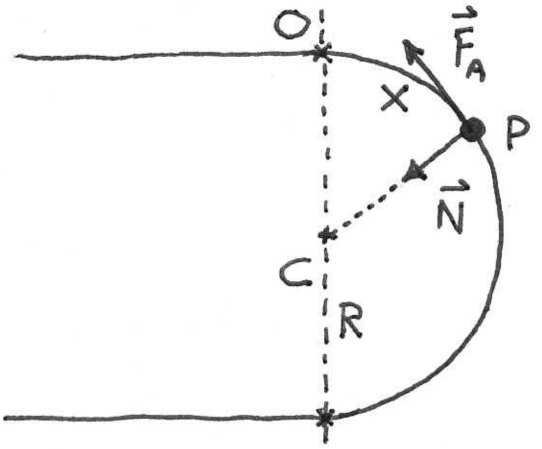


SIA X LA POSIZIONE DELLA PALLINA P, INTESA COME LUNGHEZZA DELL'ARCO CHE VA DA O A P. QUINDI X VA DA O A πR, SE R È IL RAGGIO DELLA CIRCONFERENZA. LA VELOCITÀ V È UGUALE A $\dot{x}$. $\vec{N}$ È LA FORZA NORMALE. ESSENDO L'UNICA FORZA CENTRIPETA SI HA $N = m\frac{v^2}{R}$, CON m = MASSA DELLA PALLINA. $\vec{F}_A$ È LA FORZA DI ATTRITO DINAMICO: $F_A = \mu_D N$

AVENDO UN MOTO CIRCOLARE SCRIVIAMO $F_{TANG} = m\, a_{TANG}$:

$$-F_A = m\frac{dV}{dt} \rightarrow -\mu_D \cancel{m} \frac{V^2}{R} = \cancel{m}\frac{dV}{dt}$$

SICCOME $V = \frac{dX}{dt} \rightarrow dt = \frac{dX}{V}$ E SOSTITUIAMO dt (1)

$$-\mu_D \frac{V^{\cancel{2}}}{R} = \cancel{V}\frac{dV}{dX} \rightarrow \frac{dV}{V} = -\frac{\mu_D}{R}dX \rightarrow \int_{V_0}^{V(x)} \frac{dV}{V} = -\frac{\mu_D}{R}\int_0^X dX$$

$$\ln\left(\frac{V(x)}{V_0}\right) = -\frac{\mu_D}{R}X \rightarrow V(X) = V_0\, e^{-\frac{\mu_D X}{R}} \quad (2)$$

PONIAMO QUINDI $X = \pi R$ E TROVIAMO LA VELOCITÀ FINALE V_1

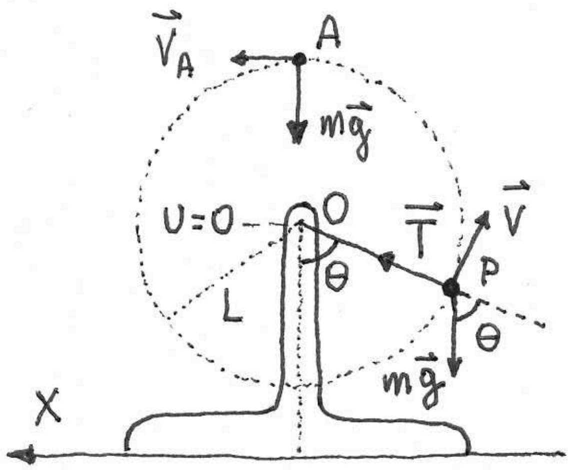
a) $V_1 = V(\pi R) = V_0\, e^{-\mu_D \pi}$

PER IL TEMPO NECESSARIO RIPARTIAMO DA (1)

$dt = \frac{dX}{V}$ SOSTITUIAMO V USANDO (2) $dt = \frac{dX}{V_0\, e^{-\frac{\mu_D X}{R}}} = \frac{e^{+\frac{\mu_D X}{R}}dX}{V_0}$

$$T = \int_0^T dt = \frac{1}{V_0}\int_0^{\pi R} e^{+\frac{\mu_D X}{R}}dX \rightarrow T = \frac{1}{V_0}\frac{R}{\mu_D}\left[e^{\frac{\mu_D X}{R}}\right]_0^{\pi R}$$

b) $$T = \frac{R}{V_0 \mu_D}\left(e^{\mu_D \pi} - 1\right)$$



SIA L LA LUNGHEZZA DELLA CORDA CHE È ANCHE IL RAGGIO DELL'ORBITA. NEL PUNTO A LA TENSIONE È NULLA, L'UNICA FORZA CENTRIPETA È QUINDI IN QUEL PUNTO QUELLA DI GRAVITÀ

$$mg = m\frac{V_A^2}{L} \rightarrow V_A^2 = gL \quad ①$$

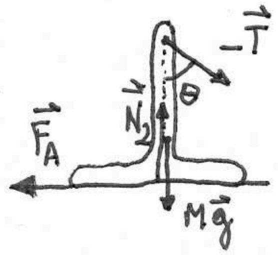
TROVIAMO QUINDI LA VELOCITÀ IN OGNI ALTRO PUNTO P (IDENTIFICATO DALL'ANGOLO θ) UTILIZZANDO LA CONSERVAZIONE DI E

$$\frac{1}{2}\cancel{m}V_A^2 + \cancel{m}gh(A) = \frac{1}{2}\cancel{m}v^2 - \cancel{m}gL\cos\theta$$

$$gL + 2gL = v^2 - 2gL\cos\theta \rightarrow v^2 = gL(3+2\cos\theta) \quad ②$$

LA RISULTANTE VERSO IL CENTRO DI TUTTE LE FORZE ($\vec{T}$ E $m\vec{g}$) È UGUALE ALLA MASSA PER L'ACCELERAZIONE CENTRIPETA

$$T - mg\cos\theta = m\frac{v^2}{L} \overset{②}{=} \frac{m}{\cancel{L}}g\cancel{L}(3+2\cos\theta) \rightarrow T = 3mg(1+\cos\theta) \quad ③$$



DISEGNATO IL DIAGRAMMA DI CORPO LIBERO PER IL SUPPORTO, TENUTO CONTO CHE ESSO NON SI MUOVE, IMPONIAMO CHE LA SOMMA DELLE FORZE ORIZZONTALI SIA NULLA (È $\vec{F}_A$ CHE CI INTERESSA): $F_{A_x} - T\sin\theta = 0 \rightarrow F_{A_x} = T\sin\theta$

E USANDO LA ③: $F_{A_x} = 3mg(1+\cos\theta)\sin\theta \quad ④$

PER TROVARE MASSIMI E MINIMI DI F_{A_x} DERIVIAMO RISPETTO A θ E PONIAMO $=0$.

$$\frac{dF_{Ax}}{d\theta} = 3mg\left[(-\sin\theta)\sin\theta + (1+\cos\theta)\cos\theta\right] = 3mg(-\sin^2\theta + \cos\theta + \cos^2\theta) =$$

$$= 3mg((-1+\cos^2\theta) + \cos\theta + \cos^2\theta) = 3mg(2\cos^2\theta + \cos\theta - 1)$$

$$\frac{dF_{Ax}}{d\theta} = 0 \rightarrow 2\cos^2\theta + \cos\theta - 1 = 0 \rightarrow \cos\theta = \frac{-1 \pm \sqrt{1+4\cdot 2}}{4}$$

$$\cos\theta = \frac{-1\pm 3}{4} \begin{cases} \cos\theta = \frac{1}{2} \rightarrow \theta = \pm 60° \rightarrow \sin\theta = \pm\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \cos\theta = -1 \rightarrow \theta = \pm 180 \rightarrow \sin\theta = 0 \end{cases} \quad ⑤$$

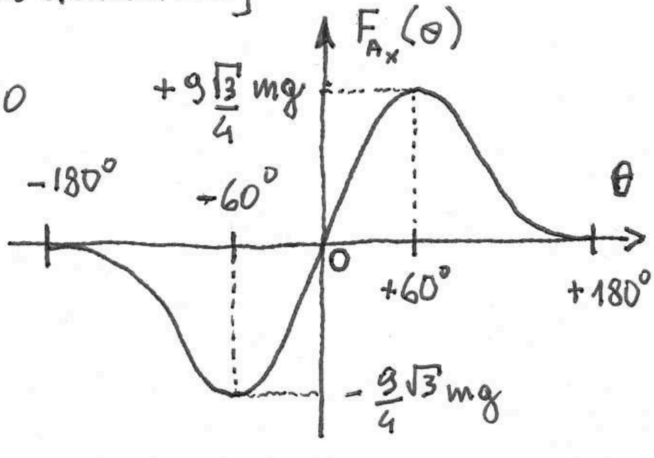
INSERIAMO I VALORI ⑤ NELLA ④

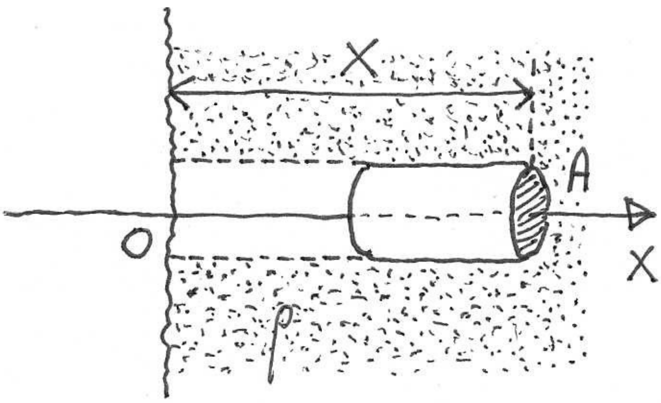
$$F_{A_x}(+60°) = 3mg\left(1+\frac{1}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = +\frac{9}{4}\sqrt{3}\,mg$$

$$F_{A_x}(-60°) = 3mg\left(1+\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -\frac{9}{4}\sqrt{3}\,mg$$

$$F_{A_x}(\pm 180°) = 3mg(1-1)(0) = 0 \quad [\text{ZERO QUADRATICO}]$$

→ QUINDI $\frac{9}{4}\sqrt{3}\,mg$ È IL VALORE MASSIMO SIA DEL MODULO DELLA FORZA D'ATTRITO SIA DELLA SUA COMPONENTE X. È SEMPLICE E DIVERTENTE FARE UN GRAFICO DI $F_{A_x}(\theta)$ ④





DOPO AVER PERCORSO UNO SPAZIO X L'ASTRONAVE HA RACCOLTO TUTTA LA POLVERE CONTENUTA IN UN VOLUME CILINDRICO DI BASE A E ALTEZZA X CORRISPONDENTE AD UNA MASSA

$m = \rho V = \rho A X$

QUINDI LA MASSA TOTALE DELL'ASTRONAVE È DIVENTATA $M' = M + m = M + \rho A X$

PER CONSERVAZIONE DELLA QUATITÀ DI MOTO, CHIAMATA V LA VELOCITÀ DOPO UNO SPAZIO PERCORSO X, SI HA

$$M V_0 = M' V \rightarrow M V_0 = (M + \rho A X) V \rightarrow V = \frac{M}{(M + \rho A X)} V_0$$

MA $V = \frac{dx}{dt}$, PER CUI

$$\frac{dx}{dt} = \frac{M}{(M + \rho A X)} V_0$$

ORA SEPARIAMO LE VARIABILI E INTEGRIAMO

$$\int_0^x (M + \rho A x)\, dx = M V_0 \int_0^t dt \rightarrow M X + \frac{\rho A}{2} X^2 = M V_0 t \rightarrow$$

$$\frac{\rho A}{2} X^2 + M X - M V_0 t = 0$$

RISOLVIAMO IN X

$$X = \frac{-M \pm \sqrt{M^2 + 2 \rho A M V_0 t}}{\rho A}$$

IL SEGNO − LO POSSIAMO SCARTARE PERCHÈ CI INTERESSANO SOLO LE X POSITIVE. QUINDI

$$1) \qquad X = -\frac{M}{\rho A} + \frac{\sqrt{M^2 + 2 \rho A M V_0 t}}{\rho A}$$

PER TROVARE LA VELOCITÀ BASTA DERIVARE

$$V = \frac{dx}{dt} = \frac{1}{\cancel{\rho A}} \frac{\cancel{2} \cancel{\rho A} M V_0}{\cancel{2} \sqrt{M^2 + 2 \rho A M V_0 t}}$$

$$2) \qquad V = \frac{M V_0}{\sqrt{M^2 + 2 \rho A M V_0 t}}$$