

UNIVERSITA' DI PISA
Centro Interdipartimentale di Ricerca E. PIAGGIO
FACOLTA' DI INGEGNERIA
Corso di Laurea in Ingegneria dell'Automazione

Identificazione dei parametri del modello monotraccia di un veicolo automobilistico

Robotica II

Docente supervisore

Prof. Ing. Antonio Bicchi

Supervisore

Ing. Giorgio Grioli

Studenti

Davide De Carli

Marco Fredianelli

Anno Accademico 2007/2008

Indice

1	Introduzione	5
2	Modello monotraccia lineare	7
3	Studio dell'osservabilità	10
4	Identificazione dei parametri: Filtro di Kalman Esteso	13
5	Simulazioni e confronti	15
6	Bibliografia	28

Elenco delle figure

2.1	Definizione delle grandezze considerate nel modello	7
2.2	Modello monotraccia del veicolo	8
5.1	Schema Simulink utilizzato per l'identificazione	15
5.2	Schema Simulink del filtro di Kalman esteso	16
5.3	Traiettoria e velocità del baricentro del veicolo durante lo <i>steering pad</i>	17
5.4	Convergenza del parametro stimato C1 (nero) al riferimento (verde)	18
5.5	Convergenza del parametro stimato C2 (nero) al riferimento (verde)	18
5.6	Convergenza del parametro stimato a1 (blu) al riferimento (rosso)	19
5.7	Convergenza del parametro stimato a2 (blu) al riferimento (rosso)	19
5.8	Errore sulla stima di v e di r	20
5.9	Confronto convergenza C_1 e C_2 al variare di Q	21
5.10	Confronto convergenza a_1 e a_2 al variare di Q	21
5.11	Errore sulla stima delle uscite v e r al variare di Q	22
5.12	Confronto convergenza C_1 e C_2 al variare di u	23
5.13	Confronto convergenza a_1 e a_2 al variare di u	24
5.14	Confronto convergenza C_1 e C_2 al variare di δ_v	25
5.15	Confronto convergenza a_1 e a_2 al variare di δ_v	25
5.16	Convergenza dei parametri stimati C1 e C2 (nero) ai riferimenti (verde)	25
5.17	Convergenza dei parametri stimati a1 e a2 (blu) ai riferimenti (rosso)	26
5.18	Errore sulla stima di v e di r	26
5.19	Convergenza delle stime ai riferimenti per un veicolo sovrasterzante	27

Capitolo 1

Introduzione

Il comportamento direzionale di un veicolo automobilistico è fortemente influenzato da numerosi parametri. Inizialmente si potrebbe pensare di creare un modello molto accurato del sistema, al fine di descrivere quasi tutti i fenomeni dinamici che intervengono durante il moto del veicolo stesso. Modelli di questo genere sono estremamente complicati, sia nella formulazione matematica che nella interpretazione dei risultati; inoltre coinvolgono molti parametri difficili da rilevare con precisione e questo fatto può compromettere l'accuratezza del modello.

Lo studio dell'*handling*, sulla base di queste considerazioni, è generalmente affrontato considerando modelli matematici semplici, ma che permettano di descrivere gli aspetti salienti del moto, anche se in particolari condizioni di impiego.

L'obiettivo di questo lavoro è identificare i parametri caratteristici del modello monotraccia lineare, descritto nel capitolo 2.

Nel capitolo 3 il problema di identificazione è ricondotto ad un problema di osservabilità di un sistema non lineare.

Poste le condizioni necessarie per garantire l'identificabilità dei parametri, nel capitolo 4 si implementa un osservatore dello stato nella forma del filtro di Kalman esteso (EKF), considerando un vettore di stato in cui siano presenti i parametri da stimare.

Infine nel capitolo 5 sono presentati i risultati ottenuti nelle simulazioni effettuate adoperando Matlab-Simulink. L'identificazione è realizzata considerando un moto in condizioni stazionarie in cui l'angolo di sterzo e la velocità longitudinale sono

costanti nel tempo; in questo caso il veicolo si stabilizza su un percorso circolare. Questo tipo di manovra stazionaria è largamente diffuso nella pratica dei tests del settore automobilistico ed è noto come *steering pad*.

Capitolo 2

Modello monotraccia lineare

Il modello monotraccia considerato si basa su delle ipotesi semplificative relative alle condizioni di impiego del veicolo; tali ipotesi, pur limitando al minimo i gradi di libertà del veicolo, permettono di descriverne il comportamento dinamico.

La prima ipotesi considerata è relativa al piano geometrico su cui si muove il veico-

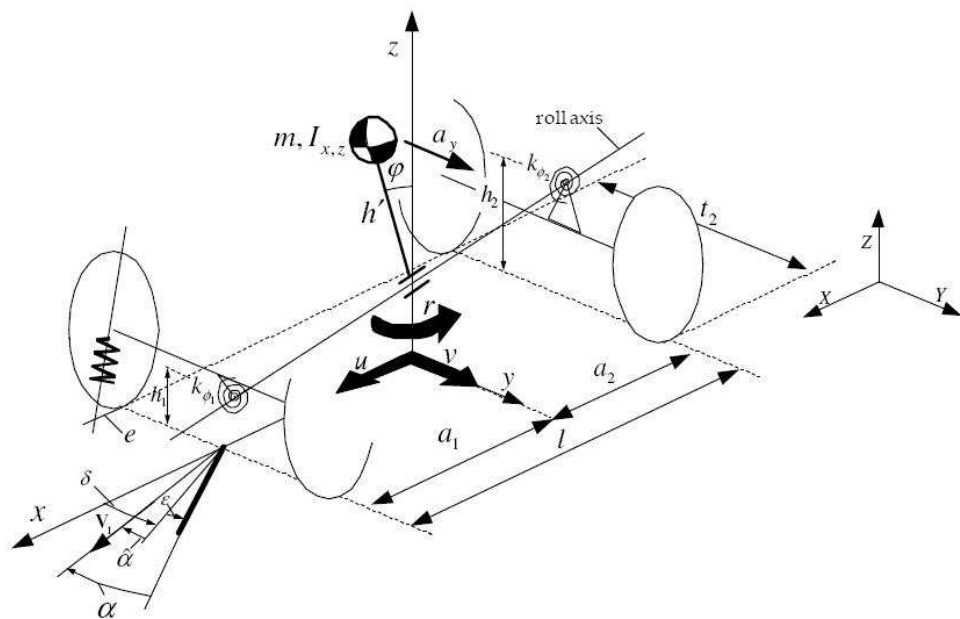


Figura 2.1: Definizione delle grandezze considerate nel modello

lo, che si suppone essere una strada piana e orizzontale. Essendo interessati al solo comportamento direzionale, si può inoltre assumere di evitare repentine frenature e accelerazioni, ovvero si considera una velocità di avanzamento u in prima approssi-

mazione costante.

Inoltre si trascurano le azioni inerziali dovute al rollo. Ciò equivale a percorrere curve ad ampio raggio e a velocità non troppo elevata. Le ipotesi relative alla velocità di avanzamento e al piano di moto permettono di trascurare i movimenti di scuotimento e beccheggio della cassa.

L'ipotesi di effettuare curve ad ampio raggio si concilia con l'ulteriore supposizione di considerare piccoli angoli di sterzo δ delle ruote. In questo caso gli angoli di assetto delle ruote appartenenti al medesimo assale sono quasi uguali e dunque è possibile adoperare il modello monotraccia rappresentato in figura 2.2. La presenza

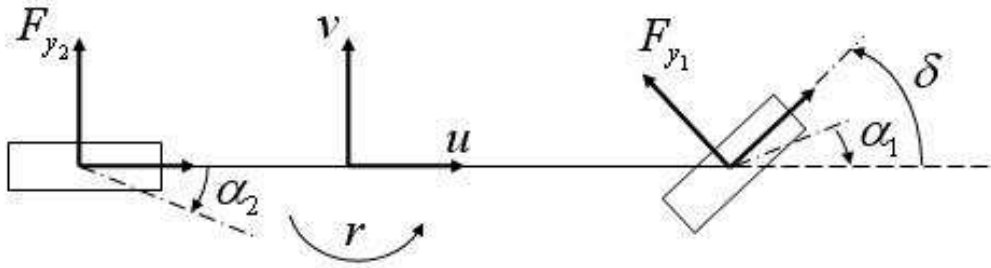


Figura 2.2: Modello monotraccia del veicolo

degli angoli di deriva α_1 e α_2 , rappresentati in figura 2.2, implica che le ruote non costituiscano un vincolo anolonomo per il veicolo, ovvero non impongono la direzione delle velocità dei centri delle ruote stesse.

Il modello monotraccia classico considera un veicolo a trazione posteriore con sterzata solamente sulle ruote anteriori. In questo modo, trascurando le perdite per rotolamento e la cedevolezza elastica della trasmissione dello sterzo, si perviene alla forma più semplice delle equazioni di equilibrio.

$$\begin{aligned} m(\dot{v} + ur) &= F_{y1} + F_{y2} \\ J\dot{r} &= F_{y1}a_1 - F_{y2}a_2 \end{aligned} \quad (2.1)$$

dove con F_{y_i} sono state indicate le forze laterali anteriore e posteriore, a_1 e a_2 sono rispettivamente il semipasso anteriore e posteriore, m è la massa del veicolo e J è il momento d'inerzia del veicolo definito rispetto all'asse verticale z .

Il sistema dinamico è dunque governato da due equazioni differenziali nella velocità laterale $v(t)$ e nella velocità di imbardata $r(t)$.

Le equazioni di congruenza che legano gli angoli di deriva α_i all'angolo di sterzo del volante δ_v e alle velocità v e r sono:

$$\begin{aligned}\alpha_1 &= \tau \delta_v - \frac{v + ra_1}{u} \\ \alpha_2 &= -\frac{v - ra_2}{u}\end{aligned}\tag{2.2}$$

A queste ultime sono affiancate le equazioni costitutive relative al modello linearizzato di ciascun assale.

$$\begin{aligned}F_{y_1} &= C_1 \alpha_1 \\ F_{y_2} &= C_2 \alpha_2\end{aligned}\tag{2.3}$$

dove con $C_i = 2 C_{\alpha_{i1}}^0 = 2 C_{\alpha_{i2}}^0$ sono state indicate le rigidezze di deriva degli assali, pari al doppio della rigidezza di deriva della singola ruota sottoposta a carico statico. L'utilizzo del modello lineare negli angoli di deriva per i pneumatici è giustificato dal fatto che si considerano manovre che comportino piccoli angoli di deriva.

Introducendo le equazioni di congruenza 2.2 nei legami costitutivi 2.3 e sostituendo le espressioni così ottenute nelle due equazioni di equilibrio 2.1, si ha il seguente sistema di due equazioni differenziali del primo ordine, non omogeneo, che descrive completamente il modello di veicolo considerato:

$$\begin{cases} \dot{v} &= -\left(\frac{C_1+C_2}{mu}\right) v - \left(\frac{C_1a_1-C_2a_2}{mu} + u\right) r + \frac{C_1}{m}\tau\delta_v \\ \dot{r} &= -\left(\frac{C_1a_1-C_2a_2}{Ju}\right) v - \left(\frac{C_1a_1^2+C_2a_2^2}{Ju}\right) r + \frac{C_1a_1}{J}\tau\delta_v \end{cases}\tag{2.4}$$

Introducendo la notazione matriciale, il sistema 2.5 di due equazioni differenziali diventa

$$\dot{w} = Aw + b\delta_v\tag{2.5}$$

dove $w(t) = (v(t), r(t))$ rappresenta il vettore delle variabili di stato.

Capitolo 3

Studio dell'osservabilità

Il modello monotraccia lineare definito mediante le equazioni 2.5 è caratterizzato da quattro parametri la cui stima risulta essere non banale: i due semipassi a_1 e a_2 che definiscono la posizione del baricentro del veicolo e le rigidzze di deriva degli assali C_i .

Utilizzando un vettore di stato in cui compaiano tali parametri da stimare, è possibile ricondurre l'identificazione dei semipassi e delle rigidzze di deriva ad un problema di osservabilità del sistema non lineare ottenuto.

Costruendo il vettore di stato

$$x(t) = \begin{pmatrix} v(t) \\ r(t) \\ C_1 \\ C_2 \\ a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

si ottiene il sistema non lineare

$$\begin{cases} \dot{x}_1 &= -\left(\frac{x_3+x_4}{mu}\right) x_1 - \left(\frac{x_3x_5-x_4x_6}{mu} + u\right) x_2 + \frac{x_3}{m}\tau\delta_v \\ \dot{x}_2 &= -\left(\frac{x_3x_5-x_4x_6}{Ju}\right) x_1 - \left(\frac{x_3x_5^2+x_4x_6^2}{Ju}\right) x_2 + \frac{x_3x_5}{J}\tau\delta_v \\ \dot{x}_3 &= 0 \\ \dot{x}_4 &= 0 \\ \dot{x}_5 &= 0 \\ \dot{x}_6 &= 0 \end{cases} \quad (3.2)$$

dove l'ingresso è l'angolo di sterzo δ_v .

Le uscite misurate dai sensori sono $y(x) = h(x) = (v(t), r(t)) = (x_1, x_2)$. Il sistema ottenuto può essere facilmente ricondotto alla forma affine nel controllo:

$$\begin{cases} \dot{x} &= f(x) + g(x) \delta_v \\ y(x) &= \begin{pmatrix} h_1(x) \\ h_2(x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \end{cases} \quad (3.3)$$

dove

$$f(x) = \begin{pmatrix} -\frac{1}{mu} [(x_3 + x_4)x_1 + (x_3x_5 - x_4x_6 + mu^2)x_2] \\ -\frac{1}{Ju} [(x_3x_5 - x_4x_6)x_1 + (x_3x_5^2 + x_4x_6^2)x_2] \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.4)$$

$$g(x) = \begin{pmatrix} -\frac{x_3\tau}{m} \\ -\frac{x_3x_5\tau}{J} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

La locale osservabilità del sistema non lineare è verificata studiando il rango della matrice costituita dai vettori che rappresentano una qualsiasi base della

codistribuzione di osservabilità $d\mathcal{O}$. Tale codistribuzione è definita come

$$\begin{aligned} d\mathcal{O} &= \text{span} \left\{ \frac{\partial h_1}{\partial x}, \dots, \frac{\partial h_p}{\partial x}, \frac{\partial L_f h}{\partial x}, \frac{\partial L_g h}{\partial x}, \dots \right\} = \\ &= \text{span} \{ dh_1, dh_2, dL_f h_1, dL_f h_2, dL_g h_1, dL_g h_2 \} \end{aligned} \quad (3.6)$$

dove, riferendosi al modello 3.3, si possono scrivere

$$\begin{aligned} h_1(x) &= x_1 \\ h_2(x) &= x_2 \\ L_f h_1 &= \frac{\partial h_1}{\partial x} f(x) = - \frac{x_1(x_3 + x_4) + x_2(mu^2 + x_3 x_5 - x_4 x_6)}{m u} \\ L_f h_2 &= \frac{\partial h_2}{\partial x} f(x) = - \frac{x_1(x_3 x_5 - x_4 x_6) + x_2(x_3 x_5^2 + x_4 x_6^2)}{J u} \\ L_g h_1 &= \frac{\partial h_1}{\partial x} g(x) = \frac{\tau x_3}{m} \\ L_g h_2 &= \frac{\partial h_2}{\partial x} g(x) = \frac{\tau x_3 x_5}{J} \end{aligned} \quad (3.7)$$

A questo punto si costruisce la matrice O^* giustappoendo i vettori ottenuti considerando le relazioni 3.6 e 3.7:

$$O^* = [dh_1 \quad dh_2 \quad dL_f h_1 \quad dL_f h_2 \quad dL_g h_1 \quad dL_g h_2] \in \mathbb{R}^{6 \times 6}. \quad (3.8)$$

Il determinante di O^* che si ottiene è:

$$\det O^* = \frac{\tau^2 x_3 x_4 (x_1 - x_2 x_6)^2}{J^2 m^2 u^2} \quad (3.9)$$

Dunque il sistema non lineare è localmente localmente osservabile se è rispettata la condizione per cui il rango di O^* risulta massimo; in questo caso si ha

$$\text{rank } O^* = 6 \quad \forall x \in \mathbb{R}^6 : x_1 \neq x_2 x_6 \quad (3.10)$$

e quindi i parametri da stimare risultano essere identificabili qualora sia $v \neq a_2 r$, condizione non verificata nel caso in cui l'angolo di deriva posteriore α_2 sia nullo.

La prova sperimentale adoperata per l'identificazione dei parametri è la manovra di *steering pad*, la quale pone il veicolo in una condizione stazionaria che garantisce la locale locale osservabilità del sistema.

Capitolo 4

Identificazione dei parametri:

Filtro di Kalman Esteso

Il problema dell'identificazione dei parametri del modello monotraccia considerato è risolto considerando un filtro di Kalman Esteso (Extended Kalman Filter), cioè un osservatore dello stato sub-ottimo largamente utilizzato per l'identificazione di sistemi non lineari. Tale filtro permette di stimare lo stato di un sistema con una incertezza sulla dinamica partendo da misure affette da rumore.

Il concetto sul quale si basa l'EKF è quello di linearizzare il sistema attorno alla traiettoria dello stato stimato e aggiornare la stima applicando il filtro di Kalman per sistemi lineari. Quest'ultimo è un processo che considera due fasi: la correzione e la predizione.

La fase di correzione (*Measurement update*) esegue l'aggiornamento della stima sulla base delle nuove informazioni ottenute dalle misure dei sensori; nella fase di predizione (*Time update*) la stima dello stato \hat{x} e la matrice di covarianza associata all'incertezza della stima P vengono aggiornate all'istante successivo utilizzando rispettivamente la dinamica del sistema fisico considerato e l'equazione di Riccati (4.2). La forma generale del sistema non lineare al quale è possibile applicare il filtro di Kalman è:

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, u) + n_w \\ y = h(x) + n_v \end{cases} \quad (4.1)$$

dove u è l'ingresso, $n_w \sim \mathcal{N}(0, Q)$ e $n_v \sim \mathcal{N}(0, R)$ sono rispettivamente i rumori bianchi agenti sullo stato (rumore di processo) e sulle misure (rumore di misura). Q e R sono le matrici di covarianza di n_w e n_v .

La formulazione del filtro di Kalman esteso per sistemi di tipo tempo-continuo risulta essere quindi:

1) Time update

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}} &= f(\hat{x}, \bar{u}) \\ A &= \left. \frac{\partial f(x, u)}{\partial x} \right|_{x=\hat{x}, u=\bar{u}} \\ \dot{P} &= AP + PA^T + Q\end{aligned}$$

2) Measurement update (4.2)

$$\begin{aligned}C &= \left. \frac{\partial h(x)}{\partial x} \right|_{x=\hat{x}} \\ K &= PC^T (CPC^T + R)^{-1} \\ \hat{x}_K &= \hat{x}_{k-1} + K(y - h(x_{k-1})) \\ P_k &= P_{k-1} - KC P_{k-1}\end{aligned}$$

L'integrazione della $\dot{\hat{x}} = f(\hat{x}, \bar{u})$ e della \dot{P} può essere effettuata adoperando un metodo numerico, quale ad esempio quello di Eulero in avanti; in questo caso, come esposto nel capitolo successivo 5, è stato utilizzato il metodo di Runge-Kutta.

Capitolo 5

Simulazioni e confronti

Il problema di identificazione dei parametri è stata implementata in Matlab-Simulink. Lo schema a blocchi è presentato in figura 5.1. Il blocco arancione della figura 5.1

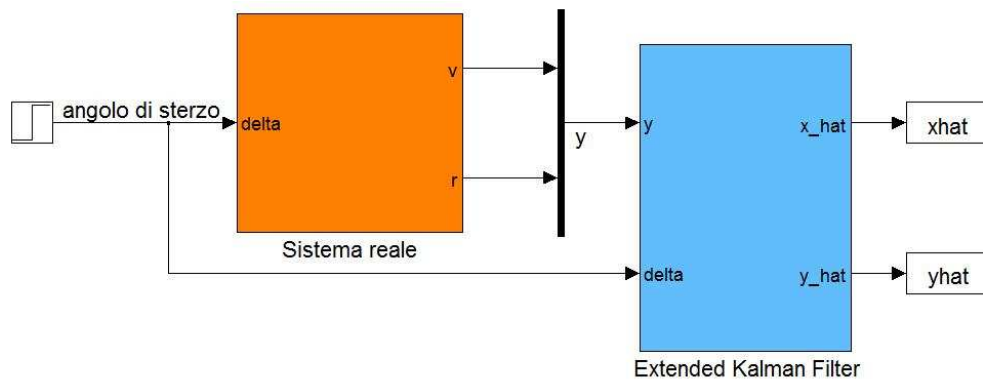


Figura 5.1: Schema Simulink utilizzato per l'identificazione

rappresenta il sistema reale. Al fine di testare l'algoritmo di identificazione a livello di simulazione, tale sistema è stato implementato considerando le seguenti equazioni:

$$\begin{cases} \dot{v} &= -\left(\frac{C_1+C_2}{mu}\right) v - \left(\frac{C_1 a_1 - C_2 a_2}{mu} + u\right) r + \frac{C_1}{m} \tau \delta_v + n_{w_1} \\ \dot{r} &= -\left(\frac{C_1 a_1 - C_2 a_2}{J u}\right) v - \left(\frac{C_1 a_1^2 + C_2 a_2^2}{J u}\right) r + \frac{C_1 a_1}{J} \tau \delta_v + n_{w_2} \\ y_1 &= v + n_{v_1} \\ y_2 &= r + n_{v_2} \end{cases} \quad (5.1)$$

dove ai parametri C_1 , C_2 , a_1 e a_2 sono stati sostituiti i valori numerici di riferimento per l'identificazione.

Il blocco azzurro implementa il filtro di Kalman esteso e lo schema contenuto in tale subsystem è presentato in figura 5.2. Il rettangolo verde evidenzia la fase di *time*

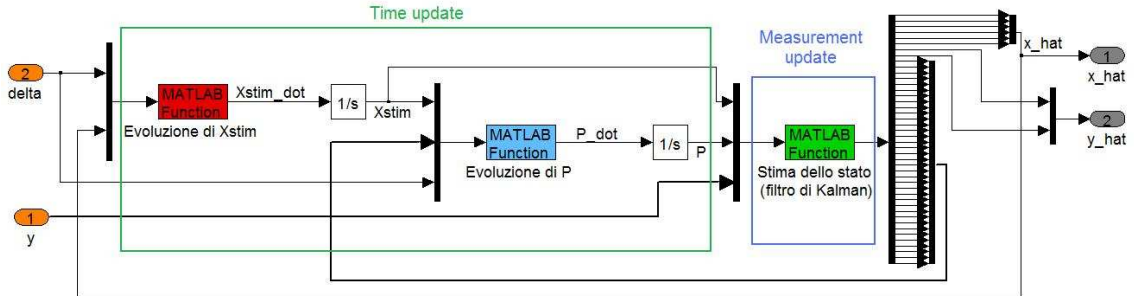


Figura 5.2: Schema Simulink del filtro di Kalman esteso

update in cui la stima dello stato \hat{x} e la sua matrice di covarianza P sono integrate risolvendo le equazioni differenziali riportate in 4.2. In particolare la Matlab function evidenziata in rosso aggiorna lo stato \hat{x} e il blocco celeste implementa l'equazione differenziale di Riccati.

Il rettangolo azzurro evidenzia la fase di *measurement update* e al suo interno è presente il blocco verde che effettua la correzione della stima adoperando le equazioni del filtro di Kalman. Tale funzione Matlab utilizza il sistema tempo-variante ottenuto linearizzando il sistema 3.2 lungo la traiettoria rappresentata dall'andamento di $\hat{x}(t)$.

Le simulazioni sono state eseguite considerando, come già accennato, una manovra largamente utilizzata nello studio della dinamica del veicolo: la prova di *steering pad*. Tale manovra è regolata dalle norme ISO 4138 e ISO 9816, secondo le quali le prove vengono solitamente condotte con traiettorie di raggio almeno superiore ai 30 metri. Per queste simulazioni è stato considerato un veicolo avente le seguenti caratteristiche:

```

%%%%%% Caratteristiche veicolo %%%%%%
m=1000;           %massa [kg]
J=1680;           %inerzia [kg*m^2]
tau=1;            %rapporto di trasmissione volante

%%%%%% Parametri da stimare %%%%%%
C1=100000;        %Rigidezza deriva assale anteriore [N/rad]
C2=100000;        %Rigidezza deriva assale posteriore [N/rad]

```



```

a1=1.5;           %semipasso anteriore [m]
a2=2.0;           %semipasso posteriore [m]

```

Inizialmente è stata fissata una velocità di avanzamento u pari a 15 m/s e un angolo di sterzo costante $\delta_v = 4^\circ$. In questo modo il veicolo si stabilizza su una traiettoria circolare di raggio 55 m (vedi figura 5.3, in cui il raggio è evidenziato in verde e il vettore velocità del baricentro è rappresentato in blu) che viene percorsa in un tempo di circa 23 secondi. Considerando delle matrici di covarianza Q e R opportune, si ottiene la convergenza dei parametri stimati ai valori di riferimento impostati. In

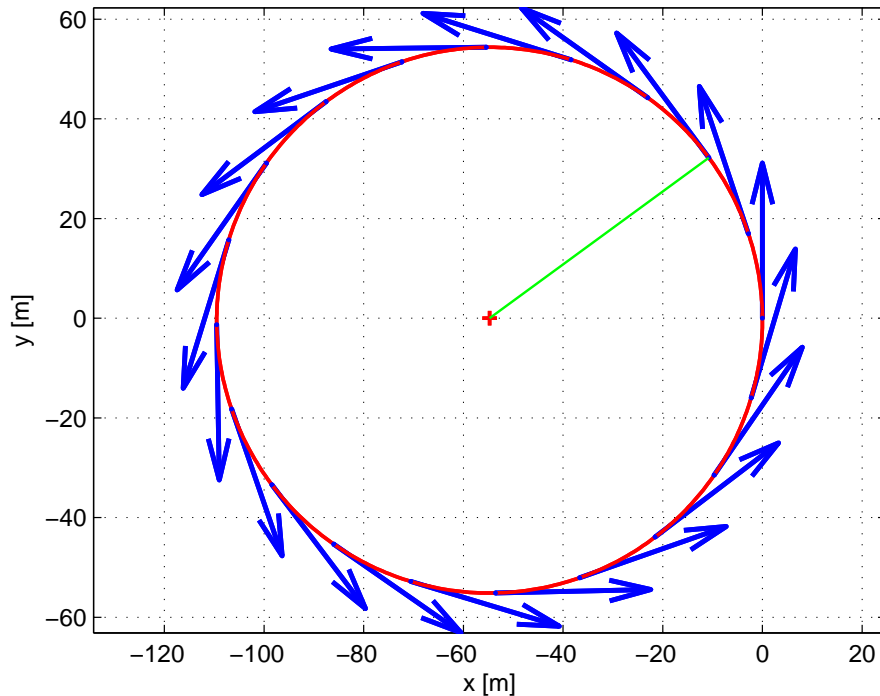


Figura 5.3: Traiettoria e velocità del baricentro del veicolo durante lo *steering pad*

particolare per queste prove è stata considerata la seguente inizializzazione:

```

R=diag(1e-3*[1,1],0);           %covarianza errore di misura
Q=diag([10,10,1e6,1e6,1e-2,1e-2],0); %covarianza errore di processo
Phat_iniziale = diag([10,10,1e4,1e4,1e-3,1e-3],0); %covarianza di xhat_iniziale
xhat_iniziale = [0;0;2e4;2e4;1.8;1.7]; %[v(0) r(0) C1(0) C2(0) a1(0) a2(0)]

```

I risultati ottenuti sono presentati nelle figure 5.4, 5.5, 5.6, 5.7 e 5.8. I grafici 5.4 e 5.5 mostrano che la convergenza delle stime ai valori di riferimento delle rigidità di deriva degli assali è raggiunta dopo un tempo di circa 220 secondi. Il tempo di

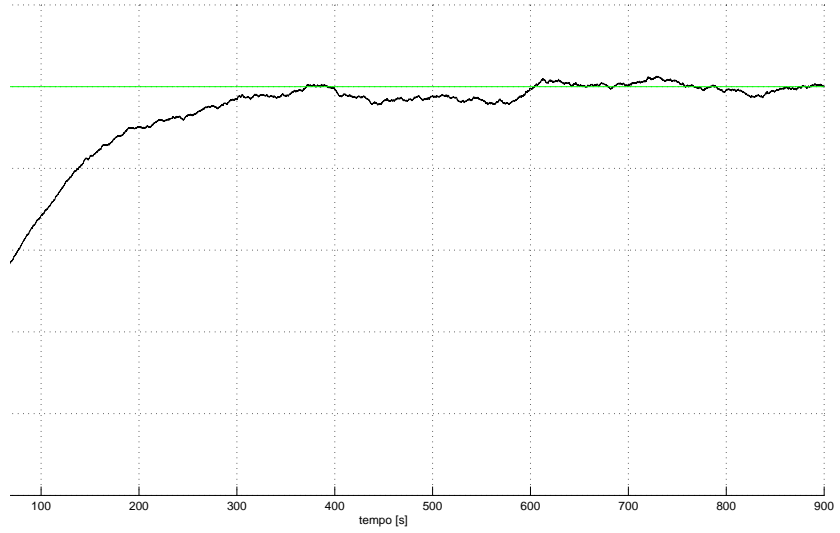


Figura 5.4: Convergenza del parametro stimato C1 (nero) al riferimento (verde)

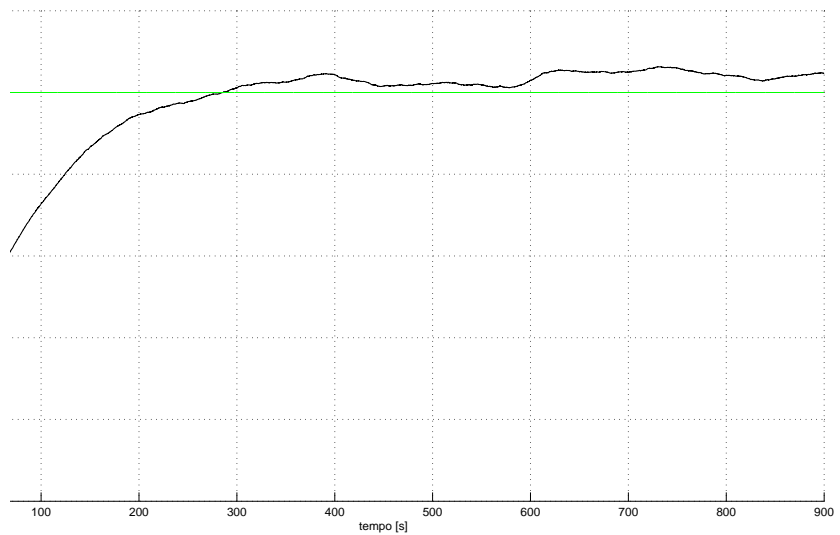


Figura 5.5: Convergenza del parametro stimato C2 (nero) al riferimento (verde)

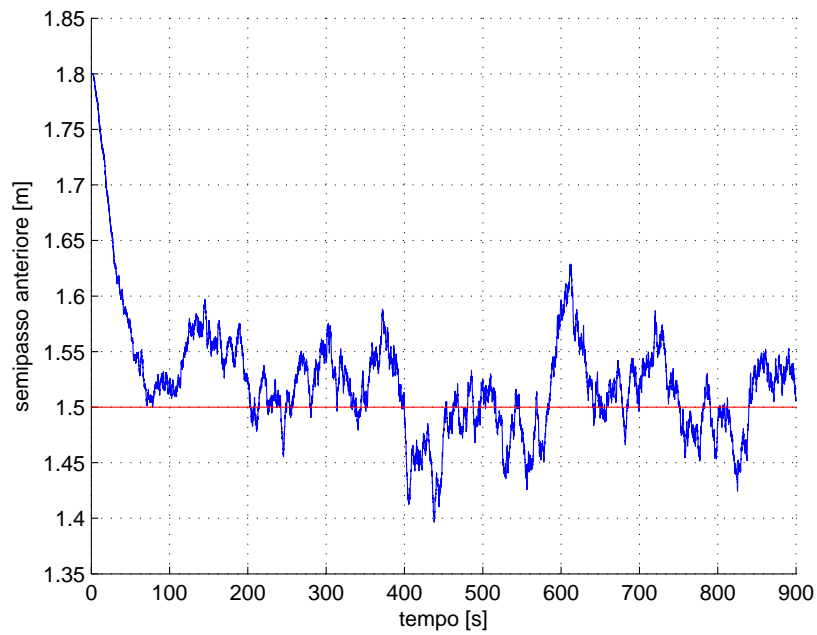


Figura 5.6: Convergenza del parametro stimato a_1 (blu) al riferimento (rosso)

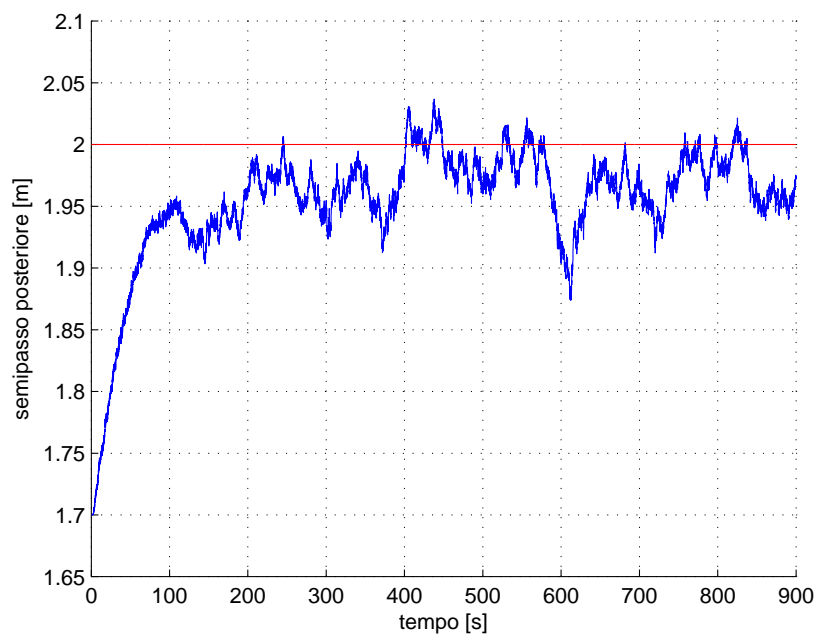


Figura 5.7: Convergenza del parametro stimato a_2 (blu) al riferimento (rosso)

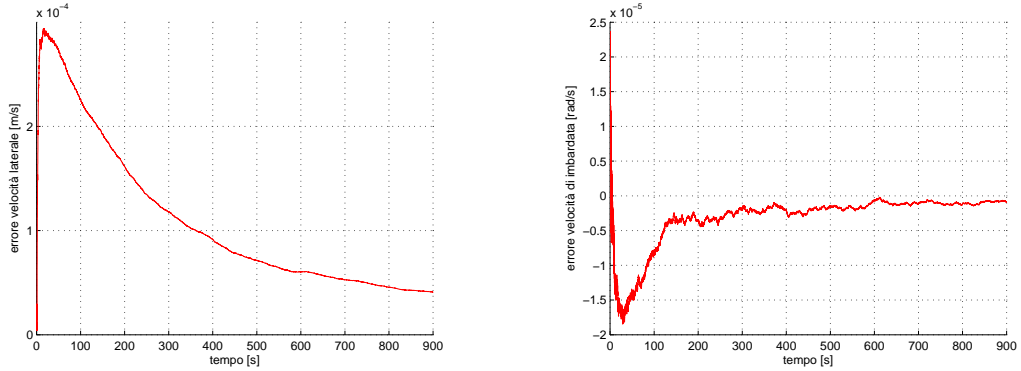


Figura 5.8: Errore sulla stima di v e di r

convergenza, a parità di velocità longitudinale e angolo di sterzo impostati, potrebbe essere ridotto agendo in maniera opportuna sul terzo e sul quarto elemento della diagonale della matrice Q e della matrice $P(0)$; i valori scelti per questa simulazione permettono di ottenere una buona robustezza al variare dei valori di riferimento e al variare delle condizioni di prova. Inoltre, ottenuta la convergenza (errore inferiore al 5%), si calcolano i valori medi di C_1 e C_2 stimati e si nota che la rigidità di deriva dell'assale anteriore è stimata con maggiore precisione.

Le figure 5.6 e 5.7 evidenziano invece una convergenza più veloce dei semipassi anteriore e posteriore al valore di riferimento; infatti si ottiene un errore inferiore al 5% per tempi di simulazione inferiori ai 100 secondi. Analogamente a quanto detto per C_1 e C_2 , è possibile diminuire il tempo necessario per la convergenza modificando quinto e sesto elemento della diagonale della matrice Q .

E' comunque opportuno notare che, incrementando i termini diagonali di Q che si riferiscono alla covarianza dei parametri da stimare, si ottengono tempi di convergenza ridotti a discapito di una maggiore rumorosità delle stime di tutto lo stato. Questo fenomeno è evidenziato nelle figure 5.9, 5.10, in cui si riportano i risultati delle simulazioni effettuate considerando le matrici diagonali Q aventi i seguenti elementi diagonali:

- $Q_1 = \text{diag}([10, 10, 10^6, 10^6, 10^{-2}, 10^{-2}]);$
- $Q_2 = \text{diag}([10, 10, 10^7, 10^7, 10^{-1}, 10^{-1}]).$

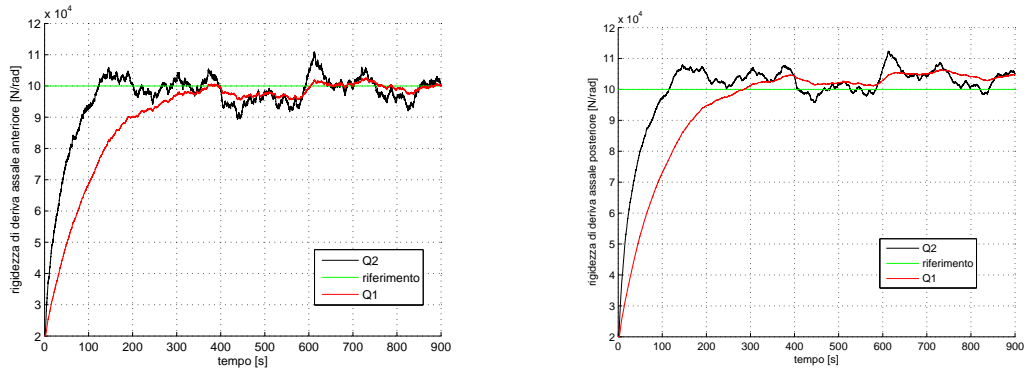


Figura 5.9: Confronto convergenza C_1 e C_2 al variare di Q

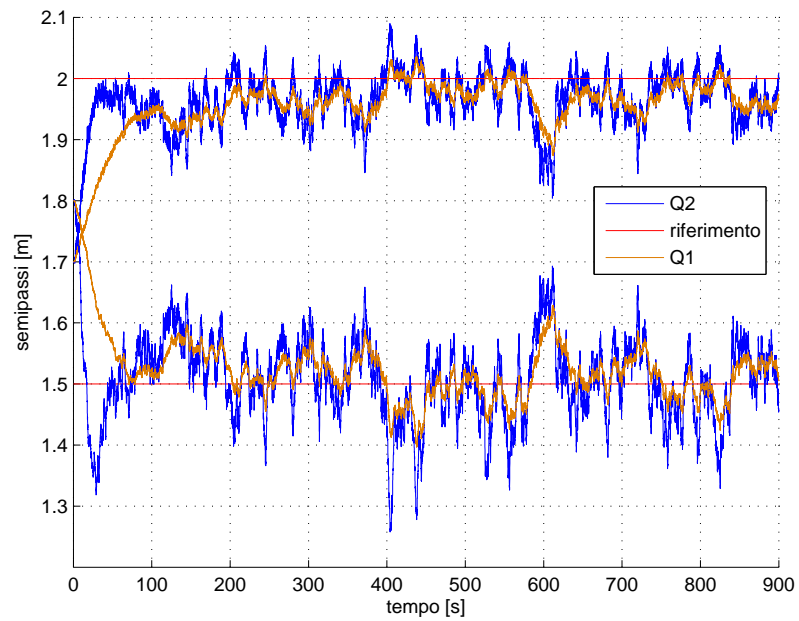


Figura 5.10: Confronto convergenza a_1 e a_2 al variare di Q

Come si può notare nella figura 5.11, ovviamente tale incremento della rumorosità comporta una maggiore differenza tra le uscite del sistema reale e quelle stimate.

Successivamente sono state effettuate diverse prove considerando velocità di avan-

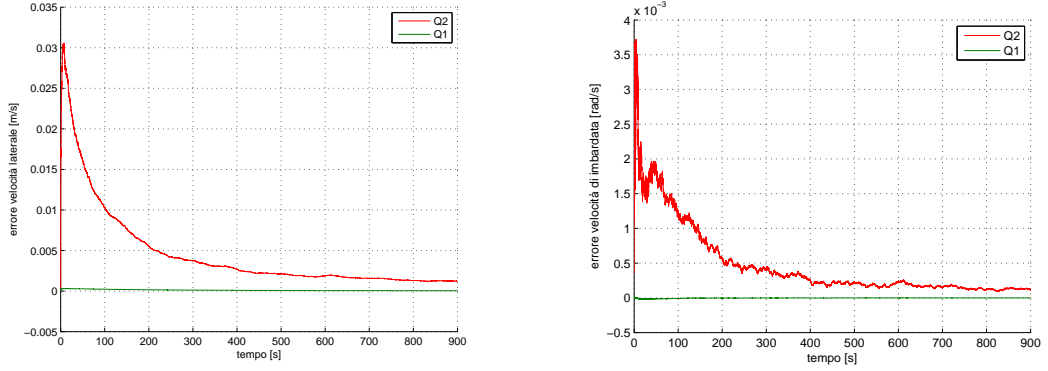


Figura 5.11: Errore sulla stima delle uscite v e r al variare di Q

zamento u e angoli di sterzo δ_v differenti. Si riporta una prima tabella che elenca i valori medi delle stime calcolati dopo la convergenza e ottenuti effettuando delle simulazioni in cui si considera velocità di avanzamento u diverse (Tabella 5.1). Inoltre sono state fatte altre simulazioni nelle quali sono stati impostati differenti angolo di sterzo (Tabella 5.2).

Dai dati presentati nelle tabelle si evince che la precisione della stima migliora

R curva [m]	δ_v [°]	u [m/s]	C₁ [N/rad]	C₂ [N/rad]	a₁ [m]	a₂ [m]
52	4	10	$9.16 \cdot 10^4$	$9.66 \cdot 10^4$	1.49	1.98
55	4	15	$9.88 \cdot 10^4$	$1.035 \cdot 10^5$	1.51	1.97
58	4	20	$9.89 \cdot 10^4$	$1.033 \cdot 10^5$	1.52	1.96
63	4	25	$9.90 \cdot 10^4$	$1.033 \cdot 10^5$	1.52	1.96

Tabella 5.1: Tabella valori medi parametri stimati al variare di u

all'aumentare della velocità di avanzamento u del veicolo e dell'angolo di sterzo impostato. Infatti con velocità e angoli di sterzo elevati si hanno angoli di deriva maggiori e dunque la dinamica della stima delle rigidzze di deriva degli assali risulta essere più sollecitata. D'altra parte il modello monotraccia lineare risulta essere una buona approssimazione per piccoli angoli di deriva.

R curva [m]	δ_v [°]	u [m/s]	C₁ [N/rad]	C₂ [N/rad]	a₁ [m]	a₂ [m]
109	2	15	$9.55 \cdot 10^4$	$1.003 \cdot 10^5$	1.51	1.97
55	4	15	$9.88 \cdot 10^4$	$1.035 \cdot 10^5$	1.51	1.97
36	6	15	$9.93 \cdot 10^4$	$1.038 \cdot 10^5$	1.51	1.97
28	8	15	$9.96 \cdot 10^4$	$1.041 \cdot 10^5$	1.51	1.97

Tabella 5.2: Tabella valori medi parametri stimati al variare di δ_v

Comunque, analizzando gli andamenti delle stime, si nota che la variazione di

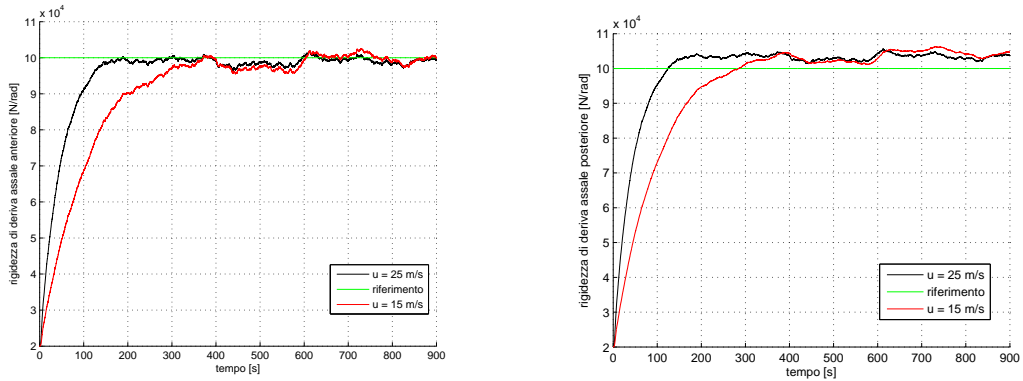


Figura 5.12: Confronto convergenza C_1 e C_2 al variare di u

u e δ_v , non influisce molto sulla precisione dell'identificazione (tabelle 5.1 e 5.2) quanto sui tempi di convergenza. A questo proposito sono presentati i grafici 5.12, 5.13, 5.14, 5.15.

Successivamente è stata considerata una simulazione in cui sono stati impostati valori limite per la manovra di *steering pad* in modo da considerare la procedura di identificazione dei parametri per veicoli adatti ad una guida sportiva e particolarmente performanti. In particolare sono state impostate una velocità di avanzamento u pari a 25 m/s e un angolo di sterzo δ_v di 8° . I risultati ottenuti sono riportati nei grafici 5.16, 5.17 e 5.18. Infine è stato testato il filtro di Kalman esteso considerando un veicolo avente caratteristiche differenti da quelle considerate finora. La caratteristica che distingue quest'ultimo veicolo dal precedente è il suo comportamento sovrasterzante; infatti sono stati considerati semipassi e rigidezze di deriva degli assali per cui $C_2 a_2 - C_1 a_1 < 0$. I risultati ottenuti, come mostrato nella

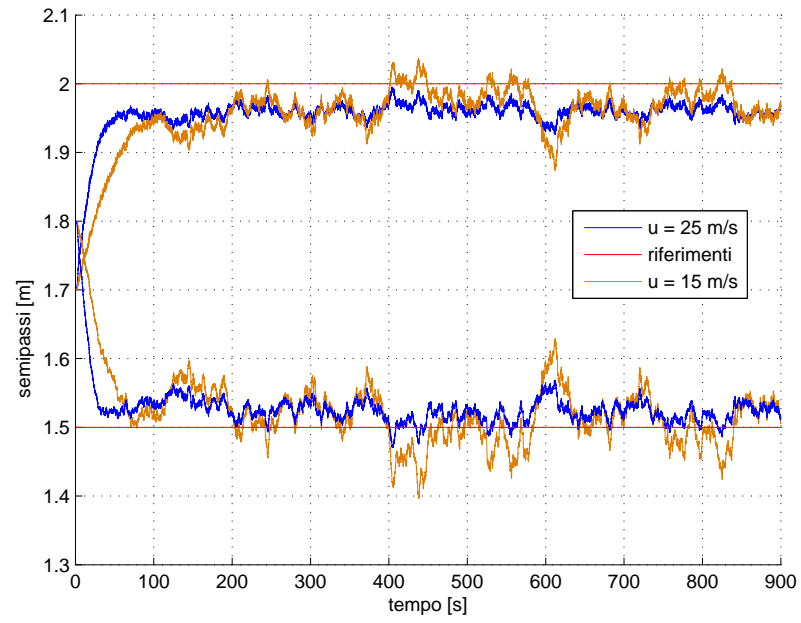


Figura 5.13: Confronto convergenza a_1 e a_2 al variare di u

figura 5.19, sono analoghi a quelli ottenuti in caso di veicolo sottosterzante.

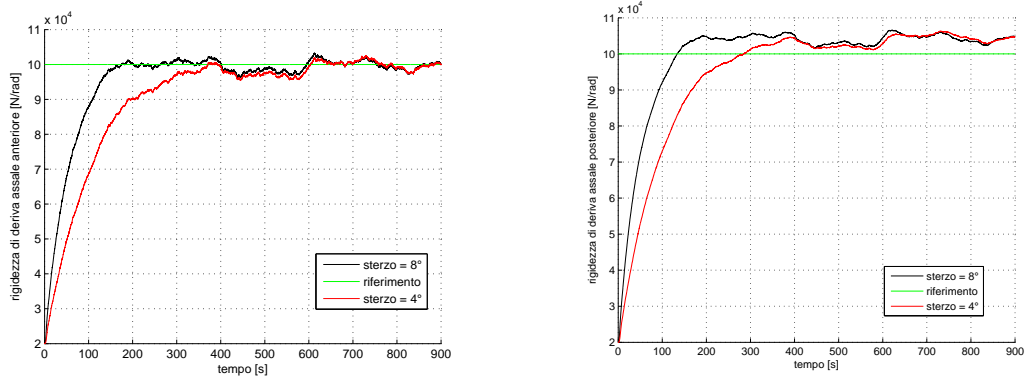


Figura 5.14: Confronto convergenza C_1 e C_2 al variare di δ_v

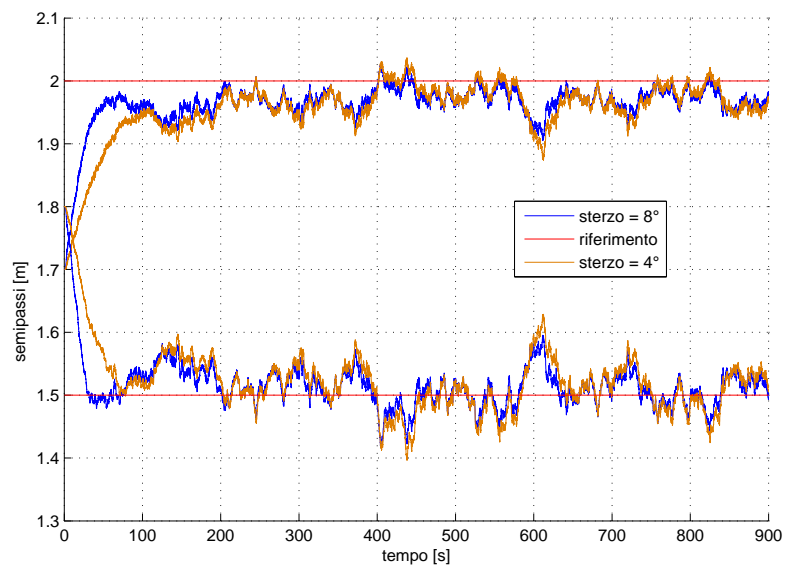


Figura 5.15: Confronto convergenza a_1 e a_2 al variare di δ_v

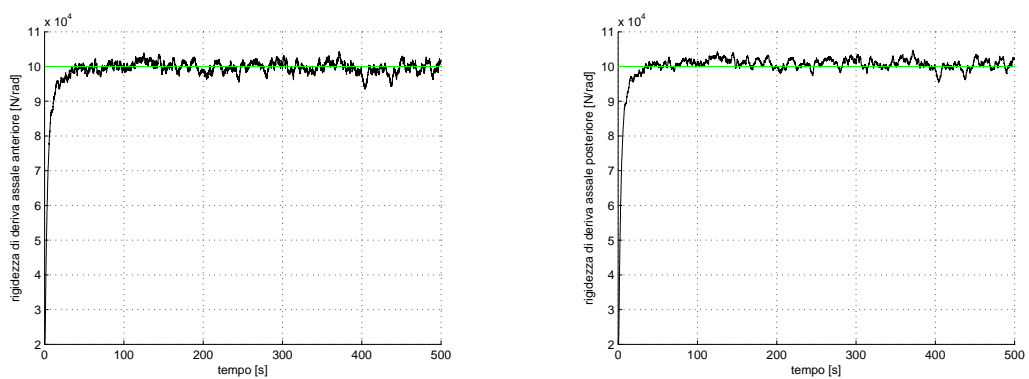


Figura 5.16: Convergenza dei parametri stimati C_1 e C_2 (nero) ai riferimenti (verde)

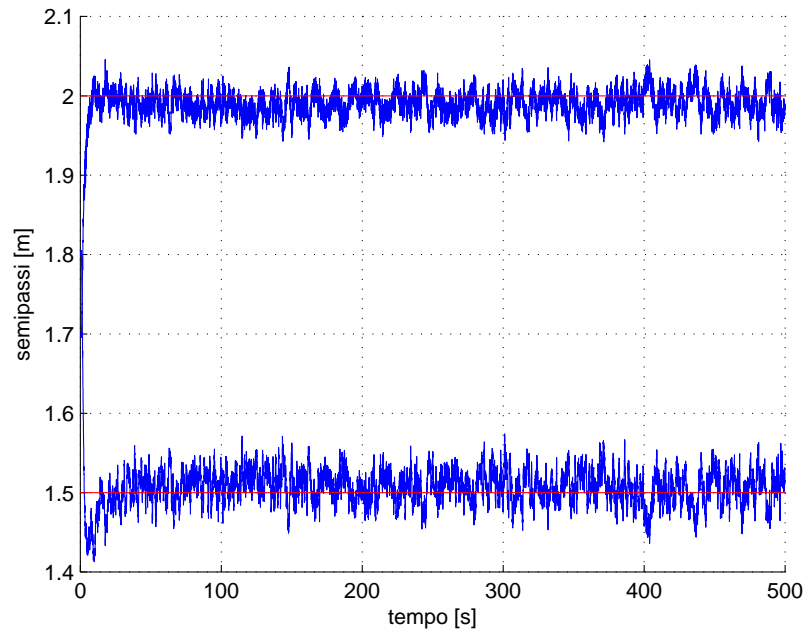


Figura 5.17: Convergenza dei parametri stimati a_1 e a_2 (blu) ai riferimenti (rosso)

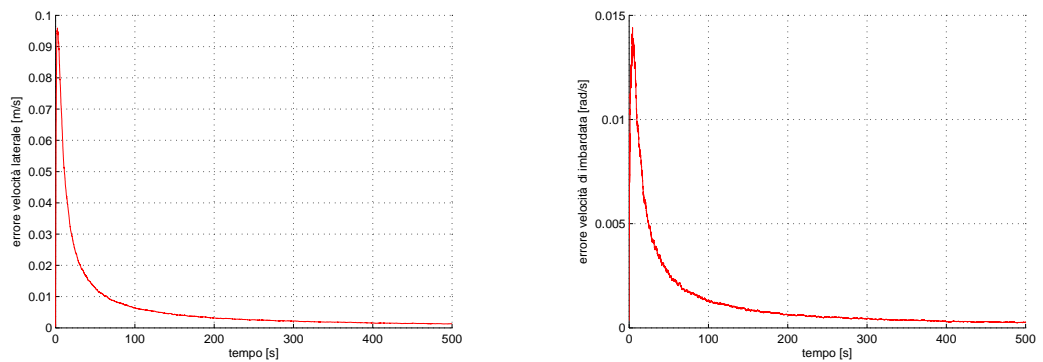


Figura 5.18: Errore sulla stima di v e di r

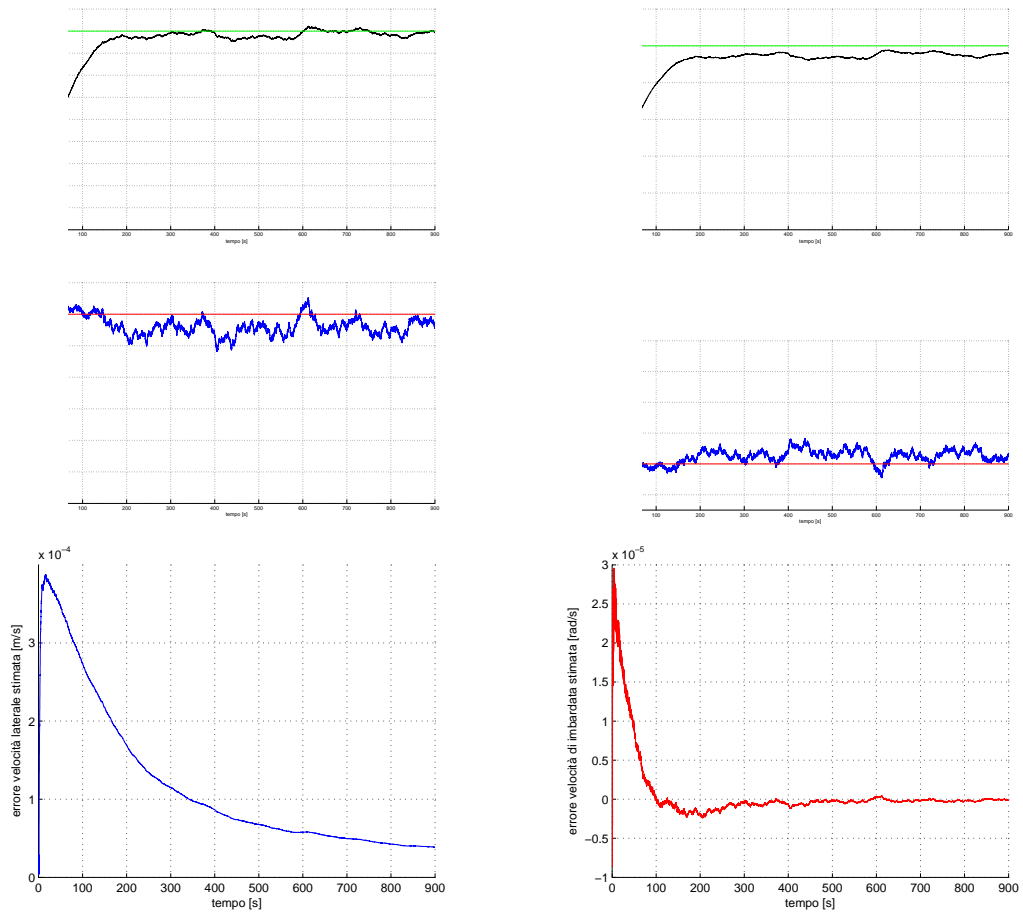


Figura 5.19: Convergenza delle stime ai riferimenti per un veicolo sovrasterzante

Capitolo 6

Bibliografia

A. Bicchi, *Dispense del Corso di Robotica*, Facoltà di Ingegneria, Università di Pisa,
a.a. 2007/2008

M. Guiggiani, *Dinamica del veicolo*, nuova edizione, Città Studi Edizioni, Torino,
2007

ISO 4138 (1982), *Road vehicles - Steady-state circular test procedure*

A. Isidori, *Nonlinear Control Systems*, 2nd edition, Springer-Verlag, London, 1989

M. S. Grewal, L. R. Weill, A. P. Andrews, *Global Positioning Systems, Inertial
Navigation, and Integration*, John Wiley & Sons, New York, 2001

R. G. Brown, P. Y. C. Hwang, *Introduction to random signals and applied Kalman
filtering*, 2nd edition, John Wiley & Sons, New York, 1992