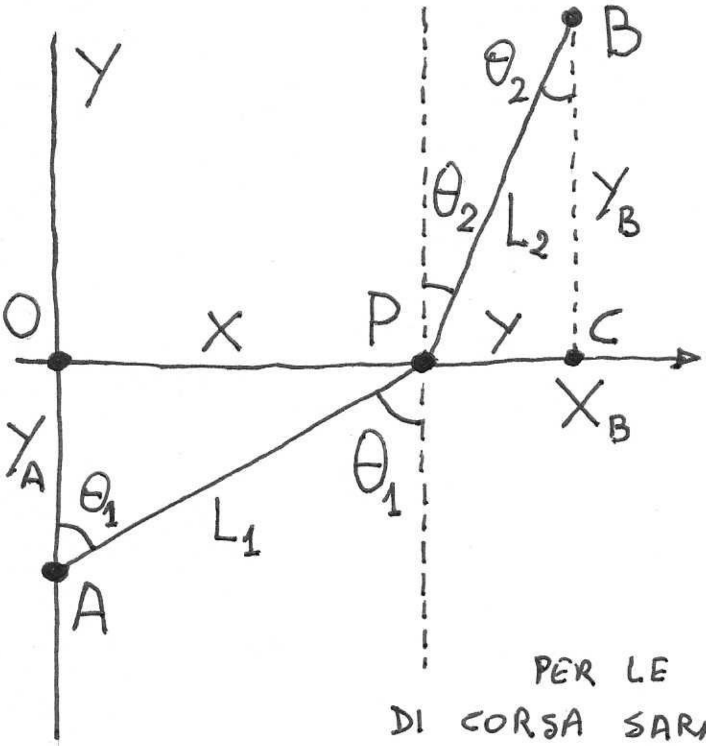
B



CHIAMIAMO P IL PUNTO DELLA BATTIGIA DOVE SI PASSA DALLA CORSA AL NUOTO. L_1, CHE È LA LUNGHEZZA DI $\overline{AP}$ È LA DISTANZA DA PERCORRERE DI CORSA. L_2, CHE È LA LUNGHEZZA DI $\overline{PB}$ È LA DISTANZA DA PERCORRERE A NUOTO.

CHIAMIAMO X LA LUNGHEZZA DI $\overline{OP}$. SE C È IL PUNTO DI ASCISSA X_B ALLORA $Y=(X_B-X)$ È LA LUNGHEZZA DI $\overline{PC}$.

PER LE LEGGI DEL MOTO UNIFORME IL TEMPO DI CORSA SARÀ $t_1 = L_1/V_1$ E IL TEMPO DI NUOTO SARÀ $t_2 = L_2/V_2$ QUINDI PER IL TEMPO TOTALE:

$$t = t_1 + t_2 = \frac{L_1}{V_1} + \frac{L_2}{V_2} = \frac{\sqrt{Y_A^2+X^2}}{V_1} + \frac{\sqrt{Y_B^2+(X_B-X)^2}}{V_2}$$

TEOREMA DI PITAGORA

PER TROVARE IL TEMPO MINIMO DERIVO RISPETTO A X E PONGO $=0$

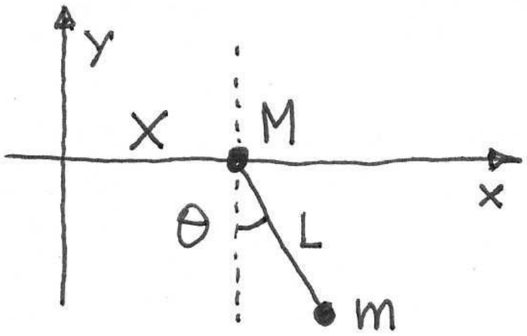
$$\frac{dt}{dx} = 0 \rightarrow \frac{1}{V_1}\frac{\cancel{2}X}{\cancel{2}\sqrt{Y_A^2+X^2}} + \frac{1}{V_2}\frac{-\cancel{2}(X_B-X)}{\cancel{2}\sqrt{Y_B^2+(X_B-X)^2}} = 0$$

$$\frac{1}{V_1}\frac{X}{L_1} - \frac{1}{V_2}\frac{Y}{L_2} = 0$$

MA $X = L_1 \sin\theta_1$
$Y = L_2 \sin\theta_2$

$$\frac{1}{V_1}\frac{\cancel{L_1}\sin\theta_1}{\cancel{L_1}} = \frac{1}{V_2}\frac{\cancel{L_2}\sin\theta_2}{\cancel{L_2}}$$

E QUINDI $$\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = \frac{V_1}{V_2}$$



SIA $(X,0)$ LA POSIZIONE DI M. QUELLA DI m È $(x,y)=(X+L\sin\theta,-L\cos\theta)$

SI HA QUINDI $V_M=(\dot X,0)$ $v_m=(\dot X+L\cos\theta\dot\theta,\ L\sin\theta\dot\theta)$

– IN ASSENZA DI FORZE ESTERNE ORIZZONTALI $P_x=0$ SI CONSERVA, QUINDI $mV_{m_x}+MV_{M_x}=0$

CIOÈ $m\dot X+mL\cos\theta\dot\theta+M\dot X=0\rightarrow$

$$\rightarrow(m+M)\dot X=-mL\cos\theta\dot\theta\rightarrow\dot X=-\frac{m}{m+M}L\cos\theta\dot\theta\quad(1)$$

– IL SISTEMA È CONSERVATIVO E HA 1 GRADO DI LIBERTÀ SCRIVIAMO E

$U=mgy=-mgL\cos\theta$ E SICCOME θ È PICCOLO $U\simeq\underbrace{\cancel{-mgL}}_{\text{COSTANTE}}+mgL\frac{\theta^2}{2}$

PER CUI $U\simeq mgL\,\theta^2/2$.

$$K=\frac{1}{2}mV_m^2+\frac{1}{2}MV_M^2=\frac{1}{2}m\left(\dot X^2+L^2\cos^2\theta\dot\theta^2+2\dot XL\cos\theta\dot\theta+L^2\sin^2\theta\dot\theta^2\right)+\frac{1}{2}M\dot X^2=$$

$$=\frac{1}{2}m\dot X^2+\frac{1}{2}M\dot X^2+\frac{1}{2}mL^2\dot\theta^2+m\dot XL\cos\theta\dot\theta$$ USIAMO LA (1), SOSTITUIAMO $\dot X$

$$K=\frac{1}{2}\cancel{(m+M)}\frac{m^2}{(m+M)^{\cancel{2}}}L^2\cos^2\theta\dot\theta^2+\frac{1}{2}mL^2\dot\theta^2-\frac{m^2}{(M+M)}L^2\cos^2\theta\dot\theta^2$$

$$K=-\frac{1}{2}\frac{m^2L^2}{(m+M)}\cos^2\theta\dot\theta^2+\frac{1}{2}mL^2\dot\theta^2$$ ORA $\cos^2\theta\dot\theta^2=\dot\theta^2$ A PARTE INFINITESIMI DEL 4° ORDINE

$$K=\frac{mL^2}{2}\left(\frac{-m}{m+M}+1\right)\dot\theta^2=\frac{1}{2}\frac{mM}{(m+M)}L^2\dot\theta^2$$ E QUINDI

$$E=U+K=\frac{1}{2}mgL\theta^2+\frac{1}{2}\frac{mM}{(m+M)}L^2\dot\theta^2$$ SCRIVIAMO LA CONSERVAZIONE DI E

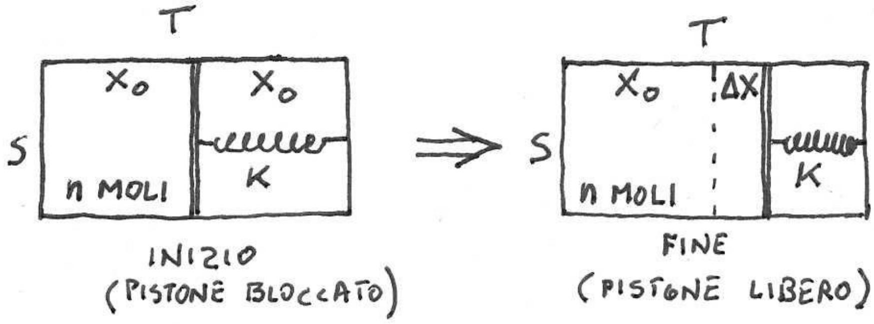
$$\frac{dE}{dt}=0\quad\cancel{mL}\left(\frac{1}{\cancel{2}}g\cancel{2}\theta+\frac{1}{\cancel{2}}\frac{ML}{(m+M)}\cancel{2}\ddot\theta\right)\cancel{\dot\theta}=0$$

$$\ddot\theta+\frac{(m+M)g}{ML}\theta=0$$

CHE È L'EQUAZIONE DI UN OSCILLATORE ARMONICO CON $\omega=\sqrt{\frac{(m+M)g}{ML}}$

PER CUI $T=\frac{2\pi}{\omega}$

$$T=2\pi\sqrt{\frac{ML}{(m+M)g}}$$



SIA S LA SEZIONE DEL CILINDRO, X_0 LA LUNGHEZZA DI OGNUNA DELLE DUE METÀ, $n=1$ IL NUMERO DELLE MOLI DI GAS

APPLICHIAMO IL 1° PRINCIPIO AL GAS TRA L'INIZIO E LA FINE $\Delta U = Q + W$
MA $\Delta U = 0$ PERCHÈ LA TEMPERATURA È LA STESSA. L'UNICO LAVORO È SVOLTO DALLA MOLLA $W = -\Delta U_{MOLLA} = -\frac{1}{2} K \Delta X^2 \rightarrow Q = -W = \frac{1}{2} K \Delta X^2$
IL CALORE È FORNITO AL GAS DAL TERMOSTATO, QUINDI $Q_T = -Q$, $Q_T = -\frac{1}{2} K \Delta X^2$, PER CUI LA VARIAZIONE DI ENTROPIA DEL TERMOSTATO, CHE COSTITUISCE IL "RESTO DEL MONDO" VALE $\Delta S_T = \frac{Q_T}{T} = -\frac{K \Delta X^2}{2T}$ (1)

LA VARIAZIONE DI ENTROPIA DEL GAS, A T INVARIATA, SI SCRIVE

$$\Delta S_{GAS} = nR \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right) = nR \ln\left(\frac{\cancel{S}(X_0 + \Delta X)}{\cancel{S} X_0}\right) = nR \ln\left(1 + \frac{\Delta X}{X_0}\right) \quad (2)$$

CI OCCORRE QUINDI X_0. USIAMO L'EQUAZIONE DI STATO DEI GAS PERFETTI NELLO STATO FINALE. LA PRESSIONE È DATA DALLA FORZA ELASTICA DELLA MOLLA $P = \frac{F_{MOLLA}}{S} = \frac{K\Delta X}{S} \Rightarrow \frac{K \Delta X}{\cancel{S}} \cdot \cancel{S}(X_0 + \Delta X) = nRT$

$$X_0 + \Delta X = \frac{nRT}{K \Delta X} \qquad X_0 = \frac{nRT}{K \Delta X} - \Delta X \quad (3)$$

INSERENDO I DATI NUMERICI $n=1$, $R = 8{,}314\ J/mol \cdot K$, $T = 300K$, $K = 22674\ N/m$ E $\Delta X = 0{,}1\ m$ SI OTTIENE: $X_0 = 1m$. QUESTO VALORE INSERITO NELLA (2) DA: $\Delta S_{GAS} = R \ln(1{,}1)$ (4)

UNIAMO ORA LA (1) E LA (4)

$$\Delta S_U = \Delta S_T + \Delta S_{GAS} = -\frac{K \Delta X^2}{2T} + R \ln(1{,}1) \simeq (-0{,}3779 + 0{,}7924)\ J/K$$

$\Delta S_U = +0{,}4145\ J/K$ IL PROCESSO È IRREVERSIBILE. $(\Delta S_U > 0)$