

PRENDIAMO UN SISTEMA DI RIFERIMENTO RUOTANTE CON VELOCITÀ ANGOLARE ω PARI A QUELLA DELLA GUIDA. SU M AGISCONO 3 FORZE: PESO E CENTRIFUGA FANNO LAVORO. $\vec{T}$ NO.

$$\vec{P} = m\vec{g} \quad U_g = - \int \vec{P} \cdot d\vec{l} = - \int (-mg) \cdot dy = mgy$$

$$\vec{F}_c = m\omega^2 \vec{r} \quad U_c = - \int \vec{F}_c \cdot d\vec{l} = - m\omega^2 \int r dr = - m\omega^2 \frac{r^2}{2}$$

$$\text{QUINDI } U = U_g + U_c = -mgyR \cos \theta - \frac{m\omega^2}{2} (R \sin \theta)^2 \quad (1)$$

CALCOLIAMO LA DERIVATA $du/d\theta$

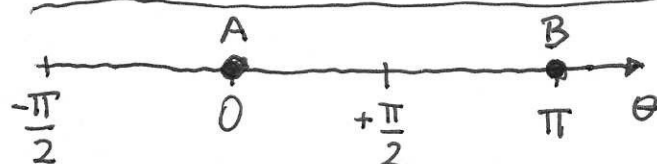
$$M_\theta = \frac{dU}{d\theta} = mgyR \sin \theta - m\omega^2 R^2 \sin \theta \cos \theta = mR \sin \theta (g - \omega^2 R \cos \theta) \quad (2)$$

I PUNTI DI EQUILIBRIO SI HANNO PER $M_\theta = 0$, QUESTO VUOL DIRE

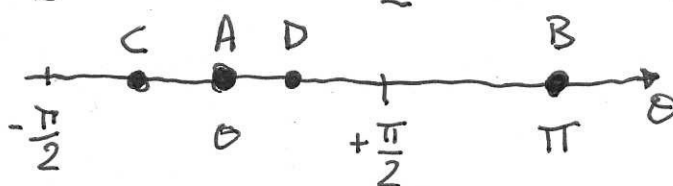
$\sin \theta = 0 \rightarrow \theta = 0 \text{ E } \theta = \pi$ DUE SOLUZIONI VALIDE SEMPRE ED ANCHE

$$(g - \omega^2 R \cos \theta) = 0 \rightarrow \cos \theta = \frac{g}{\omega^2 R} \quad (5) \quad \text{EQ. CHE DA SOLUZIONI VALIDE SOLO SE } \frac{g}{\omega^2 R} < 1 \rightarrow \omega > \sqrt{\frac{g}{R}} = \omega_0 \quad (3)$$

QUINDI $\theta = \pm \arccos\left(\frac{g}{\omega^2 R}\right)$ DUE SOLUZIONI VALIDE SE $\omega > \omega_0$



PUNTI DI EQUILIBRIO SE $\omega < \omega_0$



PUNTI DI EQUILIBRIO SE $\omega > \omega_0$

PER LA STABILITÀ STUDIAMO LA DERIVATA SECONDA. DERIVIAMO (2)

$$\frac{d^2U}{d\theta^2} = [mR(g \cos \theta - \omega^2 R \cos^2 \theta + \omega^2 R \sin^2 \theta)] = mR(g \cos \theta - 2\omega^2 R \cos^2 \theta + \omega^2 R) \quad (4)$$

ALLORA

$$\frac{1}{mR} \frac{d^2U}{d\theta^2} \Big|_A = g - \omega^2 R > 0 \text{ SE } \omega < \omega_0 \rightarrow$$

A È UN PUNTO DI EQ STABILE SE $\omega < \omega_0$, INSTABILE PER $\omega > \omega_0$. A CORRISPONDE A $\theta = 0$

$$\frac{1}{mR} \frac{d^2U}{d\theta^2} \Big|_B = -g - \omega^2 R > 0 \text{ MAI}$$

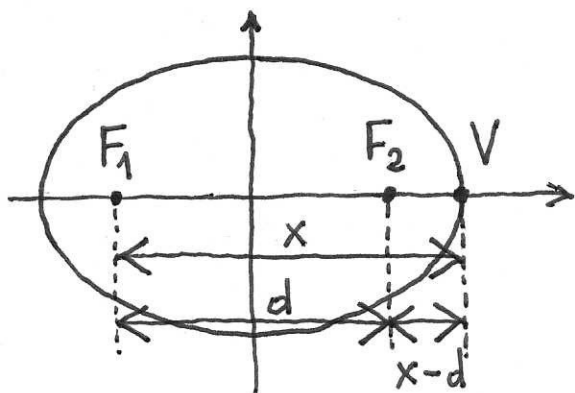
B È UN PUNTO DI EQUILIBRIO INSTABILE, B È $\theta = \pi$

$$\frac{1}{mR} \frac{d^2U}{d\theta^2} \Big|_{C,D} = \frac{g}{\omega^2 R} - \frac{2\omega^2 R \frac{g^2}{\omega^4 R^2}}{(\omega^2 R)} + \omega^2 R = -\frac{g^2}{\omega^2 R} + \omega^2 R > 0 \rightarrow \omega > \omega_0$$

RICORDARE

$$(5) \cos \theta = \frac{g}{\omega^2 R}$$

C E D SONO DUE PUNTI DI EQUILIBRIO CHE ESISTONO SOLO PER $\omega > \sqrt{\frac{g}{R}}$. QUANDO È VERIFICATA LA CONDIZIONE L'EQUILIBRIO È STABILE. CORRISPONDONO A $\theta = \pm \arccos\left(\frac{g}{\omega^2 R}\right)$



PRENDIAMO UNO DEI VERTICI DELLA ELLISSI V E CHIAMIAMO X LA SUA DISTANZA DAL FUOCO "LONTANO" F_1 . LA SUA DISTANZA DAL FUOCO "VICINO" F_2 VALE $X-d$ (VEDI FIGURA).

LA SOMMA DI QUESTE DUE DISTANZE DEVE VALERE A , QUINDI

$$X + (X-d) = A \rightarrow 2X - d = A \rightarrow X = \frac{A+d}{2} \quad (1)$$

$$\text{ED ANCHE } X-d = \frac{A+d}{2} - d = \frac{A-d}{2} \quad (2)$$

- CHIAMIAMO r_A LA DISTANZA DALLA STELLA AL PIANETA ALL'AFELIO. $r_A = X = \frac{A+d}{2}$
- " r_P " " " " " " " AL PERIELIO $r_P = X-d = \frac{A-d}{2}$
- " v_A LA VELOCITÀ DEL PIANETA ALL'AFELIO
- " v_P LA VELOCITÀ DEL PIANETA AL PERIELIO

PER CONSERVAZIONE DEL MOMENTO ANGOLARE $v_A r_A = v_P r_P \rightarrow$

$$\rightarrow v_A \frac{A+d}{2} = v_P \frac{A-d}{2} \rightarrow v_P = v_A \frac{(A+d)}{(A-d)} \quad (3)$$

PER CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA MECCANICA

$$E = -\frac{GMm}{r_A} + \frac{1}{2}mv_A^2 = -\frac{GMm}{r_P} + \frac{1}{2}mv_P^2 \quad (4)$$

$$-\frac{GMm}{\frac{A+d}{2}} + \frac{1}{2}mv_A^2 = -\frac{GMm}{\frac{A-d}{2}} + \frac{1}{2}mv_P^2 \xrightarrow{(3)} -\frac{4GM}{A+d} + v_A^2 = -\frac{4GM}{A-d} + v_A^2 \frac{(A+d)^2}{(A-d)^2}$$

$$v_A^2 \left(1 - \frac{(A+d)^2}{(A-d)^2}\right) = 4GM \left(\frac{1}{A+d} - \frac{1}{A-d}\right) \rightarrow v_A^2 \left(\frac{A^2+d^2-2Ad-A^2-A^2-2Ad}{(A-d)^2}\right) = 4GM \left(\frac{A-d-A-d}{(A+d)(A-d)}\right)$$

$$v_A^2 \frac{4Ad}{(A-d)} = 4GM \frac{2d}{(A+d)} \rightarrow v_A^2 = \frac{2GM}{A} \frac{(A-d)}{(A+d)} \quad (5)$$

SOSTITUIAMO (1) E (5) NELLA PARTE SINISTRA DELLA (4)

$$E = -\frac{2GMm}{(A+d)} + \frac{1}{2}m \frac{2GM}{A} \frac{(A-d)}{(A+d)} =$$

$$= \frac{-2GAMm + mGM(A-d)}{A(A+d)} =$$

$$= \frac{-GMm(2A-A+d)}{A(A+d)} =$$

$$= \frac{-GMm(A+d)}{A(A+d)} \rightarrow E = -\frac{GMm}{A}$$

DETTA S LA SEZIONE DEL CILINDRO, QUANDO ALL' INIZIO LA MOLLA È IN RIPOSO
 $P_0 S = mg$, PER CUI $P_0 V_0 = n R T_0 \rightarrow \frac{mg}{S} \cdot S \cdot l_0 = n R T_0 \rightarrow n = \frac{mg l_0}{R T_0}$ ①

PASSIAMO ALLA TRASFORMAZIONE. SIANO l, P, V, T LUNGHEZZA MOLLA, PRESSIONE, VOLUME, TEMPERATURA, TUTTE VARIABILI. IN OGNI MOMENTO IL PISTONE È QUASI FERMO, QUINDI $\sum F_z = 0 \rightarrow P S - K(l - l_0) - mg = 0 \rightarrow P S^2 - K l S + (K l_0 - mg) S = 0$
 $P S^2 = K V + (mg - K l_0) S \rightarrow P = \frac{K}{S^2} V + \frac{(mg - K l_0)}{S}$ ②

SUL PIANO $P-V$ LA ② È UNA RETTA, ESSA PASSA PER L'ORIGINE SE:

$$mg - K l_0 = 0 \rightarrow \boxed{a) K = mg / l_0}$$
 ③ ; PER CUI LA ② DIVENTA:

$$P = \frac{K}{S^2} V$$
 ④ ; $\frac{n R T}{V} = \frac{K}{S^2} V \rightarrow T = \frac{K}{n R S^2} V^2$ ⑤ ; $\frac{dT}{dV} = \frac{2K}{n R S^2} V$ ⑥

CERCHIAMO T_f [T FINALE]. USIAMO IL 1° PRINCIPIO: $dU = dQ + dW \rightarrow n c_v dT = dQ - P dV = dQ - P \frac{dV}{dT} dT$ USIAMO ④ E ⑥

$$n c_v dT = dQ - \frac{K}{S^2} V \frac{n R S^2}{2 K V} dT \rightarrow n \left(c_v - \frac{R}{2} \right) dT = dQ$$
 $c_v = 5/2 R$ PER N_2 USIAMO ① PER n

$$\frac{mg l_0}{R T_0} \cdot 3R dT = dQ \rightarrow \Delta T = T_0 \frac{Q}{3mg l_0}$$
 ⑦, QUINDI $T_f = T_0 + \Delta T \rightarrow$

$$\boxed{b) T_f = T_0 \left(1 + \frac{Q}{3mg l_0} \right)}$$
 ⑧ ;

PER IL LAVORO $W = \Delta U - Q = n \frac{5}{2} R \Delta T - Q$ USIAMO ① E ⑦

$$W = \frac{mg l_0}{R T_0} \frac{5 R T_0}{2} \frac{Q}{3mg l_0} - Q = \frac{5}{6} Q - Q \rightarrow \boxed{c) W = -\frac{1}{6} Q}$$

PER LA VARIAZIONE DI ENTROPIA BISOGNA TROVARE T_f/T_0 E V_f/V_0 . DALLA ⑧:

$$\frac{T_f}{T_0} = \left(1 + \frac{Q}{3mg l_0} \right)$$
 ⑨ ; DALLA ⑤ SI RICAVALA $\frac{T}{V^2} = \text{CONSTANTE} \rightarrow \frac{T_0}{V_0^2} = \frac{T_f}{V_f^2} \rightarrow$
 $\rightarrow \left(\frac{V_f}{V_0} \right)^2 = \frac{T_f}{T_0} = \left(1 + \frac{Q}{3mg l_0} \right) \rightarrow \frac{V_f}{V_0} = \left(1 + \frac{Q}{3mg l_0} \right)^{1/2}$ ⑩ SCRIVIAMO L'ESPRESSIONE GENERALE DI ΔS PER UN GAS

$$\Delta S = n c_v \ln \left(\frac{T_f}{T_0} \right) + n R \ln \left(\frac{V_f}{V_0} \right)$$
 USIAMO ①, ⑨ E ⑩ E LE PROPRIETÀ DEI LOGARITMI

$$\Delta S = n \frac{5}{2} R \ln \left(1 + \frac{Q}{3mg l_0} \right) + n R \ln \left(\left(1 + \frac{Q}{3mg l_0} \right)^{1/2} \right) =$$

$$= n R \left(\frac{5}{2} + \frac{1}{2} \right) \ln \left(1 + \frac{Q}{3mg l_0} \right) \rightarrow \boxed{d) \Delta S = \frac{3mg l_0}{T_0} \ln \left(1 + \frac{Q}{3mg l_0} \right)}$$