Meccanica dei Robot – 19 Giugno 2013

1) La Figura 1 mostra un disco in moto 3D su di un piano orizzontale. Il disco, che può essere ritenuto di spessore trascurabile, è costituito di materiale omogeneo, ha raggio r, massa m e tensore d'inerzia baricentrico ${}^{l}\mathbb{I}_G = \mathrm{diag}(I_x, I_y, I_z)$, dove $I_x = I_z = (mr^2)/4$ ed $I_y = (mr^2)/2$ sono i momenti d'inerzia rispetto alla terna locale $\{L\}$ baricentrica e principale d'inerzia (da definire).

i) Impiegando una parametrizzazione di $SO(3)$ di $\{L\}$ consistente con gli angoli ψ, θ e φ mostrati in Figura 1 e con la definizione dei momenti principali d'inerzia, si determini la matrice di rotazione ${}^{s}\boldsymbol{R}_l$ fra il frame inerziale $\{S\}$ e quello locale $\{L\}$. **ii)** Si scriva poi l'espressione della velocità angolare $\boldsymbol{\omega}_{sl}$, sia in componenti $\{S\}$ che $\{L\}$ in f.ne degli angoli e delle loro derivate. **iii)** Si determini poi una parametrizzazione della traslazione del disco. **iv)** Nell'ipotesi che il disco sia permanentemente in contatto con il piano nel punto C in cui *si può avere slittamento relativo*, si scrivano le equazioni di vincolo e se ne discuta l'integrabilità. **v)** Nell'ipotesi che il disco, ancora in contatto col piano, abbia in C stavolta *moto di rotolamento senza slittamento*, si scrivano le equazioni di vincolo e le si riportino in forma Pfaffiana.

♣ *Da questo punto in poi si consideri soltanto la condizione di rotolamento senza slittamento* ♣

vi) Si impostino le equazioni di Lagrange per la dinamica 3D del disco.

vii) Si scriva l'espressione dell'accelerazione $\boldsymbol{a}_G$ del baricentro del disco.

viii) Si scriva l'espressione dell'accelerazione angolare $\dot{\boldsymbol{\omega}}_{sl}$ del disco.

ix) Si impostino le equazioni di Newton-Eulero per la dinamica 3D del disco.

x) Si indichi un metodo per il calcolo delle reazioni vincolari che il piano esercita sul disco in funzione del tempo.

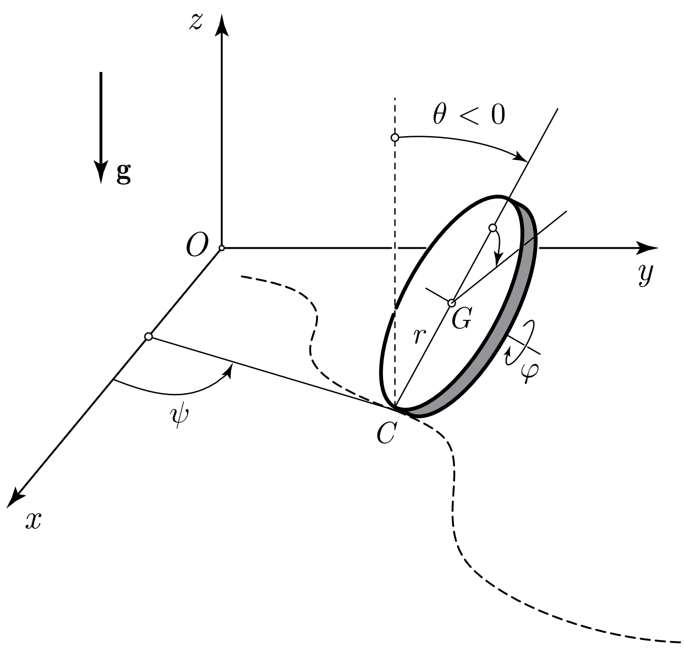

Figura 1: Disco in moto 3D su piano orizzontale.