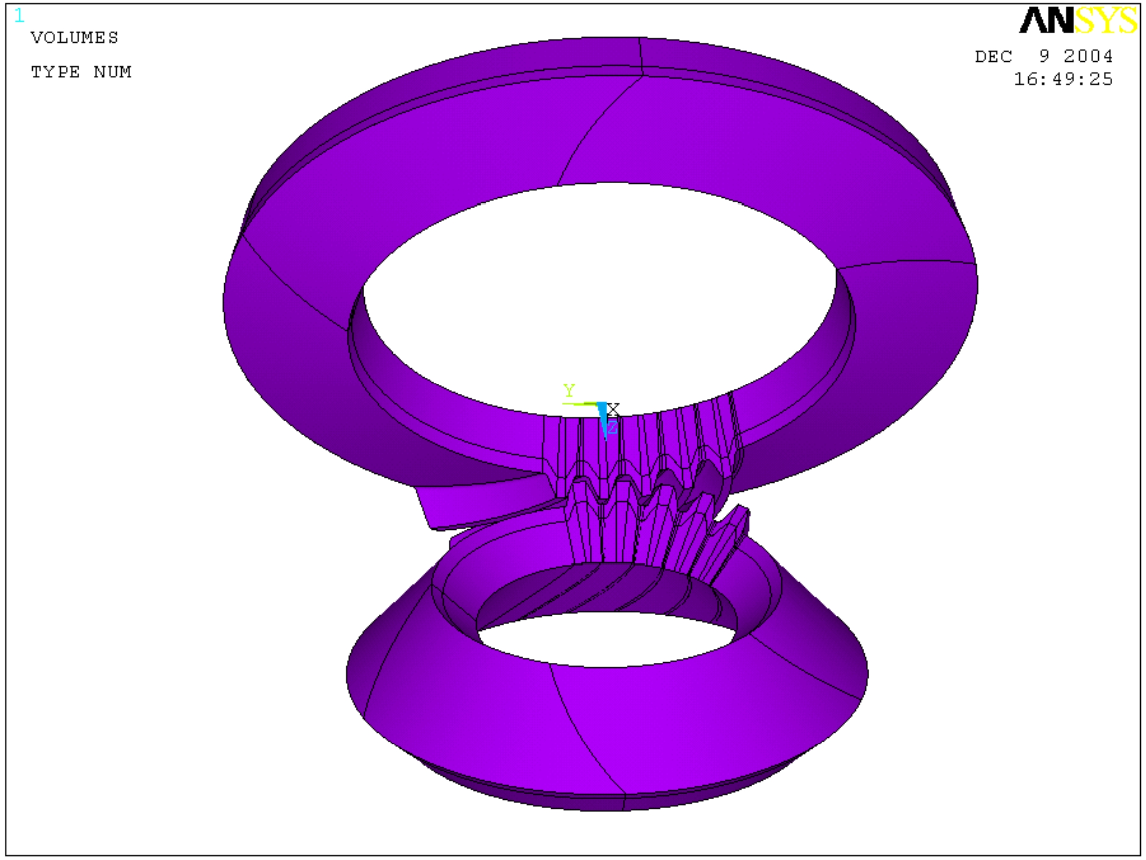
Modello completo **corona** (settore e rim)



Modello completo **pignone** (settore e rim)

Volumi del modello completo

I due sottomodelli ingrananti sono pronti per essere meshati



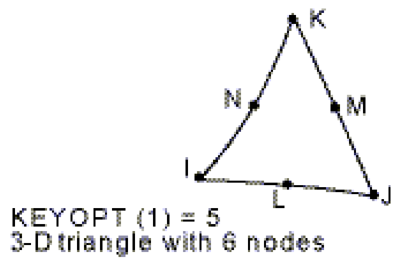
Volumi del modello completo (settori e rim)

Elementi finiti per la meshatura dei volumi di corona e pignone

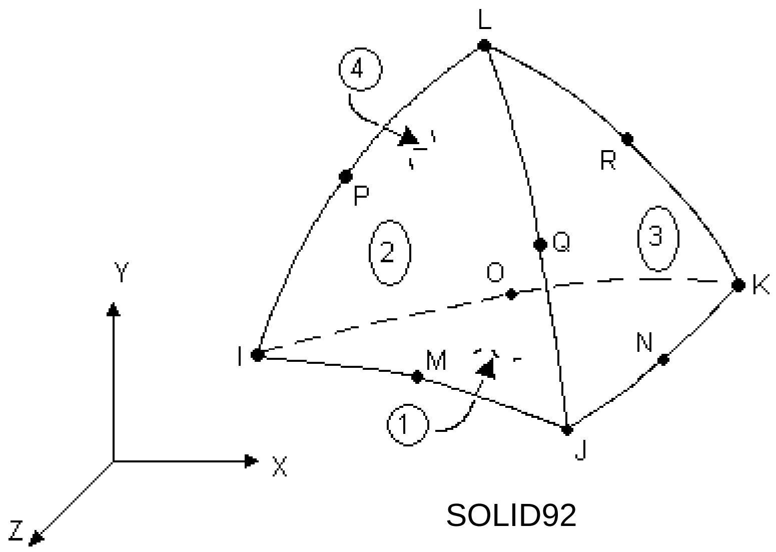
❑ Mesh delle superfici della dentatura (fianchi, raccordi, testa) differenziata da quella delle superfici del rim (più grossolana) mediante elementi superficiali *MESH200* (forma triangolare 3D a 6 nodi).

❑ Mesh dei volumi dei corpi con elementi *SOLID92* (tetraedri a 10 nodi con f.f. quadratiche), la cui faccia superficiale ricalca quella dei preesistenti *MESH200*.

❑ Scelta di elementi solidi tetraedrici necessaria per la conseguente possibilità di adottare il comando *NREFINE* per gli infittimenti localizzati nel 3D.

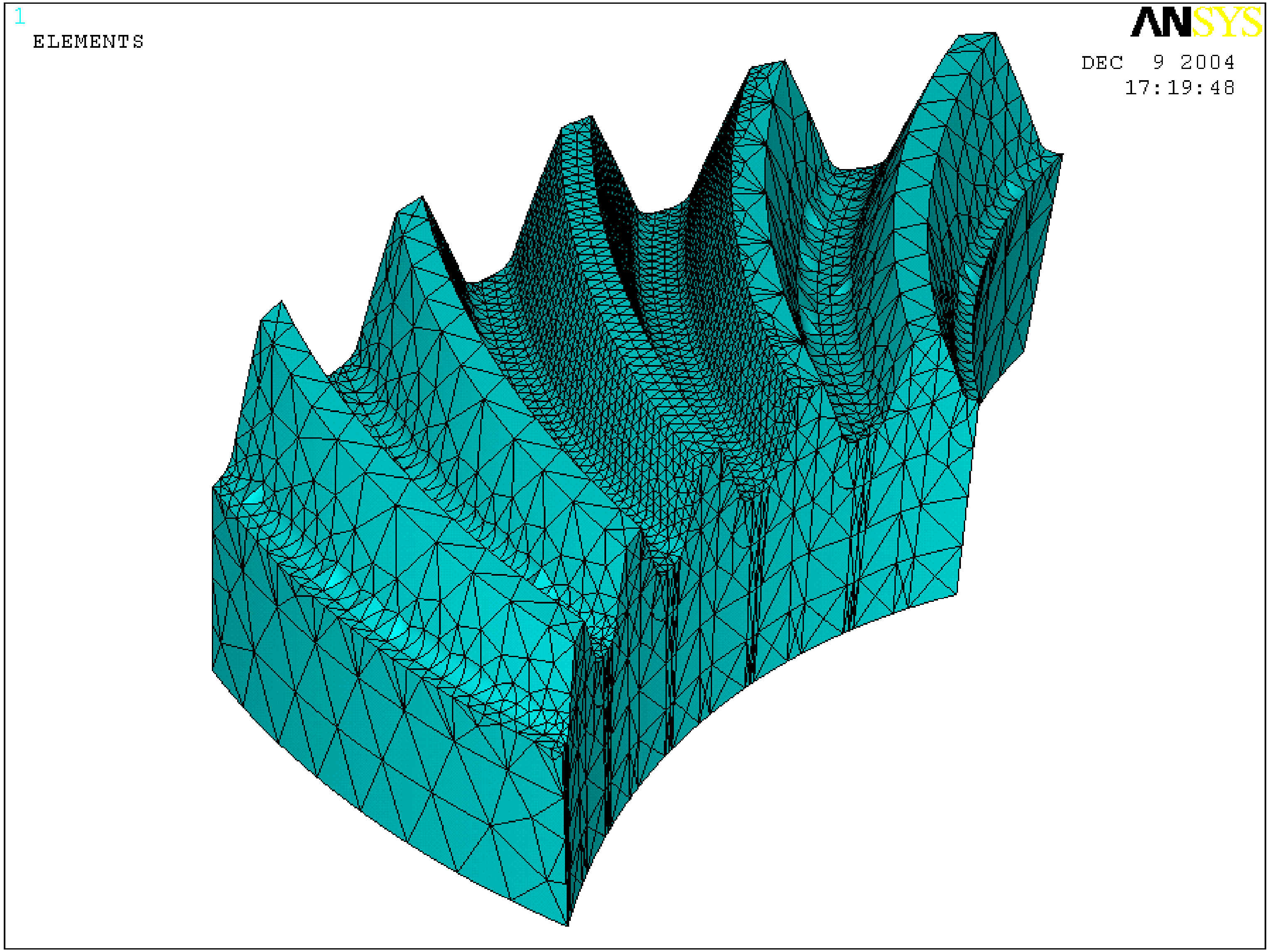


MESH200

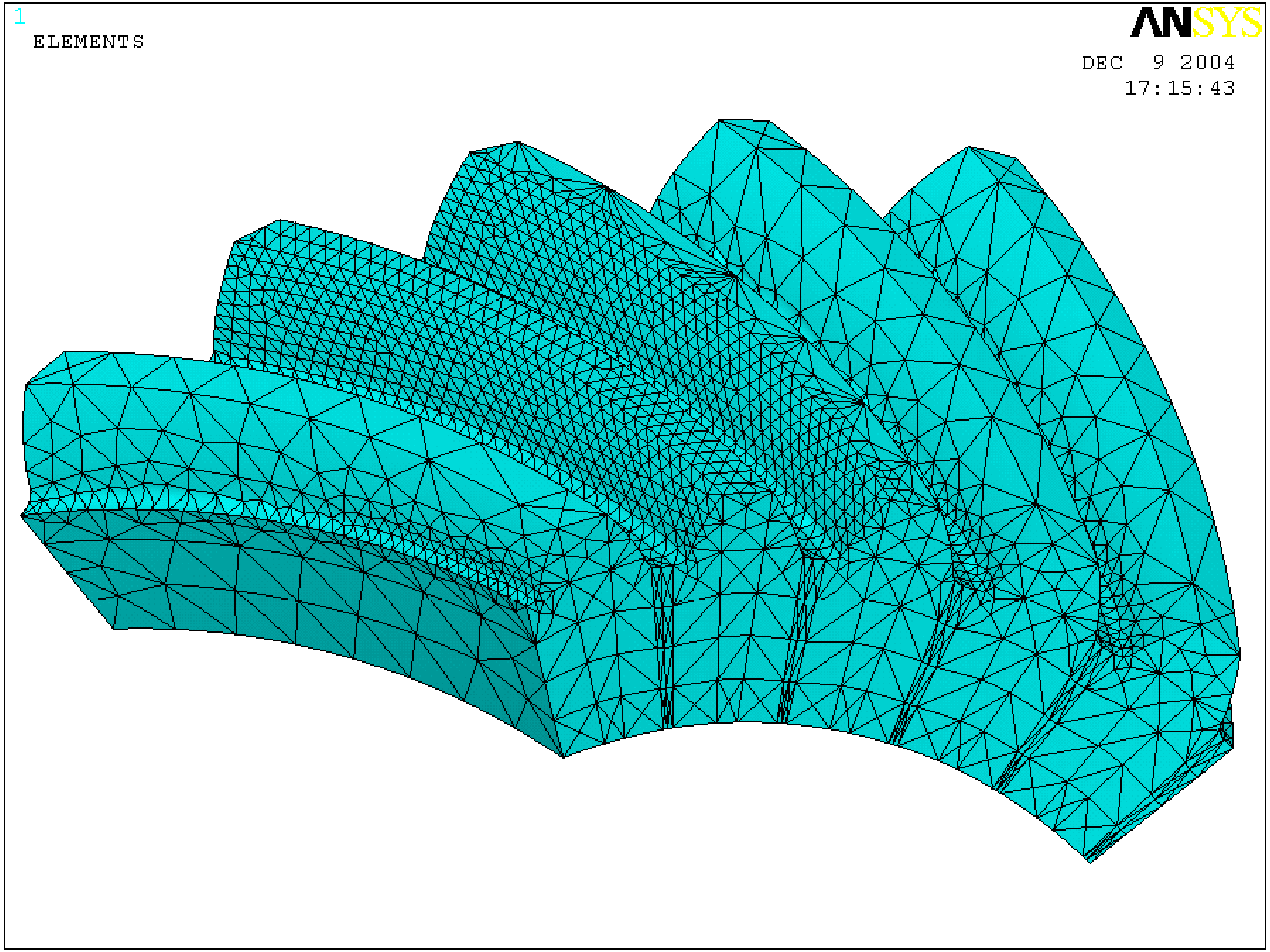


SOLID92

Mesh di base denti corona



Mesh di base denti pignone



Definizione elementi: uno sguardo al file batch

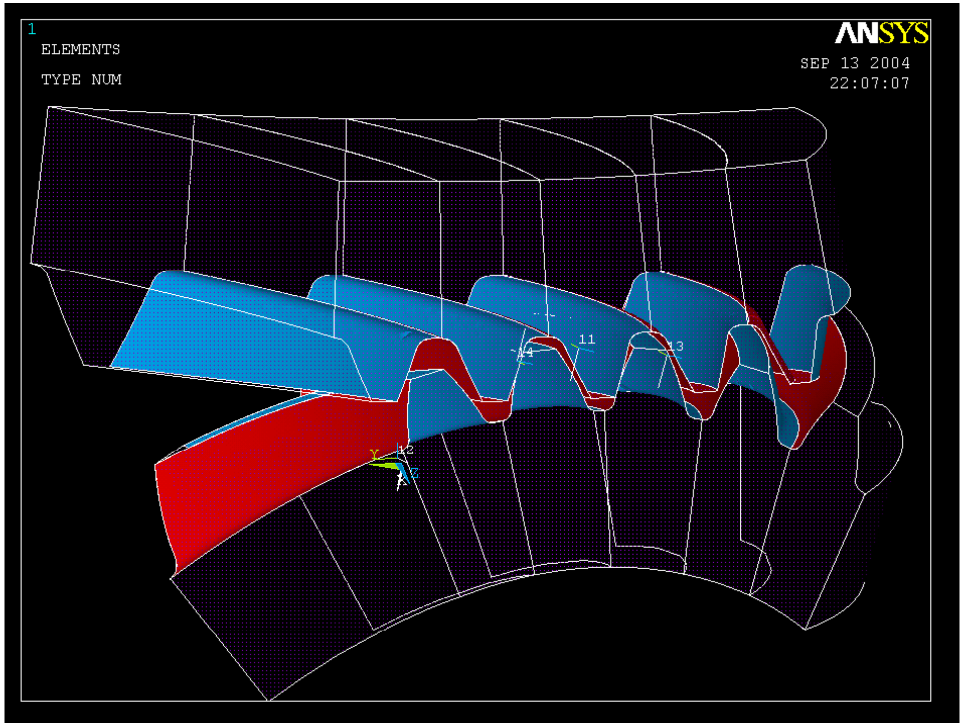
```
ET,2,SOLID92             ! tetraedri a 10 nodi (QUADRATICI)

MOPT,TETEXPND,2          ! fa sì che la dimensione lineare degli elementi raddoppi (circa) passando dalle
                           superfici di contorno all'interno del volume (quindi il n.tot. di elementi si riduce)

MOPT,TIMP,6              ! cerca di migliorare il più possibile la forma dei tetraedri (SOLID92) usati

MP,PRXY,1,0.3            ! coefficiente di Poisson (pari a 0.3)

MP,MU,1,0                ! coefficiente d'attrito tra le superfici (nullo)

MP,EX,1,210000           ! modulo di Young (pari a 210GPa)

MAT,1
TYPE,2
VMESH,i                  ! meshatura dei vari volumi (denti)

VIMP,ALL                 ! controlla e migliora la struttura della mesh (aspect ratio)
```

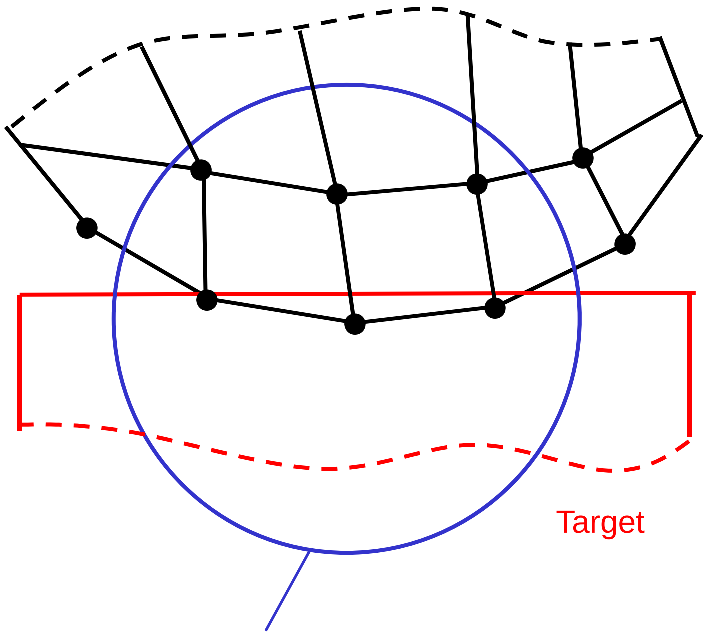
Le dimensioni lineari medie degli elementi in corrispondenza delle superfici esterne sono differenziate a seconda della zona: le superfici dei fianchi attivi interessati dal contatto e quelle dei relativi raccordi di fondo dente sono meshate con elementi di dimensioni adeguatamente ridotte.

Valutazione delle possibili zone di contatto

• Un primo modello EF senza infittimenti localizzati (computazionalmente più leggero) rileva tutte le potenziali zone di contatto fra i denti

• Tutte le superfici dei fianchi attivi e dei raccordi dei denti di corona e pignone sono rivestite con elementi contact e target (CONTA174/TARGE170, v. dopo) con *pinball region* sovradimensionata per cogliere cautelativamente tutti i contatti possibili (anche back side contact)

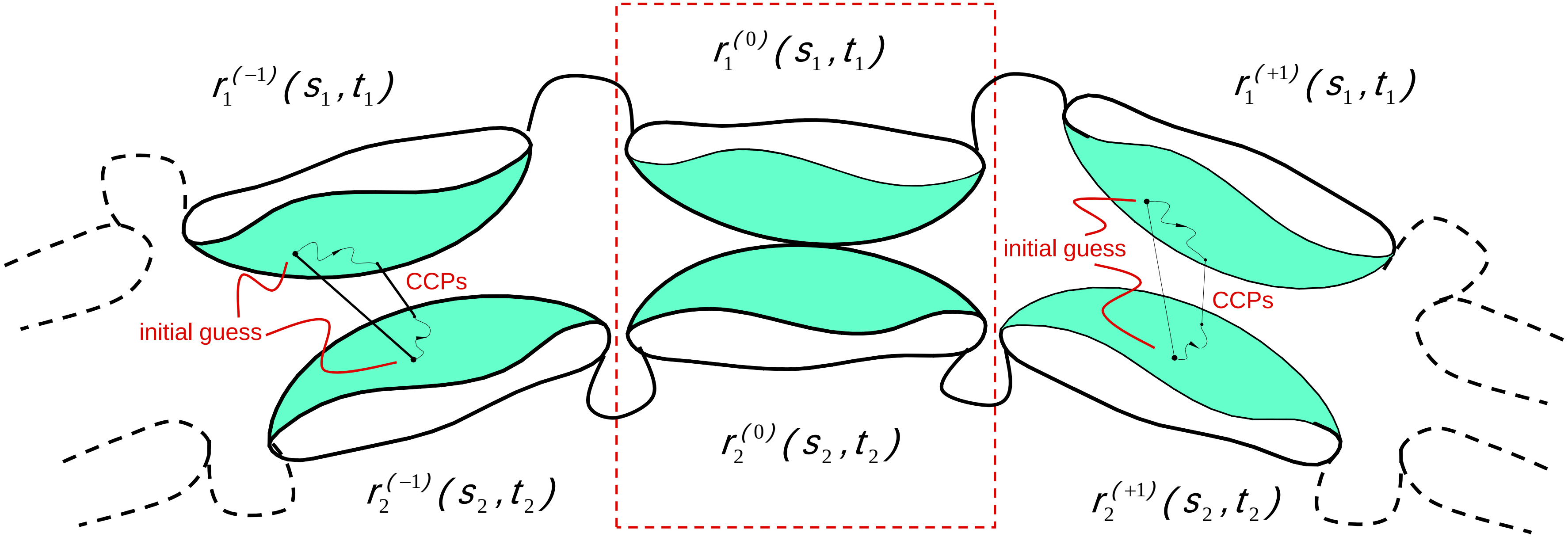




Elementi target 3D *TARGE170* ⟶ modellazione dei fianchi concavi

Elementi contact 3D *CONTA174* ⟶ modellazione dei fianchi convessi

Ricerca *analitica* di probabili contatti fra denti adiacenti

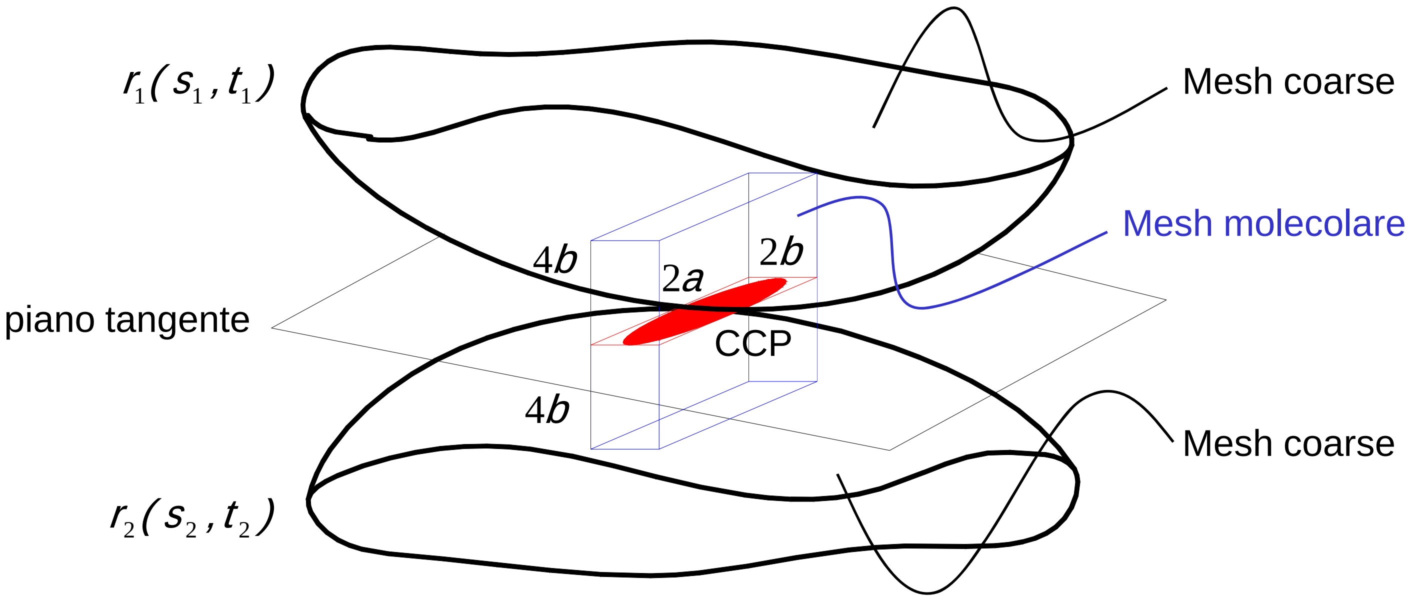


Coppia di riferimento (0)
in contatto, classica TCA

Algoritmo impiegato:

$$\begin{cases} \left(\boldsymbol{r}_1^{(i)}(s_1, t_1) - \boldsymbol{r}_2^{(i)}(s_2, t_2)\right) \cdot \dfrac{\partial \boldsymbol{r}_j^{(i)}(s_j, t_j)}{\partial s_j} = 0 \\[2ex] \left(\boldsymbol{r}_1^{(i)}(s_1, t_1) - \boldsymbol{r}_2^{(i)}(s_2, t_2)\right) \cdot \dfrac{\partial \boldsymbol{r}_j^{(i)}(s_j, t_j)}{\partial t_j} = 0 \end{cases} \quad \Bigg\| \quad \begin{array}{l} \boldsymbol{i} \in [n_{start}, n_{end}], \\ \boldsymbol{j} = 1{,}2 \end{array}$$

Stima della zona di contatto con Hertz ed infittimento locale mesh



Nodi ed elementi selezionati per il raffinamento

Contenuti in un volume a forma di parallelepipedo avente:

- baricentro ⟶ *candidate contact point (CCP)*
- lunghezza ⟶ asse maggiore dell'ellisse di contatto stimata
- larghezza ⟶ asse minore dell'ellisse di contatto stimata
- profondità ⟶ 4 volte dim dell'asse minore su ogni corpo

L'ellisse di contatto è stimata supponendo cautelativamente che ingrani una sola coppia di denti

Grado d'infittimento

Arrestato quando:

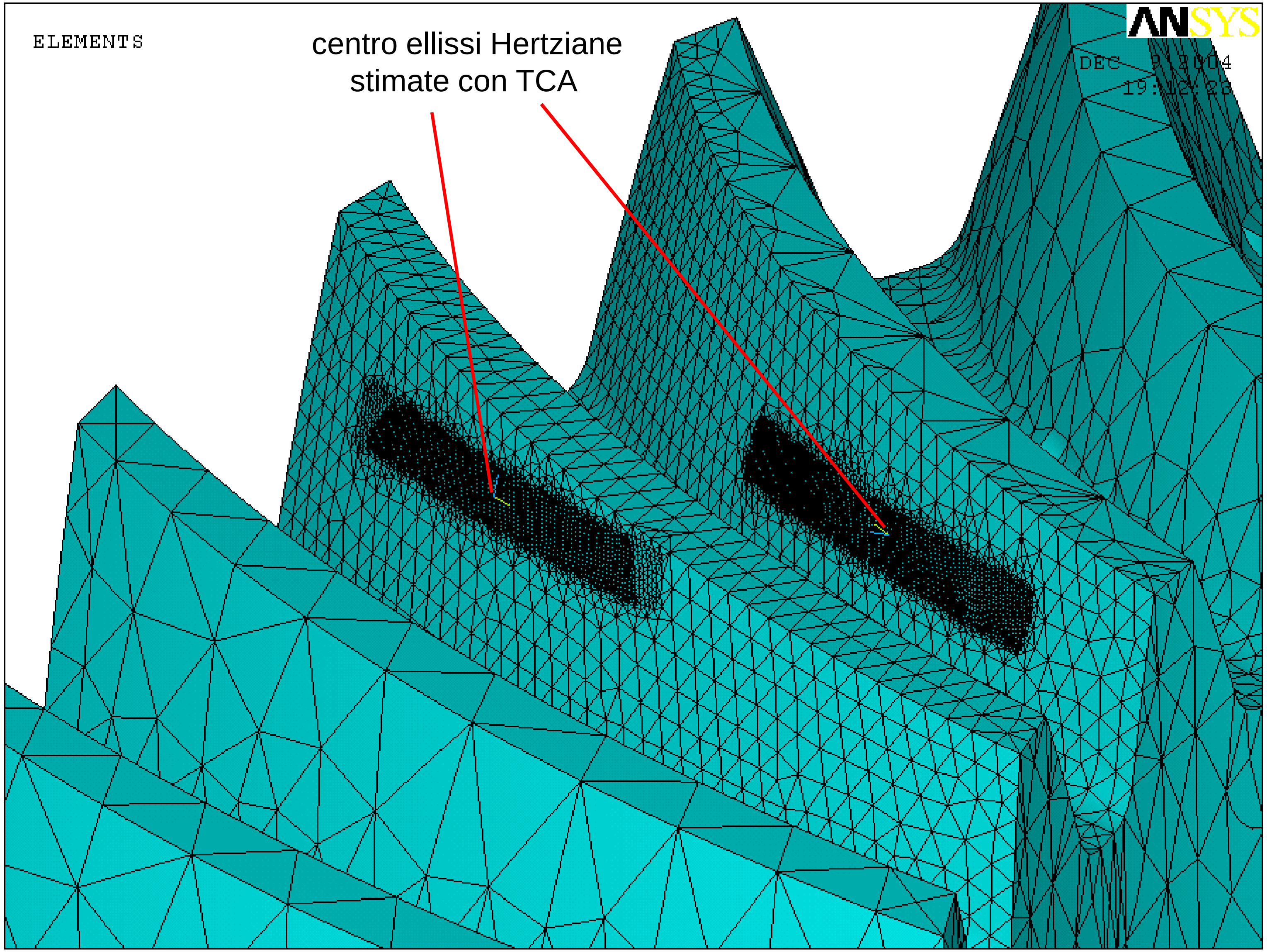
$$\mathbf{err_{conv} = |(\sigma^{i}_{max} - \sigma^{(i-1)}_{max}) / \sigma^{i}_{max}| = 0.018}$$

A questo grado d'infittimento corrispondono dimensioni lineari degli elementi pari a circa 1/200 del minimo raggio di curvatura locale

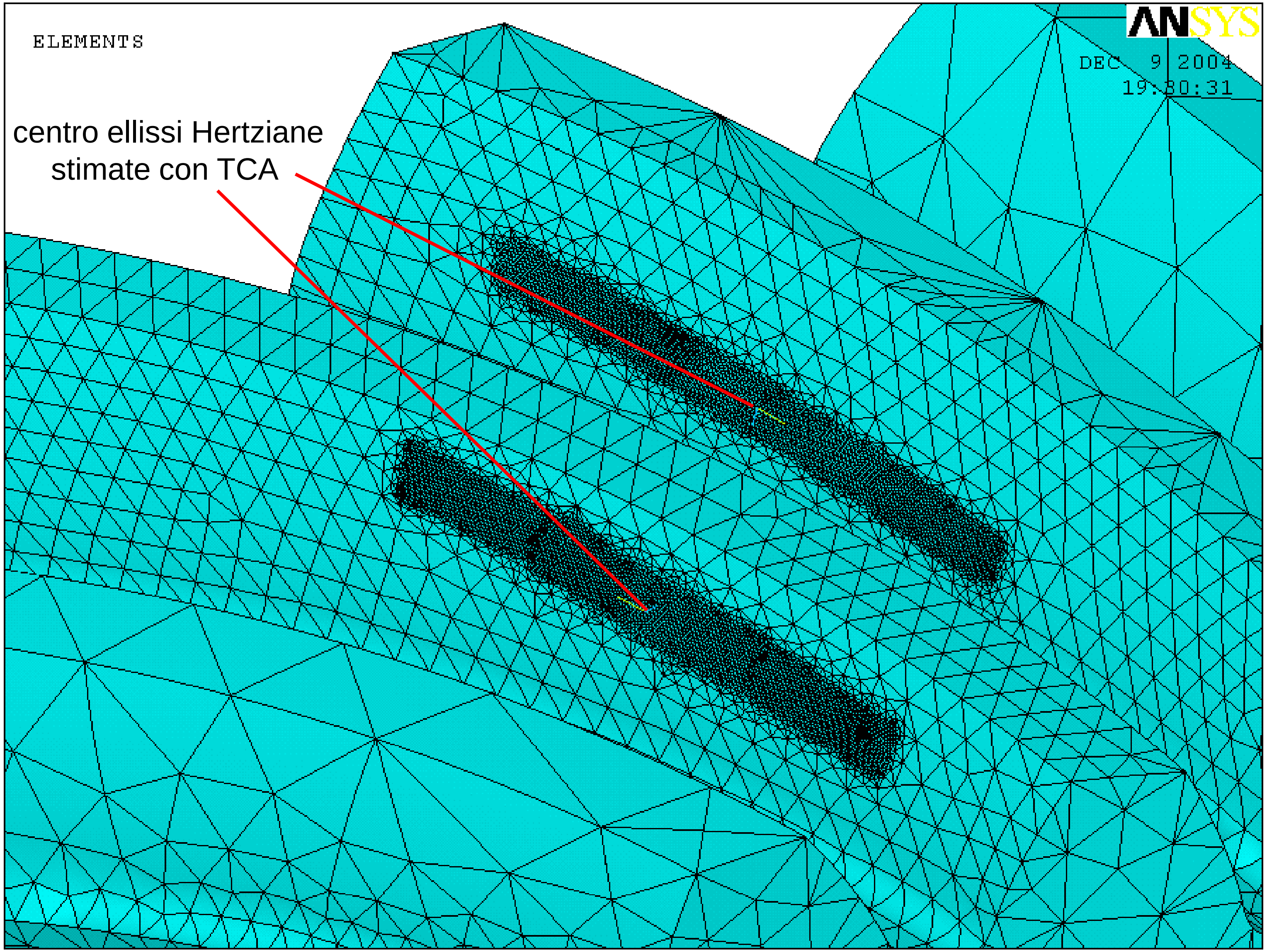
Valori di riferimento in letteratura:

err_{conv} = 0.01 (eccellente) ⟶ 0.1 (soddisfacente)

Infittimenti localizzati modello corona



Infittimenti localizzati modello pignone



Modellazione del contatto fra i denti: elementi contact/target

• Le superfici dei fianchi attivi e dei raccordi di fondo dente sono rivestite con elementi di contatto 3D CONTA174 e TARGE170, con funzioni di forma quadratiche.

• E' opportuno che i CONTA174 rivestano le superfici convesse e i TARGE170 quelle concave.

• Possono essere adottati con successo due algoritmi di contatto:

  ✓ *Augmented Lagrangian*: algoritmo di default, più insensibile a ill-conditioning della matrice di rigidezza globale e più stabile

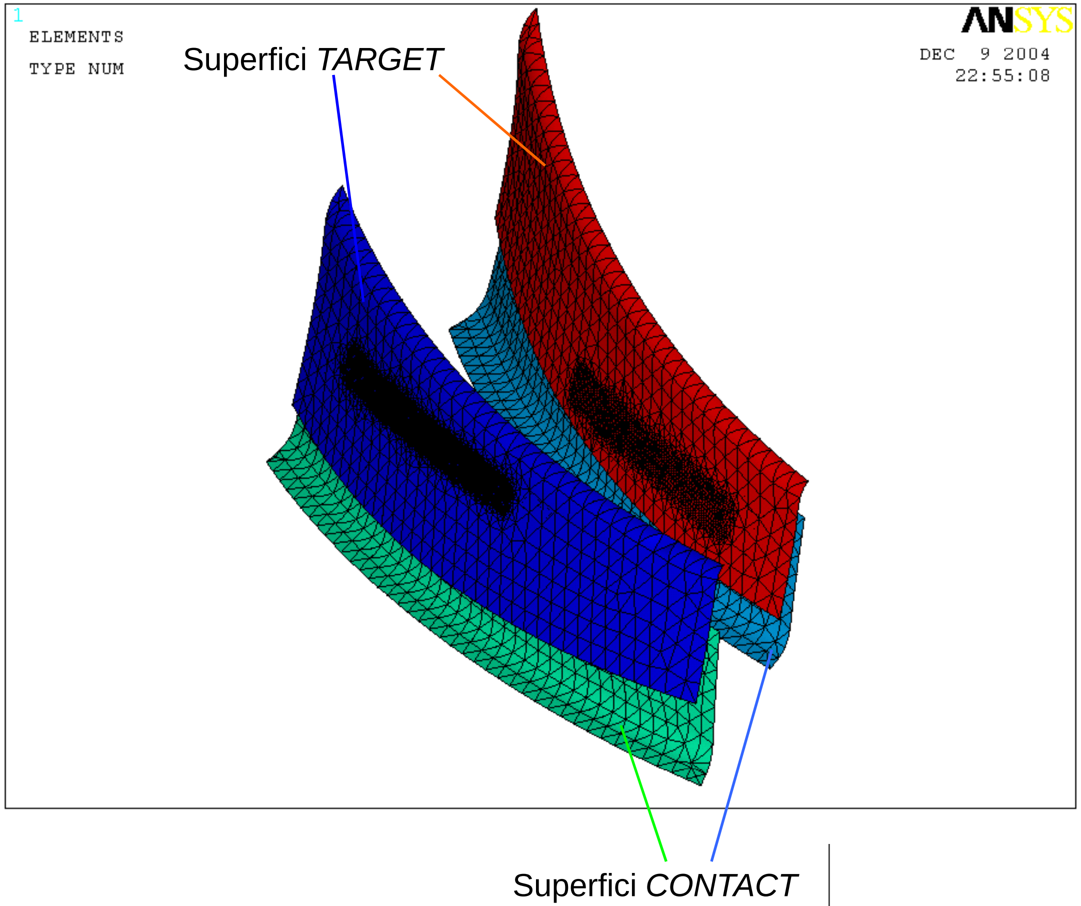
  ✓ *Penalty method*: talvolta più rapido del precedente, specialmente se la mesh va incontro a deformazioni relativamente grandi; attivabile per i CONTA174 grazie a KEYOPT(2)=1

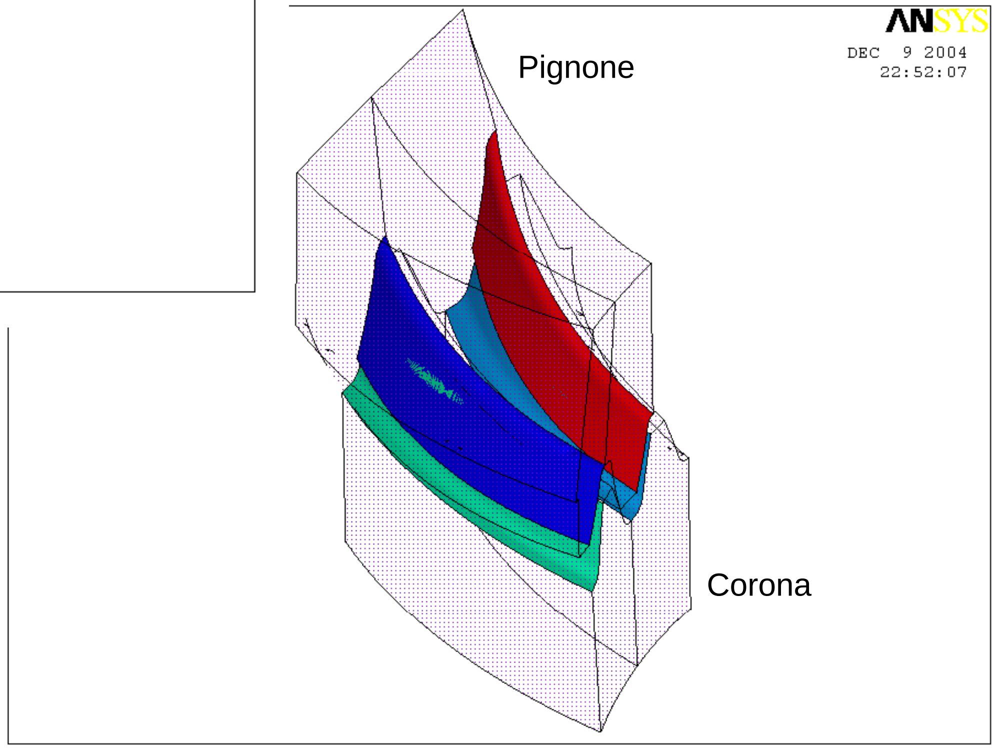
• Essenziale specificare un "buon" valore della rigidezza di contatto normale (FKN): FKN=10 da buoni risultati; è utile, ai fini dell'accuratezza, attivarne l'aggiornamento automatico *pair-based* ad ogni iterazione (KEYOPT(10)=2). In batch:

```
R,i,,,10
KEYOPT,elemtypenumber,10,2
```

• Sulla coppia di denti di riferimento (che comanda il moto) è indispensabile chiudere i micro-gap iniziali fra dente corona e dente pignone (generati nella discretizzazione) per evitare rigid body motion. Se tale gap è molto piccolo (dell'ordine di 10E-04 mm) è conveniente chiuderlo settando il parametro CNOF dei CONTA174 (KEYOPT(5)=1).
Se invece di micro-gap si ha micro-penetrazione, è sufficiente impostare KEYOPT(5)=2 ed escludere l'effetto di tale micro-penetrazione specificando KEYOPT(9)=1

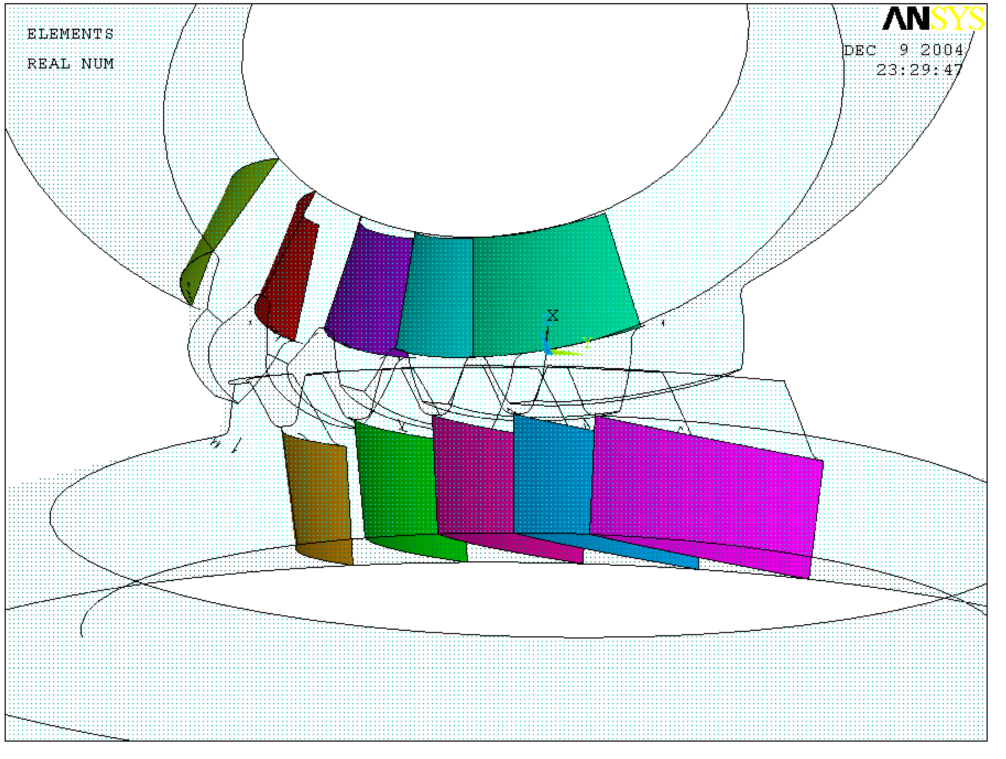
Elementi *contact/target*





Elementi CONTA174/TARGE170 per l'unione della mesh di denti adiacenti

- Non può essere effettuato un *merge* delle entità sovrapposte perché le mesh sono dissimili.
- Applicabile un tipo particolare di contatto detto *bonded always*, attivabile per i CONTA174 con l'opzione KEYOPT(12)=5
- Per ridurre il "peso" computazionale ci si può avvalere dell'approccio *multipoint-constraint* (MPC), che non richiede rigidezza di contatto; è attivabile mediante KEYOPT(2)=2
- E' infine consigliabile escludere l'effetto di eventuali micro-compenetrazioni iniziali settando KEYOPT(9)=1



Contact pairs *bonded always MPC* sulle pareti laterali di denti adiacenti

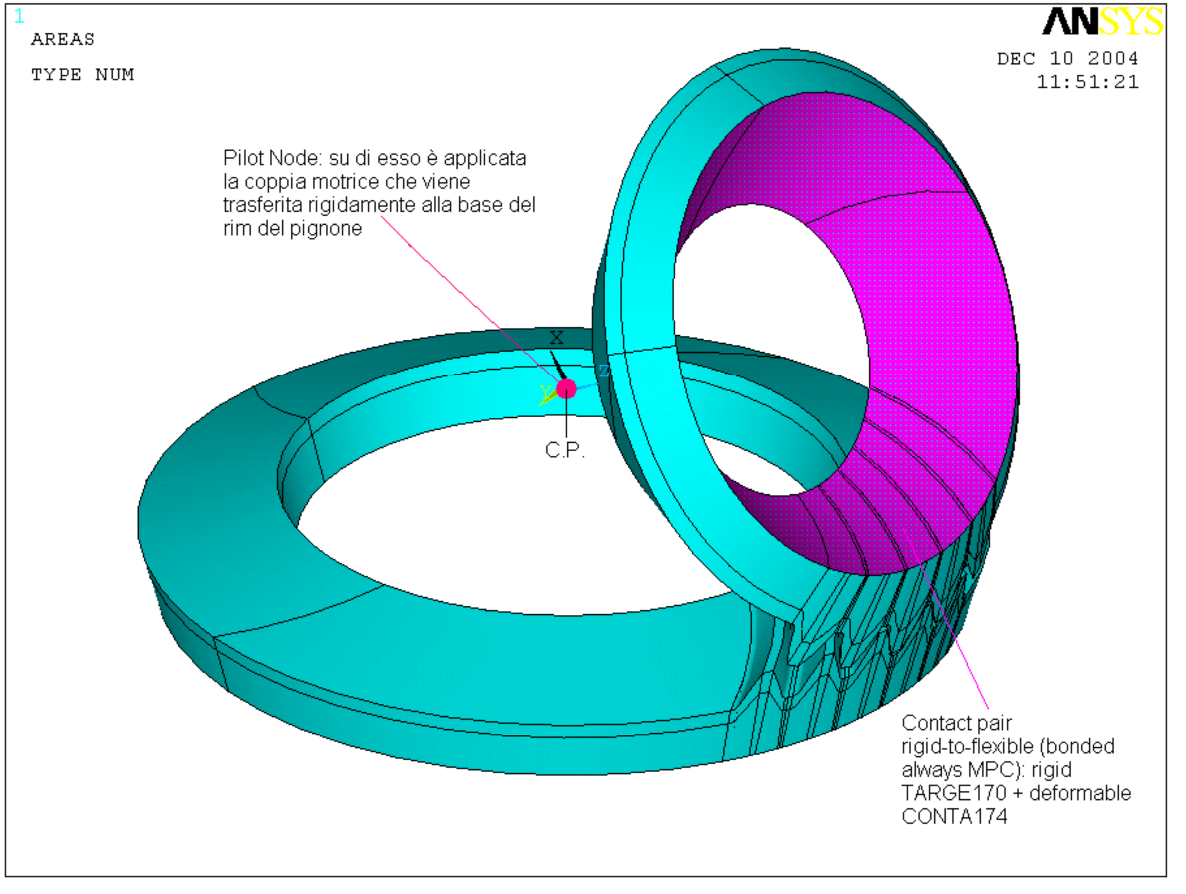
Elementi CONTA174/TARGE170 per il trasferimento della coppia motrice

- Creazione di una nuova superficie coincidente con la base del rim pignone.
- Creazione di un contact pair con contatto <u>rigid-to-flexible</u>:

  ✓ nuova superficie = target surface, meshata con TARGE170 <u>rigidi</u> high-order a forma triangolare e pilotata da un *pilot node* (attivabile con il comando TSHAP,PILO) nel crossing point; su di esso è applicata la C_m (mediante un unico loadstep suddiviso in substeps)

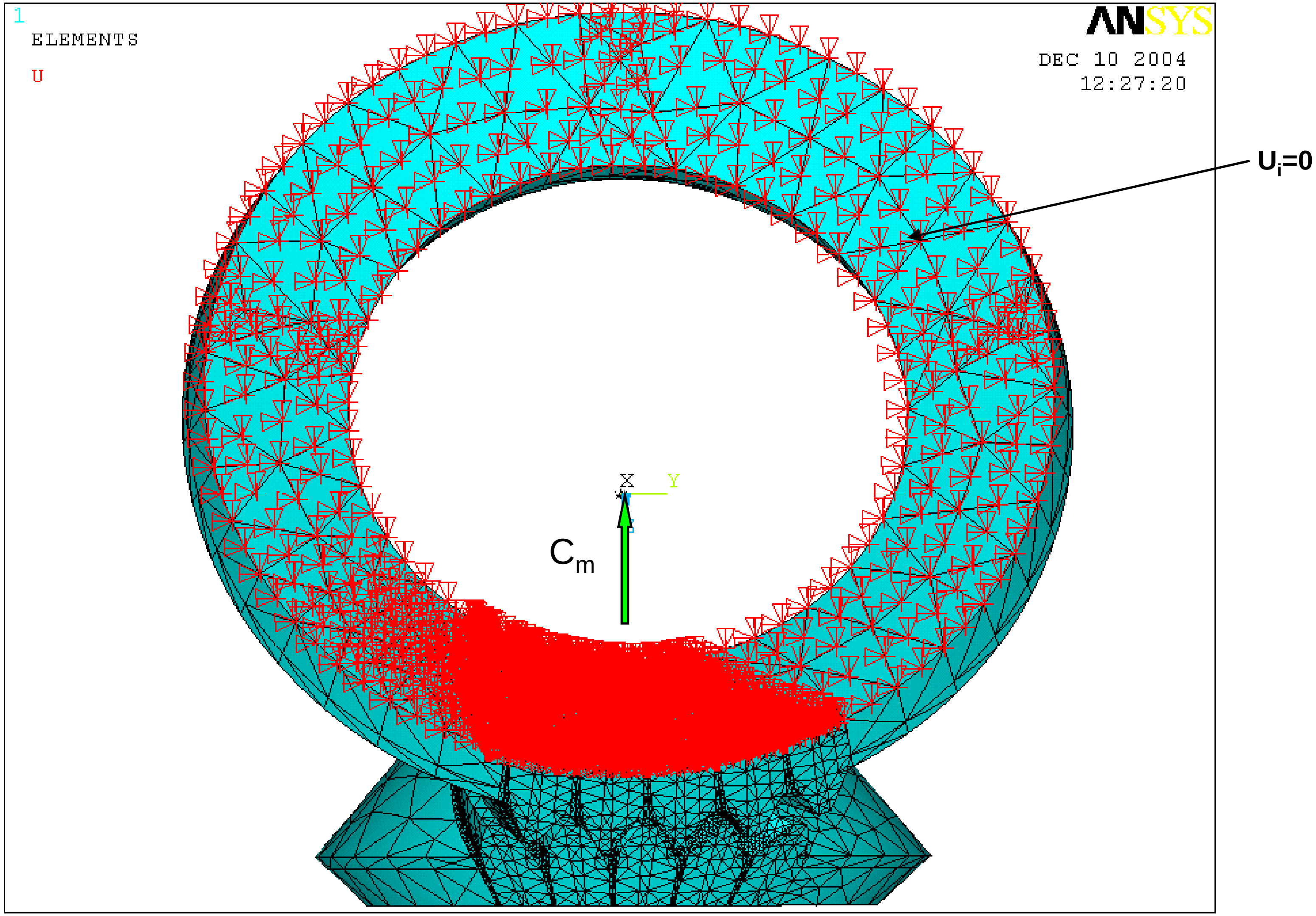
  ✓ base del rim pignone = contact surface, meshata con CONTA174

  ✓ approccio MPC (stesse impostazioni viste in precedenza)



Vincoli sul modello corona

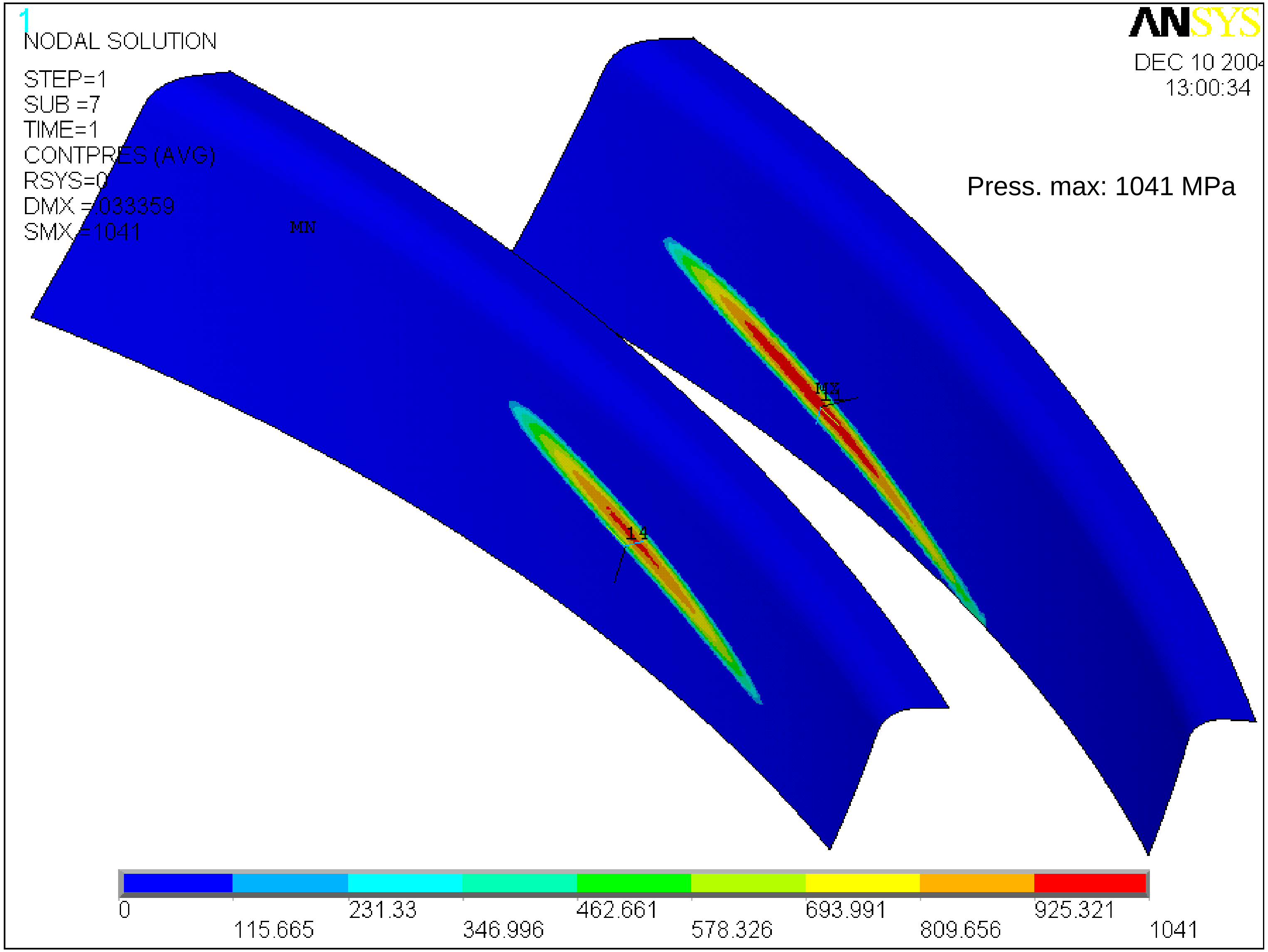
❑ Annullamento di tutti i gradi di libertà dei soli nodi appartenenti alla base del rim corona (che diventa quindi una superficie rigida)



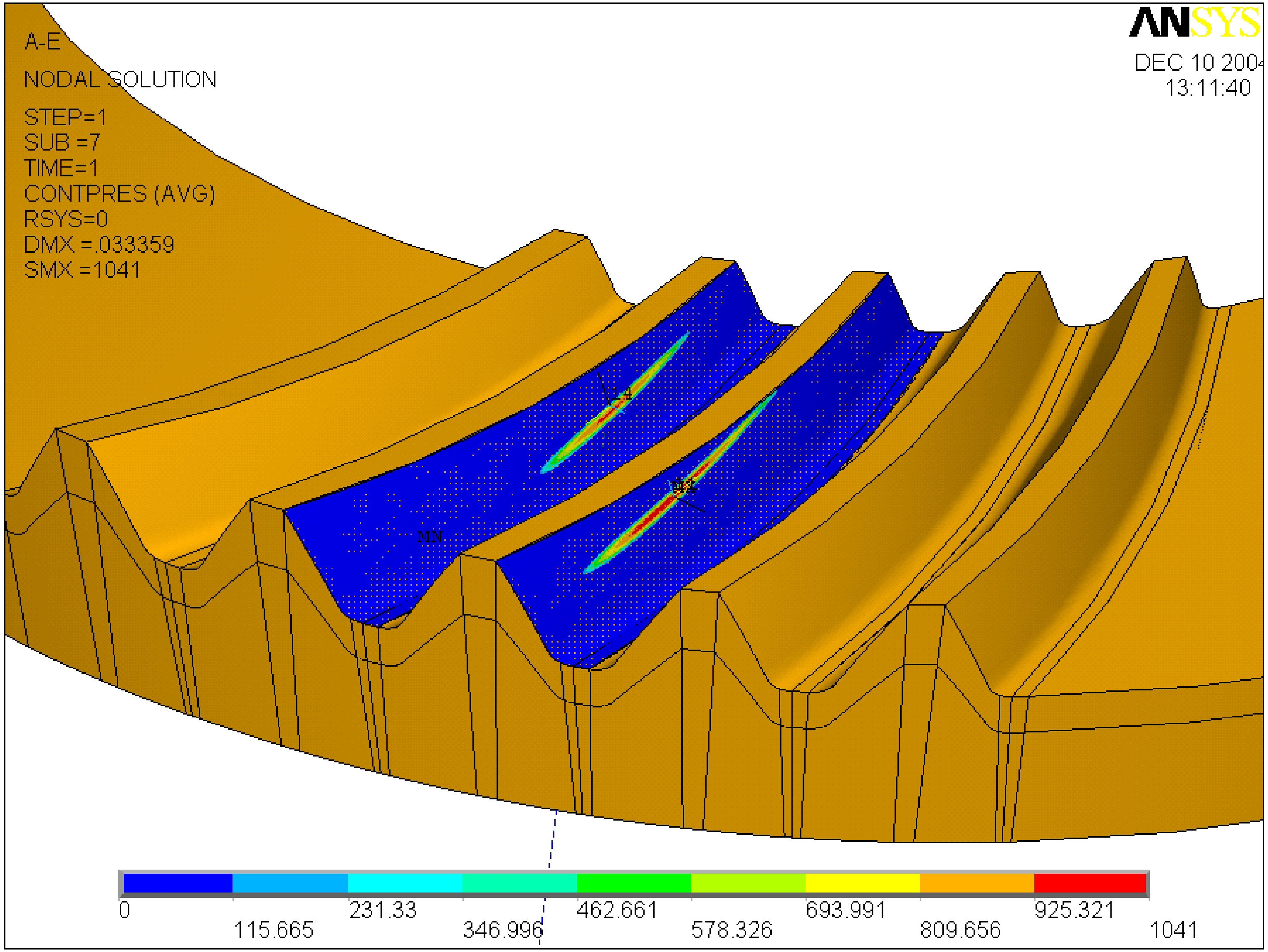
Scelta del solver e di altre opzioni

- ❑ Solver scelto: *Preconditioned Conjugate Gradient* (PCG), con tolleranza di default (comando EQSLV,PCG,1.0E-8,2)
- ❑ Vantaggi rispetto allo Sparse Direct Solver (default) e ad altri solver:
  - ✓ più veloce in pb. di analisi strutturale
  - ✓ buon precondizionatore
  - ✓ in presenza di elementi SOLID92 (nostro caso), congiuntamente al comando MSAVE,ON*,* consente risparmi fino al 70% sulla memoria fisica richiesta.
- ❑ Comando SOLCONTROL,ON: auto time stepping diventa sensibile a cambiamenti repentini dello stato di contatto degli elementi
- ❑ Comandi /CONFIG,NOELDB,1 e /CONFIG,NORSTGM,1: consentono di risparmiare sulla memoria richiesta evitando una doppia scrittura di dati
- ❑ Comando RESCONTROL,,ALL,1,2: impone la scrittura di files *.Rnnn,* necessari per un multiframe restart in caso di crash del programma o del sistema, per ciascun loadstep ogni 2 substeps
- ❑ Comando NSUBST,15: fa sì che il valore di carico adottato nel primo substep sia 1/15 del totale

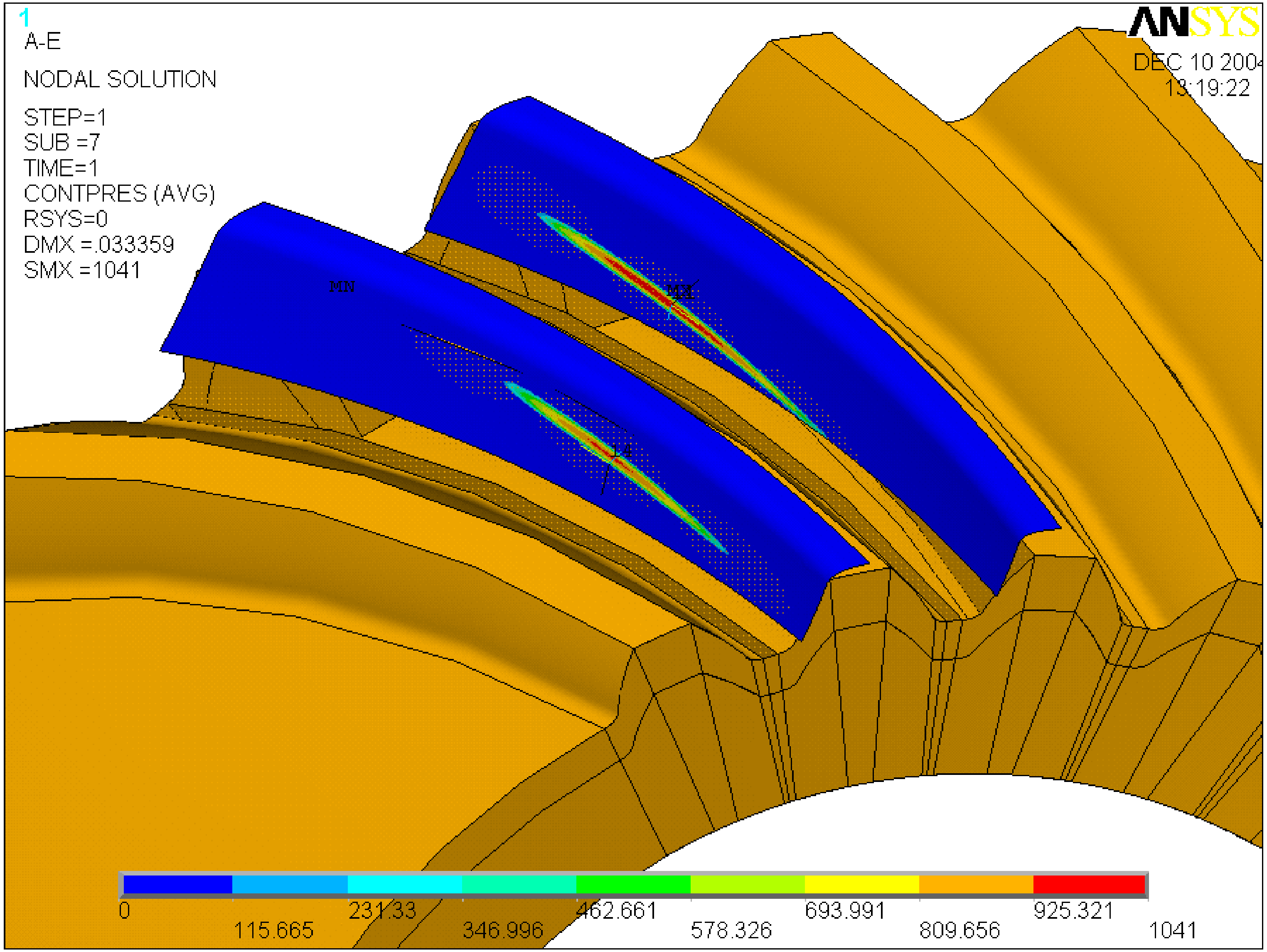
Pressioni di contatto rilevate dai CONTA174



Pressioni di contatto rilevate dai CONTA174 sulla corona



Pressioni di contatto rilevate dai CONTA174 sul pignone



Confronto press. contatto dai CONTA174 e da teoria di Hertz

• In prima approssimazione si adotta la teoria di Hertz per avere un termine di paragone con cui confrontare i risultati numerici ottenuti

• La forza totale agente sul singolo dente è calcolabile in Ansys:

- ➢ scegliendo il sistema di riferimento locale d'interesse (la forza totale agente è diretta essenzialmente lungo l'asse locale z, orientato come la normale locale nel c.c.p.):

  RSYS,*i*

- ➢ facendo calcolare al programma la forza totale agente sui CONTA174 d'interesse (quelli appartenenti alla coppia di denti su cui agisce la pressione di contatto massima), secondo gli assi del sistema di riferimento locale:

  FSUM,RSYS,CONT

• Con tale valore di forza si entra nel codice DIMNP, che provvede al calcolo della pressione Hertziana

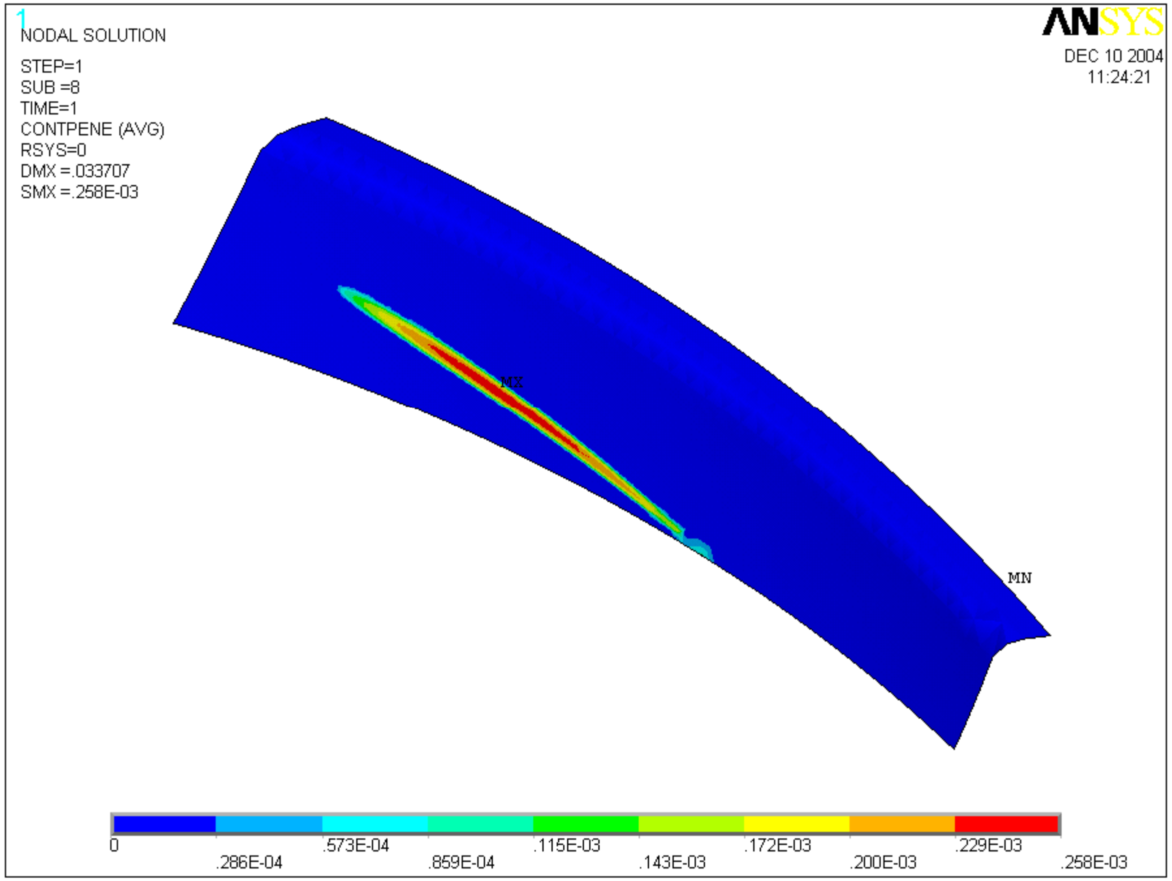
• Nel caso in esame:

$$p_{max} = 1041 \text{ MPa}, \qquad p_{Hertz} = 1034 \text{ MPa}$$

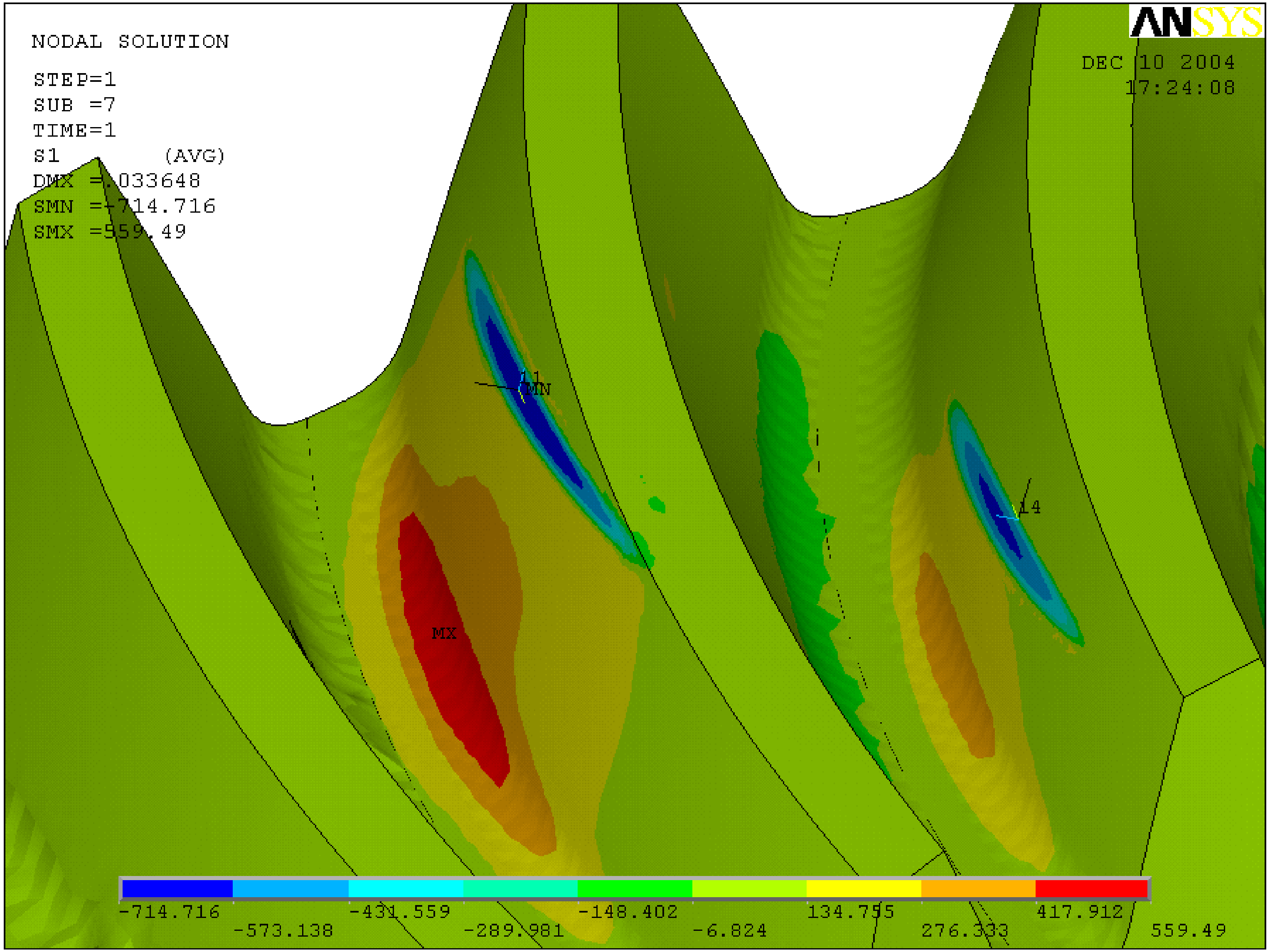
Pertanto **l'errore relativo è pari a 0,67%**.

Compenetrazione fra elementi CONTA174 e TARGE170

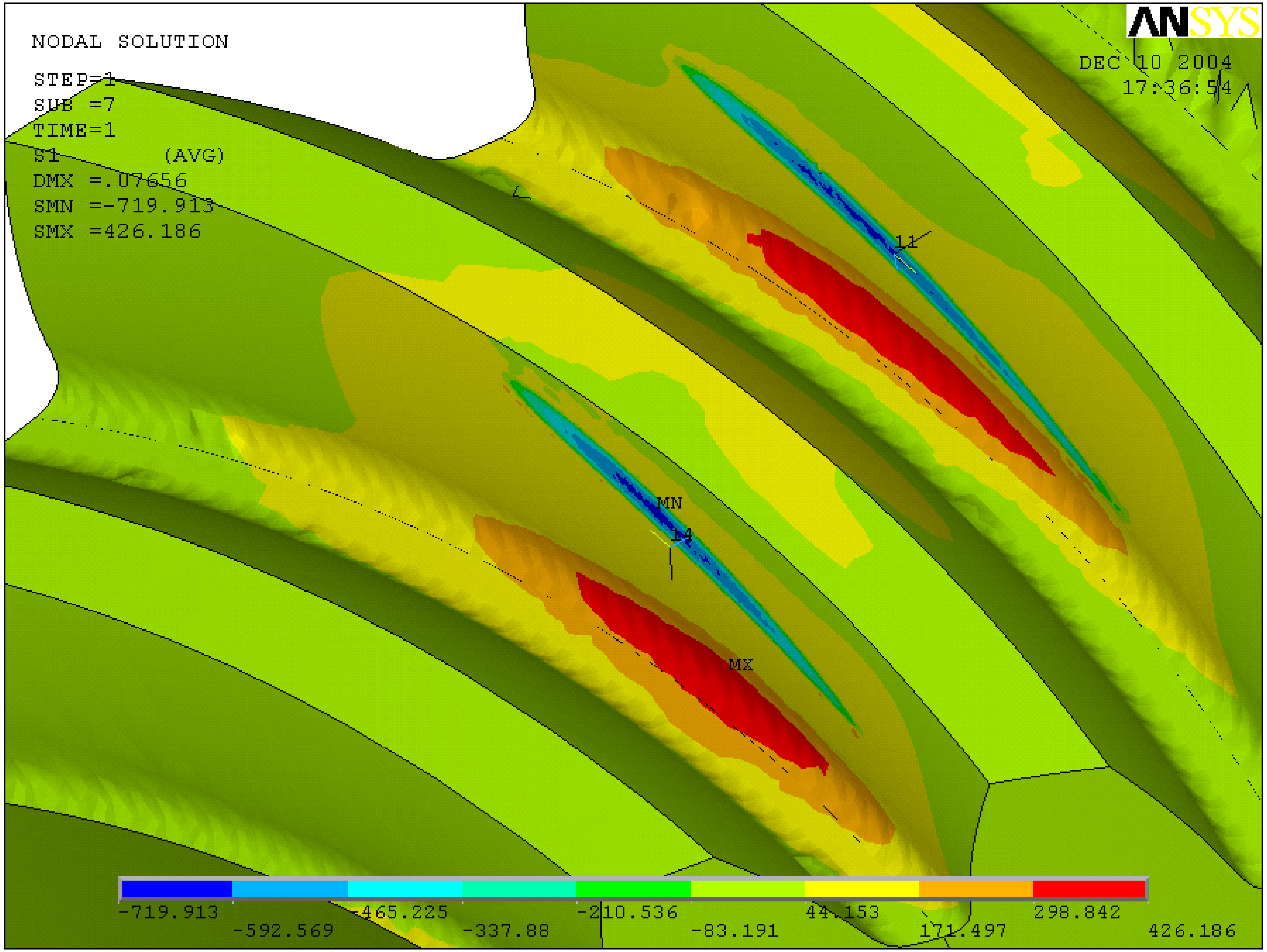
- Nella realtà, due corpi a contatto non possono compenetrarsi tra loro
- Nell'ambito dell'analisi ad elementi finiti, il vincolo di incompenetrabilità non può essere soddisfatto a causa della natura stessa degli algoritmi di contatto: le superfici contact/target dei corpi in contatto avranno *sempre*, a convergenza, una certa compenetrazione
- I risultati saranno teoricamente tanto più accurati quanto minore risulterà l'entità di tale compenetrazione. Nel modello in esame il suo valore max e' 0.258 μm.



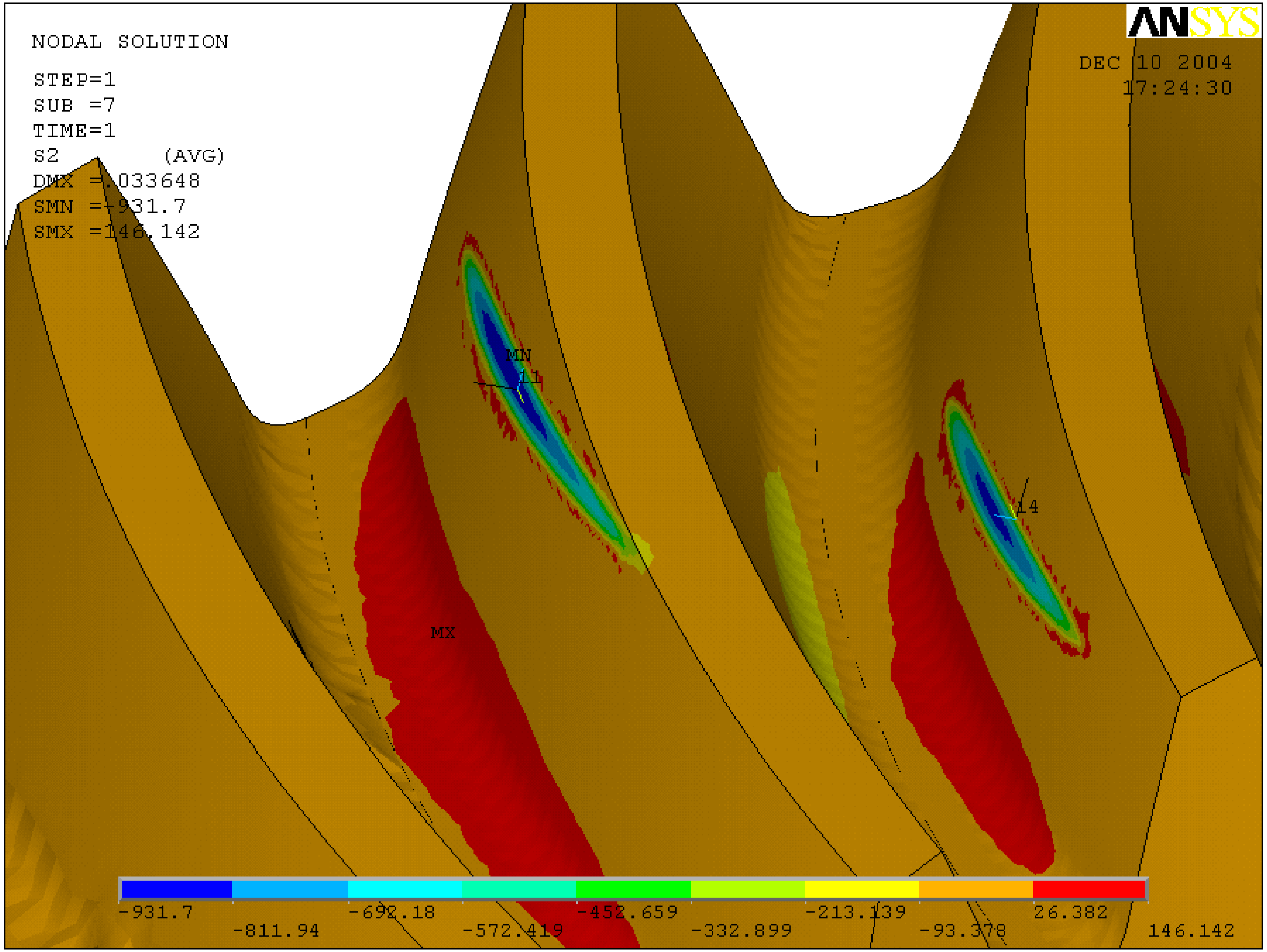
Tensione principale S1 sui denti corona



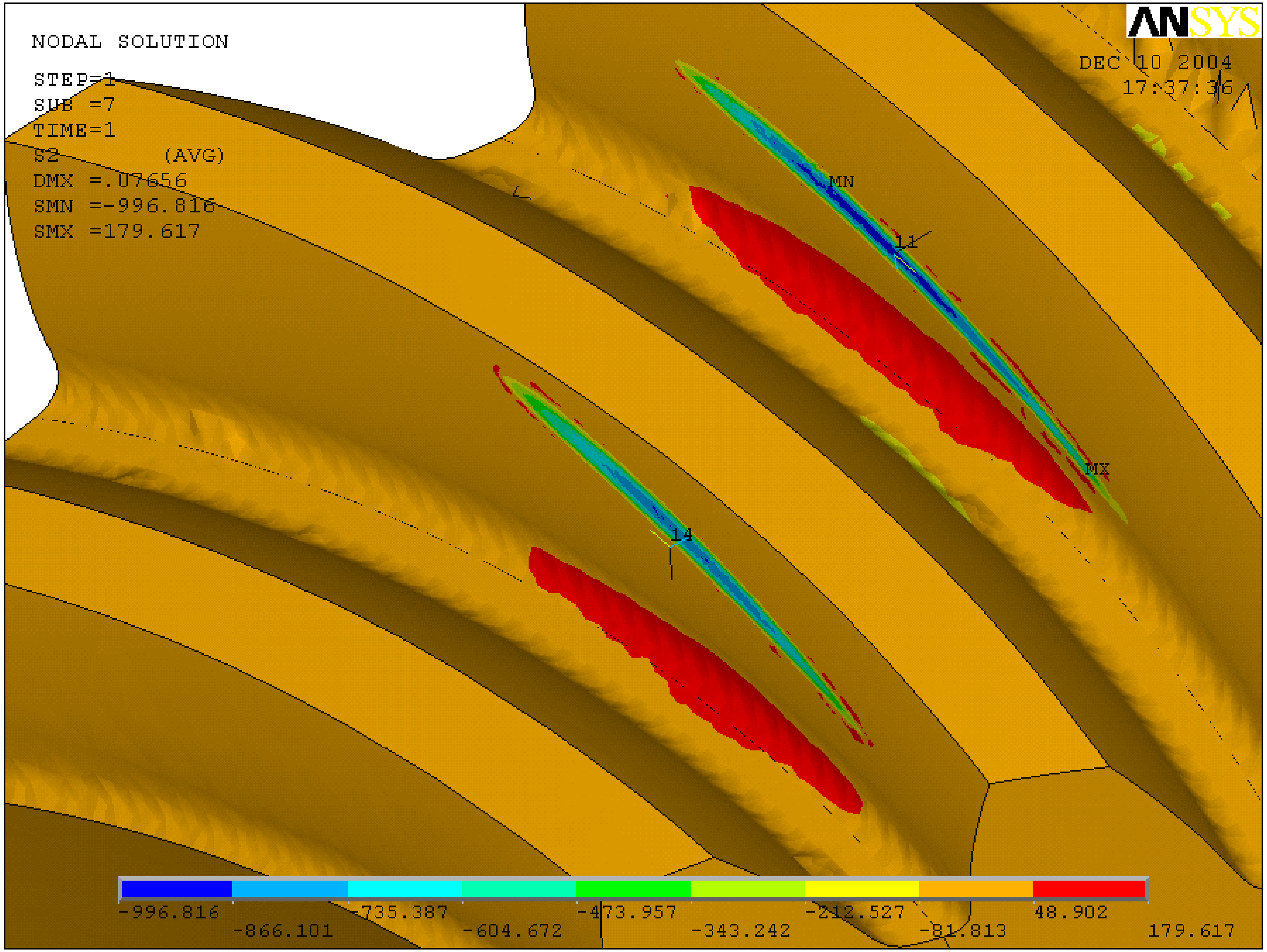
Tensione principale S1 sui denti pignone



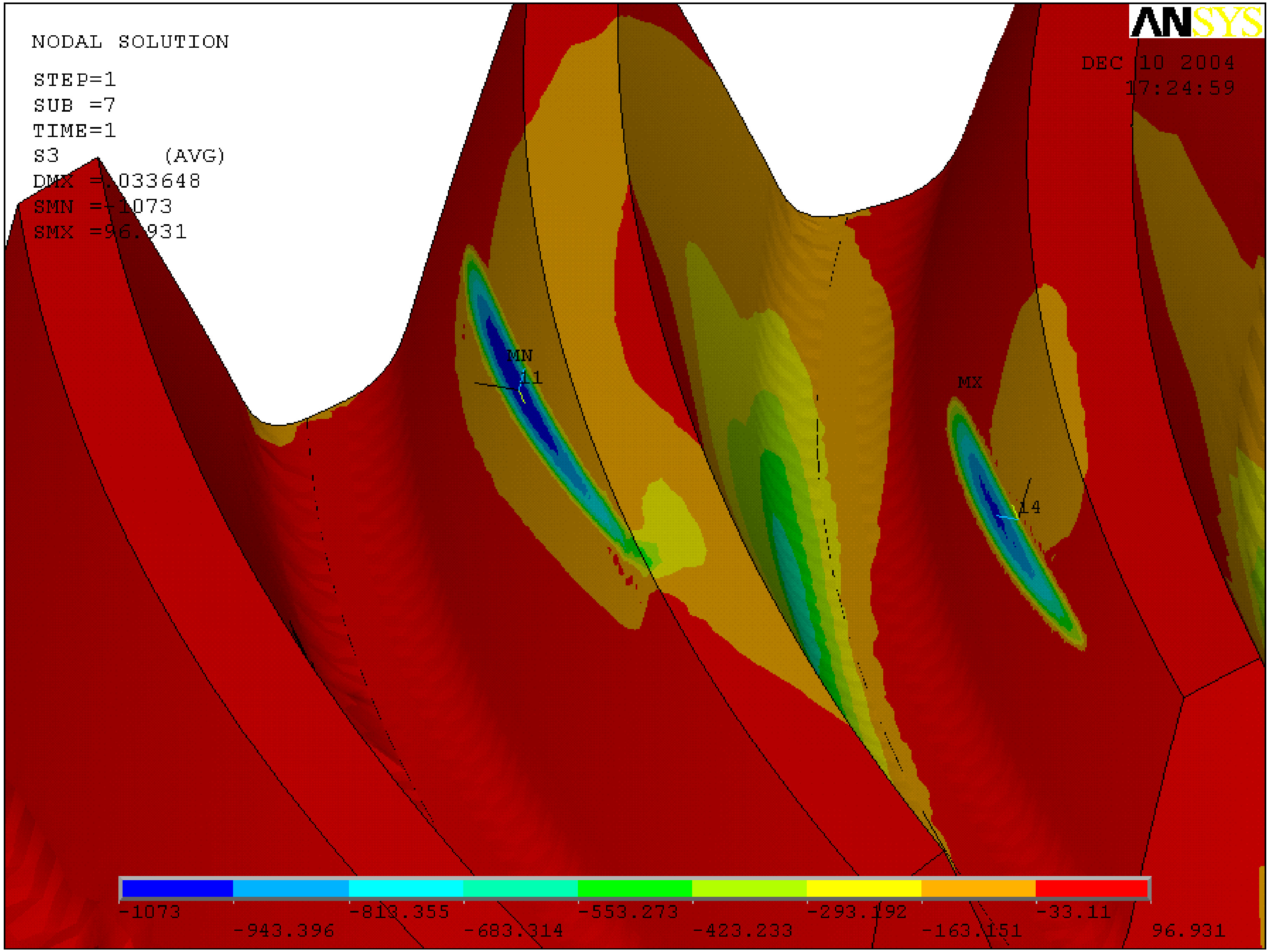
Tensione principale S2 sui denti corona



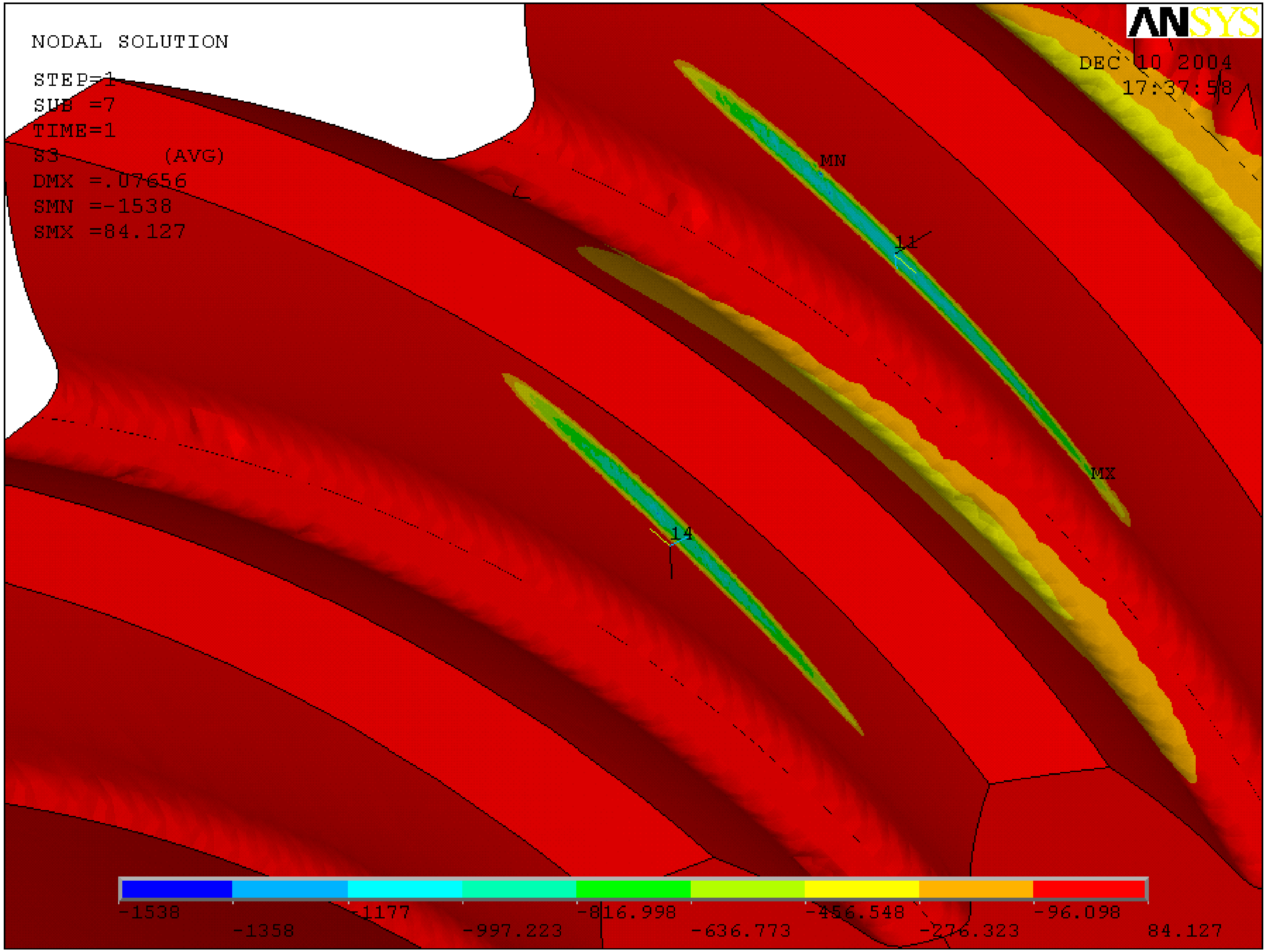
Tensione principale S2 sui denti pignone



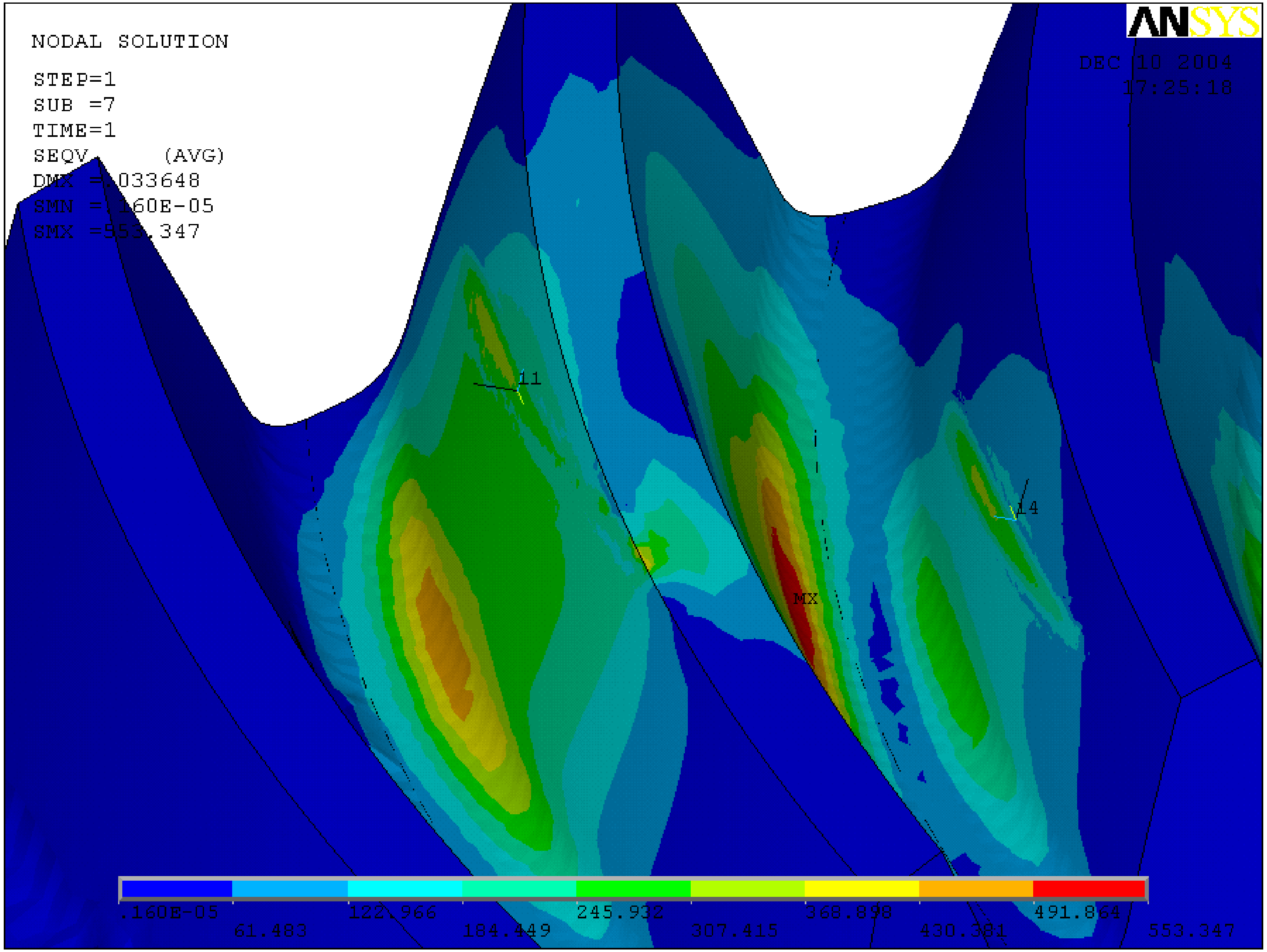
Tensione principale S3 sui denti corona



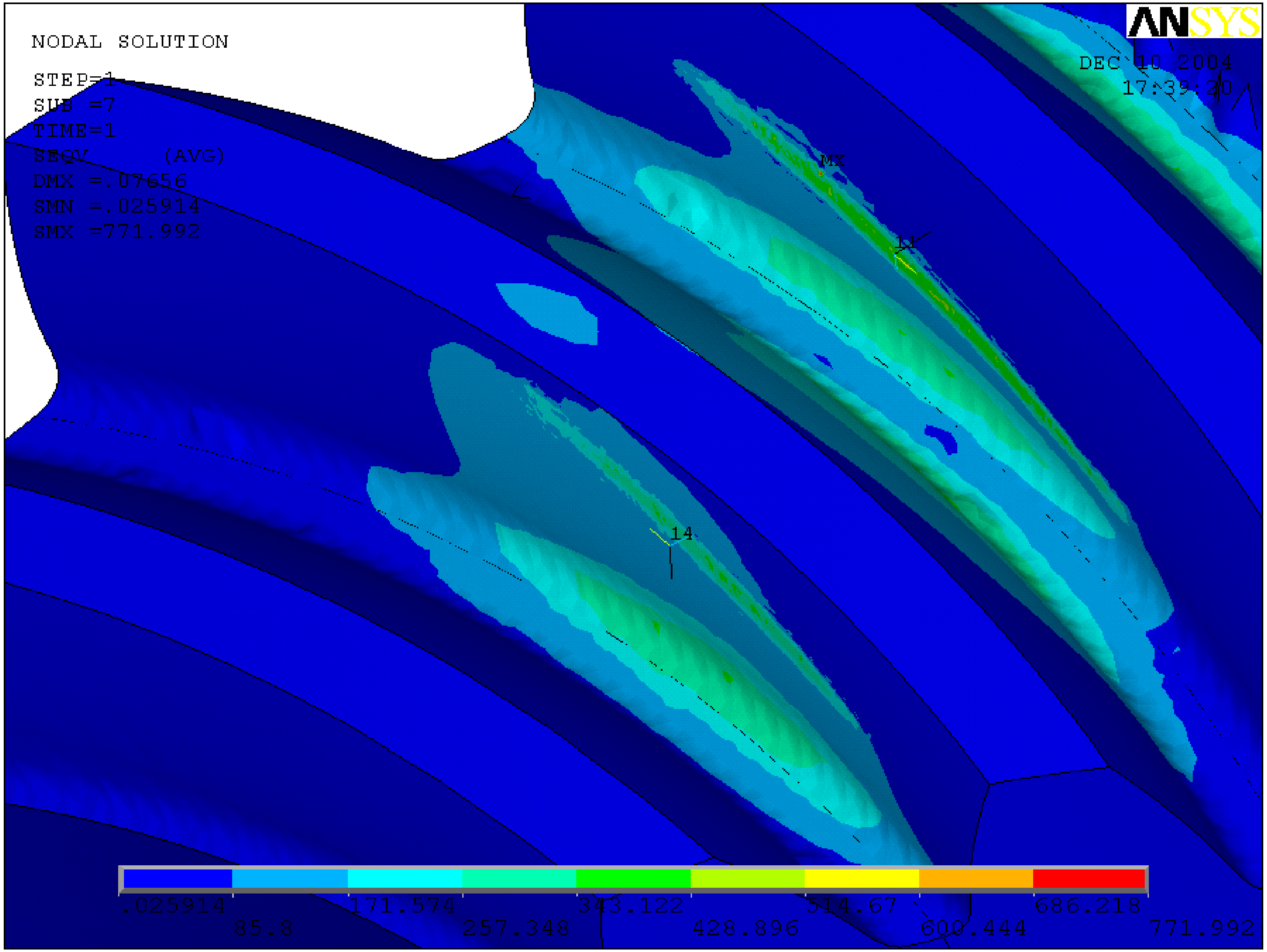
Tensione principale S3 sui denti pignone



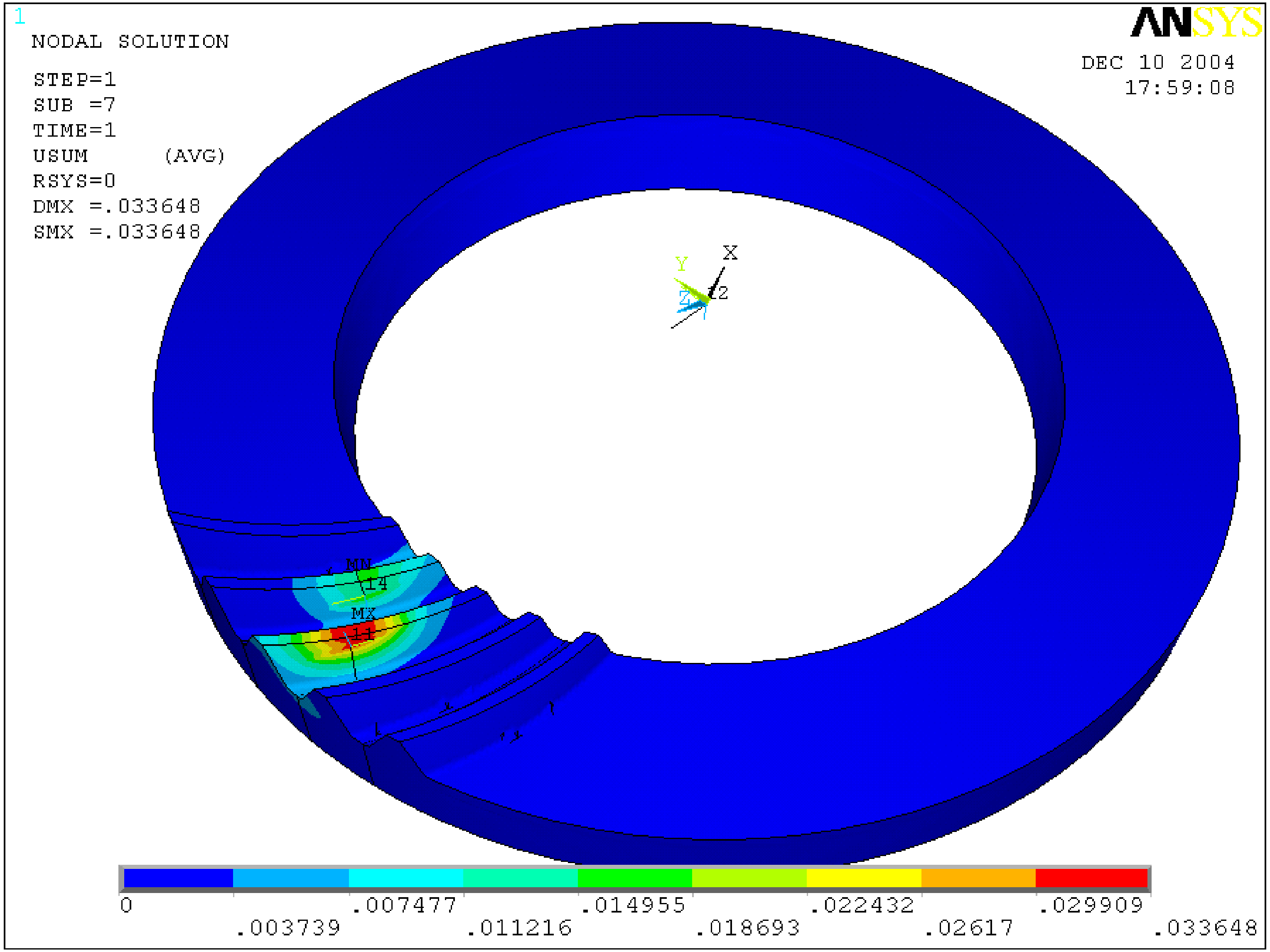
Tensione eq. secondo Von Mises sui denti corona



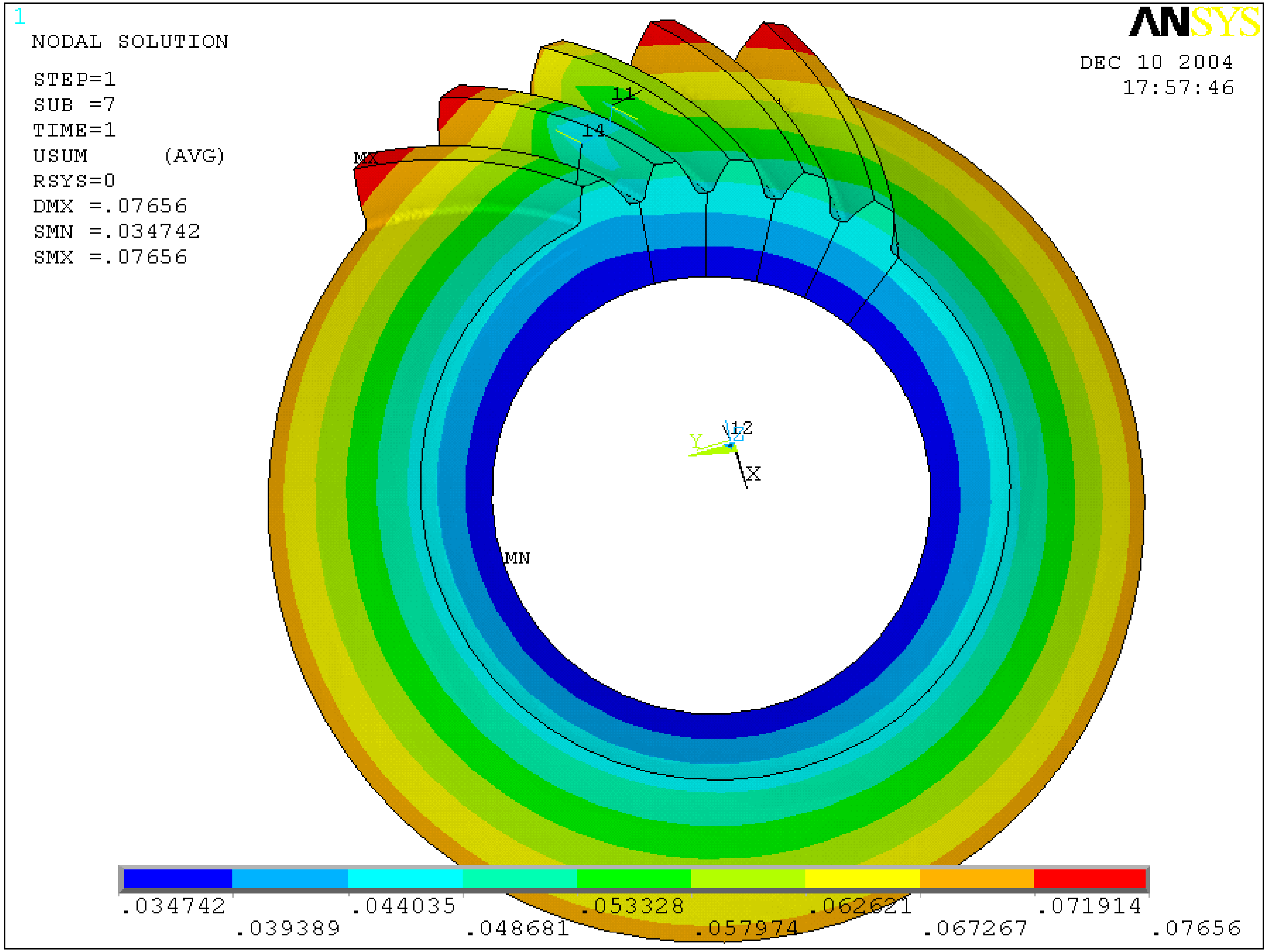
Tensione eq. secondo Von Mises sui denti pignone



Spostamento totale nodi modello corona

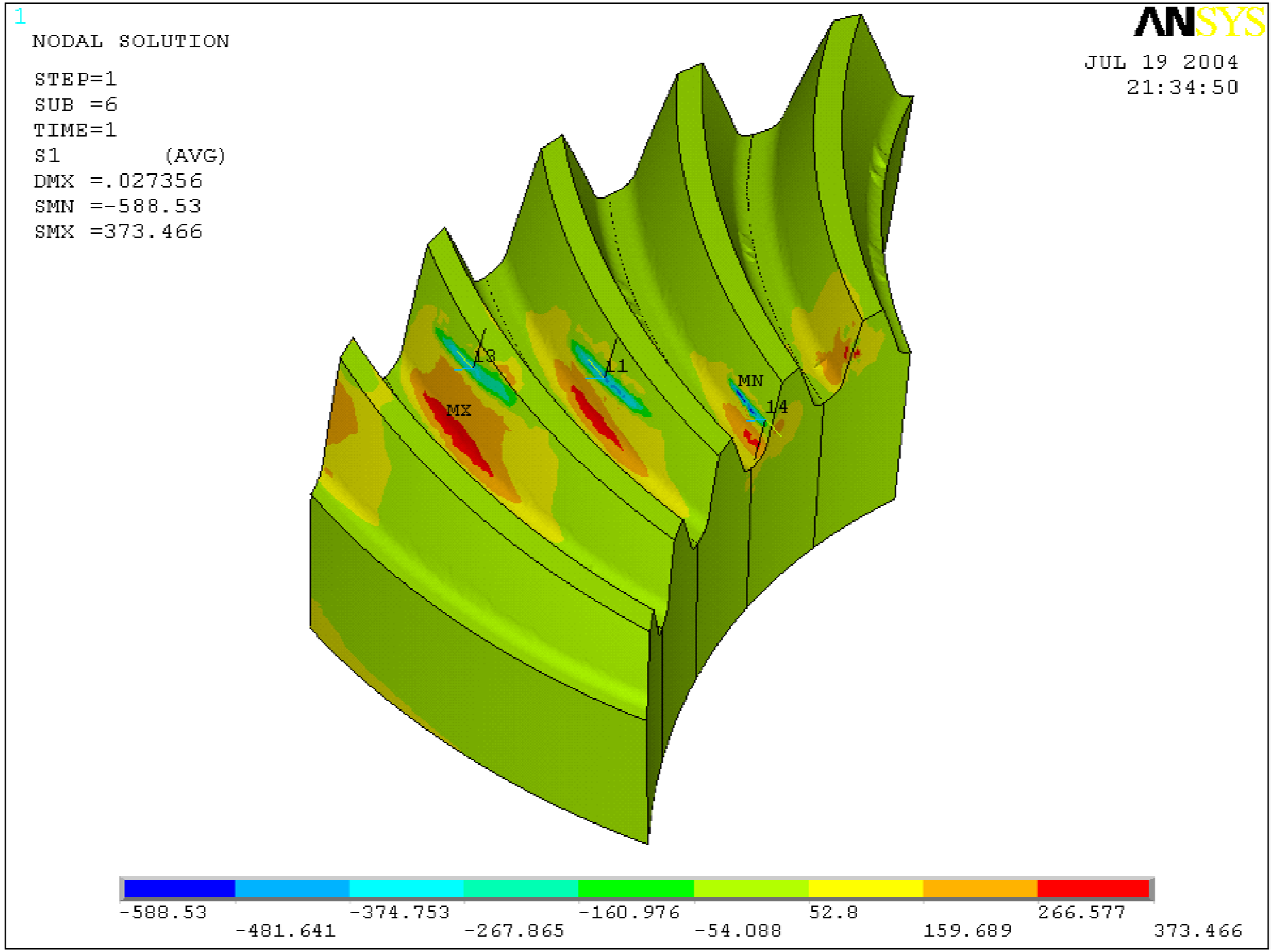


Spostamento totale nodi modello pignone



<u>Oss</u>. La *rotazione* del pilot node coincide con l'errore di trasmissione dovuto alla deformabilità dei denti.

Animazione dell’evoluzione del contatto



Conclusioni

- Formulazione alternativa di tutti gli aspetti della “theory of gearing”
- Validazione dell’approccio proposto con applicazione ad un caso reale
- Capacita’ di modellare geometricamente di qualsiasi tipo di ingranaggio
- Capacita’ di effettuare analisi di contatto avanzate su qualsiasi tipo di ingranaggio
- Forte interesse a collaborare con industria del settore su argomenti di ricerca

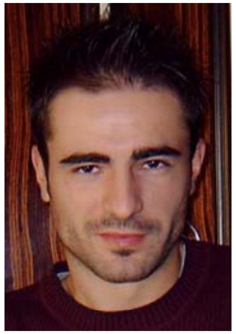
Sviluppi futuri

- Modellazione del processo face-hobbing per il taglio di ruote ipoidi (tiroc. Samuele Rovai)
- Sintesi dei moti macchina utensile (Gleason UMCULTIMA) per ottimizzare il contatto, funzione di trasmissione, diminuire rumore, aumentare robustezza
- Sviluppo di modelli dinamici non lineari sia analitici che numerici
- Validazione dei modelli con test sperimentali
- Argomenti di ricerca da stabilire con futuri partner aziendali

Componenti del gruppo di ricerca

Prof. Ing. Massimo Guiggiani

Ing. Francesca Di Puccio



Ing. Alessio Artoni

Grazie per la cortese attenzione…

…domande?