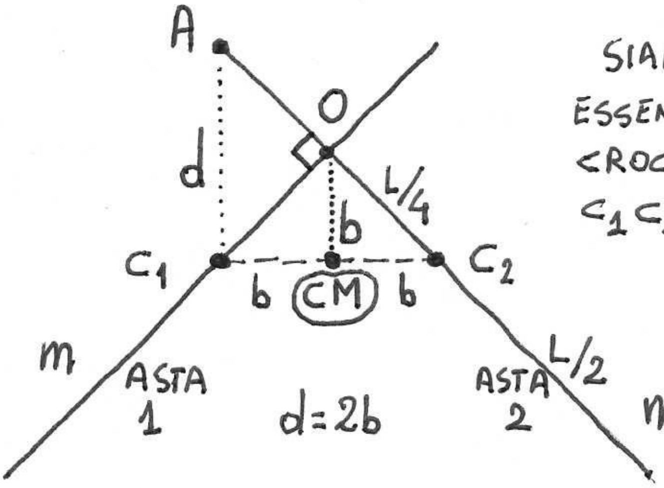


SIANO C_1 E C_2 I CENTRI DELLE DUE ASTE. ESSENDO LE MASSE UGUALI IL C.M. DELLA CROCE SI TROVERÀ ALLA METÀ DEL SEGMENTO C_1C_2, QUINDI SULLA BISETTRICE DELL'ANGOLO TRA LE DUE ASTE, A DISTANZA:

1) $b = \frac{L}{4}\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{L\sqrt{2}}{8}$ DA O - ①

IL MOMENTO D'INERZIA RISPETTO AD O SI RICAVA APPLICANDO PER ENTRAMBE LE ASTE LO STESSO CALCOLO, OTTENUTO DAL TEOREMA DI STEINER

2,0) $I_o = 2\left(\frac{1}{12}mL^2 + m\,\overline{OC_1}^2\right) = 2\left(\frac{1}{12}mL^2 + m\frac{L^2}{16}\right) = \frac{7}{24}mL^2$ ②

IL MOMENTO D'INERZIA RISPETTO AD A RICHIEDE L'APPLICAZIONE DEL TH. DI STEINER IN 2 MODI DIVERSI PER LE DUE ASTE

2,A) $I_A = \left(\frac{1}{12}mL^2 + m\,\overline{AC_1}^2\right) + \left(\frac{1}{12}mL^2 + m\,\overline{AC_2}^2\right) = \frac{1}{12}mL^2 + m\left(\frac{L}{2}\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 +$

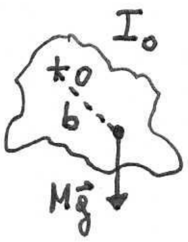
$+ \frac{1}{12}mL^2 + m\left(\frac{L}{2}\right)^2 = mL^2\left(\frac{1}{12} + \frac{1}{8} + \frac{1}{12} + \frac{1}{4}\right) = \frac{13}{24}mL^2$ ③

IL MOMENTO RISPETTO AL C.M. LO OTTENIAMO, SEMPRE UTILIZZANDO IL TH. DI STEINER + IL RISULTATO ① E IL ②

2,CM) $I_o = I_{CM} + 2m\cdot b^2 \rightarrow I_{CM} = I_o - 2mb^2$

$I_{CM} = \frac{7}{24}mL^2 - 2m\frac{L^2}{32} = \frac{11}{48}mL^2$ ④

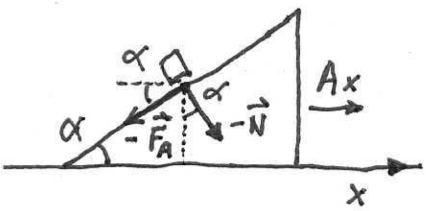
CALCOLIAMO LA DISTANZA DA A AL CM: $b_A = \sqrt{d^2+b^2} = \sqrt{4b^2+b^2} = \sqrt{5}\,b = \frac{\sqrt{10}}{8}L$ ⑤

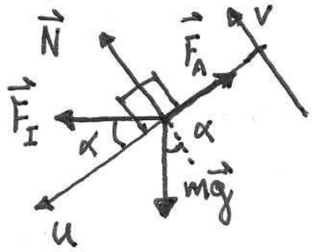


PER RISPONDERE ALLA DOMANDA 3 USIAMO LA FORMULA DEL PENDOLO COMPOSTO. SE UN CORPO RIGIDO DI MASSA M VIENE IMPERNIATO INTORNO AD O, RISPETTO AL QUALE HA UN MOMENTO D'INERZIA I_o E SE b È LA DISTANZA DA O AL CM, ALLORA IL PERIODO DELLE PICCOLE OSCILLAZIONI VALE $T = 2\pi\sqrt{\frac{I_o}{Mgb}}$ ALLORA:

3,0) $T = 2\pi\sqrt{\frac{I_o}{2mgb}} = 2\pi\sqrt{\frac{7}{24}\cancel{m}L^{\cancel{2}}\frac{1}{2\cancel{m}g}\frac{8}{\cancel{L}\sqrt{2}}} = 2\pi\sqrt{\frac{7L}{6\sqrt{2}\,g}}$

3,A) $T = 2\pi\sqrt{\frac{I_A}{2mgb_A}} = 2\pi\sqrt{\frac{13}{24}\cancel{m}L^{\cancel{2}}\frac{1}{2\cancel{m}g}\frac{8}{\sqrt{10}\cancel{L}}} = 2\pi\sqrt{\frac{13L}{6\sqrt{10}\,g}}$





1) LE FORZE VERTICALI SU M NON CI INTERESSANO

2) IL S.R. u-v SOLIDALE AL CUNEO NON È INERZIALE, PER UTILIZZARLO NELLO STUDIO DI m AGGIUNGIAMO LA FORZA (APPARENTE) D'INERZIA $\vec{F}_I = -m\vec{A}$

SCRIVIAMO IL 2° PRINCIPIO DI NEWTON SU x, u E v NONCHÉ LA LEGGE DELL'ATT. DINAMICO

x) $MA_x = N\sin\alpha - F_A\cos\alpha$ (1)

u) $ma_r = mg\sin\alpha + mA_x\cos\alpha - F_A$ (2)

v) $0 = N + mA_x\sin\alpha - mg\cos\alpha$ (3)

ATT) $F_A = \mu_D N$ (4)

(1)+(4) → $MA_x = N\sin\alpha - \mu_D N\cos\alpha$ (5)

(3) → $N = mg\cos\alpha - mA_x\sin\alpha$

SOSTITUIAMO N PRESO DALLA (3) NELLA (5)

(3)+(5) $MA_x = mg\cos\alpha\sin\alpha - mA_x\sin^2\alpha - \mu_D mg\cos^2\alpha + \mu_D mA_x\sin\alpha\cos\alpha$

$$A_x(M + m\sin^2\alpha - \mu_D m\sin\alpha\cos\alpha) = mg\cos\alpha(\sin\alpha - \mu_D\cos\alpha)$$

→ a) $$A_x = \frac{mg\cos\alpha(\sin\alpha - \mu_D\cos\alpha)}{[M + m\sin\alpha(\sin\alpha - \mu_D\cos\alpha)]}$$ (6) ; USIAMO ORA (4)+(3)+(6)

$$F_A = \mu_D N = \mu_D mg\cos\alpha - \mu_D\frac{m^2 g\cos\alpha\sin\alpha(\sin\alpha - \mu_D\cos\alpha)}{[M + m\sin\alpha(\sin\alpha - \mu_D\cos\alpha)]} \rightarrow$$

→ b) $$F_A = \frac{\mu_D Mmg\cos\alpha}{[M + m\sin\alpha(\sin\alpha - \mu_D\cos\alpha)]}$$ (7) ; USIAMO ORA (2)+(4)+(7)

$$a_r = g\sin\alpha + A_x\cos\alpha - \frac{F_A}{m} =$$

$$= g\sin\alpha + \frac{mg\cos^2\alpha(\sin\alpha - \mu_D\cos\alpha) - \mu_D Mg\cos\alpha}{[M + m\sin\alpha(\sin\alpha - \mu_D\cos\alpha)]} =$$ [SALTO UN PAIO DI PASSAGGI]

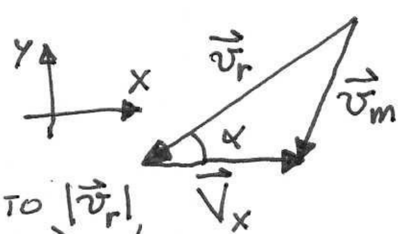
→ c) $$a_r = \frac{(M+m)g(\sin\alpha - \mu_D\cos\alpha)}{[M + m\sin\alpha(\sin\alpha - \mu_D\cos\alpha)]}$$

USANDO DIRETTAMENTE LE FORMULE PER IL MOTO UNIFORMEMENTE ACCELERATO

→ d) $$t^* = \sqrt{\frac{2L}{a_r}}$$

PER LA VELOCITÀ DI M

→ e) $$V_x = A_x t^* = A_x\sqrt{\frac{2L}{a_r}}$$



PER RISPONDERE ALLA DOMANDA F) CALCOLIAMO SUBITO $|\vec{v}_r|$, LA VELOCITÀ DI m RISPETTO A M. IN ANALOGIA CON e) TROVIAMO $v_r = a_r t^* = \sqrt{2a_r L}$. DOPODICHÉ PER LA VELOCITÀ ASSOLUTA $\vec{v}_m$, GUARDANDO IL DISEGNO SULLA COMPOSIZIONE DELLE VELOCITÀ $\vec{v}_m = \vec{v}_r + \vec{V}_x$ ABBIAMO:

→ f) $$v_{m_x} = -v_r\cos\alpha + V_x = -\sqrt{2a_r L}\cos\alpha + A_x\sqrt{\frac{2L}{a_r}}$$

$$v_{m_y} = -v_r\sin\alpha = -\sqrt{2a_r L}\sin\alpha$$

G

APPLICHIAMO AL GAS IL 1° PRINCIPIO $dU = dQ + dW$ ①

- PER UN GAS PERFETTO $dU = nc_v \, dT$ ②

- IL CALORE VIENE SOLO SCAMBIATO PER CONDUZIONE NEL TAPPO INFERIORE $\frac{dQ}{dt} = -\frac{(T - \cancel{T_{EXT}})}{Z}$ IL SEGNO NEGATIVO È DOVUTO AL FATTO CHE IL CALORE LASCIA IL GAS PER USCIRE VERSO L'ESTERNO

  QUINDI $dQ = -\frac{T}{Z} dt$ ③

- $dW = -P\,dV = -nRT \frac{dV}{V}$ MA $V = S(h_0 + vt)$ SE S È LA SEZIONE DEL CILINDRO. DA CUI $dV = S v\, dt$

  QUINDI $dW = -\frac{nRT \cancel{S} v\, dt}{\cancel{S}(h_0 + vt)}$ ④

INSERIAMO ②, ③ E ④ NELLA ①

$$n c_v dT = -\frac{T}{Z} dt - \frac{nRT v\, dt}{(h_0 + vt)} \rightarrow n c_v \frac{dT}{T} = -\frac{1}{Z} dt - \frac{nR v\, dt}{(h_0 + vt)}$$

$$\int_{T_0}^{T} \frac{dT}{T} = -\frac{1}{n c_v Z} \int_0^t dt - \frac{R}{c_v} \int_0^t \frac{v\, dt}{(h_0 + vt)}$$

$$\ln\left(\frac{T}{T_0}\right) = -\frac{t}{n c_v Z} + \ln\left[\left(\frac{h_0 + vt}{h_0}\right)^{-\frac{R}{c_v}}\right]$$

FACCIAMO L'ESPONENZIALE DI ENTRAMBI I MEMBRI - RICORDIAMO CHE $e^{A+B} = e^A e^B$

$$\frac{T}{T_0} = e^{-\frac{t}{n c_v Z}} \cdot \left(1 + \frac{vt}{h_0}\right)^{-\frac{R}{c_v}}$$

E ALLORA

$$T = \frac{T_0}{\left[e^{\frac{t}{n c_v Z}} \cdot \left(1 + \frac{vt}{h_0}\right)^{\frac{R}{c_v}}\right]}$$