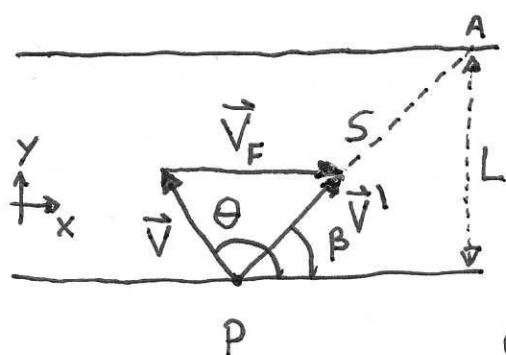




SIA P IL PUNTO DI PARTENZA ED A QUELLO DI ARRIVO. $\vec{V}$ È LA VELOCITÀ DELLA BARCA RISPETTO ALL'ACQUA, LA CUI DIREZIONE È QUELLA IN CUI PUNTA LA BARCA. $V = |\vec{V}| = 3 \text{ m/s}$
 $\vec{V}_F$ È LA VELOCITÀ DEL FIUME

① $\vec{V}' = \vec{V} + \vec{V}_F$ È LA VELOCITÀ DELLA BARCA RISPETTO ALLA RIVA DEL FIUME. θ È L'ANGOLO RICHIESTO AL PUNTO a), LA LUNGHEZZA DEL SEGMENTO $\overline{PA}$ È LO SPAZIO RICHIESTO AL PUNTO b). PROIETTANDO SU X E Y LA ①

$$\begin{cases} V'_x = V_x + V_{Fx} = V \cos \theta + V_F \\ V'_y = V_y + V_{Fy} = V \sin \theta \end{cases}$$

VISTO CHE $V = 3 \text{ m/s}$ E $V_F = 5 \text{ m/s}$ SI HA CHE $V'_x > 0$ SEMPRE, QUALUNQUE SIA θ

SE $V'_x > 0$ SI HA $\beta < \frac{\pi}{2}$ E PER LO SPAZIO PERCORSO $S = \frac{L}{\sin \beta}$

PER CUI SE SI VUOLE S MINIMO BISOGNA CHE SIA $\sin \beta$ MASSIMO CHE EQUIVALE A β MASSIMO CHE EQUIVALE A $\tan \beta$ MASSIMO (SONO TUTTE E 3 FUNZIONI MONOTONE CRESCENTI IN $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$)

$$\tan \beta = \frac{V'_y}{V'_x} = \frac{V \sin \theta}{V \cos \theta + V_F} \rightarrow \text{PER TROVARNE IL MASSIMO} \quad \frac{d}{d\theta} \tan \beta = 0$$

$$\frac{V \cos \theta (V \cos \theta + V_F) - V \sin \theta \cdot (-V \sin \theta)}{(V \cos \theta + V_F)^2} = 0 \rightarrow V \cos^2 \theta + V V_F \cos \theta + V^2 \sin^2 \theta = 0$$

$$\rightarrow V + V_F \cos \theta = 0 \quad \text{a) } \boxed{\cos \theta = -\frac{V}{V_F} = -\frac{3}{5}} \rightarrow \sin \theta = \sqrt{1 - \cos^2 \theta} = \frac{4}{5}$$

TROVIAMO IL MODULO DELLA VELOCITÀ $|\vec{V}'|$

$$V' = \sqrt{V'^2_x + V'^2_y} = \sqrt{V^2 \cos^2 \theta + V_F^2 + 2V V_F \cos \theta + V^2 \sin^2 \theta} = \sqrt{V^2 + V_F^2 + 2V V_F \cos \theta} =$$

$$= \sqrt{9 + 25 + 2 \cdot 3 \cdot 5 \left(-\frac{3}{5}\right)} \text{ m/s} = \sqrt{16} \text{ m/s} = 4 \text{ m/s}$$

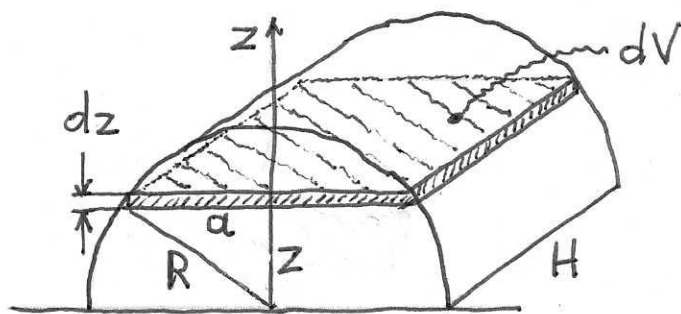
$$\text{DA CUI } \sin \beta = \frac{V'_y}{V'} = \frac{V \sin \theta}{V'} = \frac{3 \text{ m/s} \cdot \frac{4}{5}}{4 \text{ m/s}} = \frac{3}{5}$$

PER LO SPAZIO PERCORSO

$$S = \frac{L}{\sin \beta} = \frac{300 \text{ m}}{3/5} = \frac{5}{3} \cdot 300 \text{ m} = \boxed{500 \text{ m} = S} \quad \text{b)}$$

PER IL TEMPO IMPIEGATO

$$t = \frac{S}{V'} = \frac{500 \text{ m}}{4 \text{ m/s}} \rightarrow \boxed{t = 125 \text{ s}} \quad \text{c)}$$

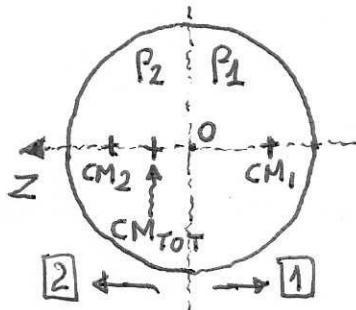


TROVIAMO L'ALTEZZA DEL CENTRO DI MASSA DI UN SEMICILINDRO PIENO [VEDI ANCHE APPELLO 4 2019/20] DIVIDIAMOLO IN FETTE DI ALTEZZA dz A QUOTA z CON VOLUME $dV = 2\pi R \cdot H \cdot dz = 2\sqrt{R^2 - z^2} H dz$, SIA M LA MASSA, SI HA $\rho = \frac{dm}{dV} = \frac{M}{V} = \frac{2M}{\pi R^2 H}$ E QUINDI

$$dm = \rho dV = \frac{2M}{\pi R^2 H} \cdot 2\sqrt{R^2 - z^2} H dz = \frac{4M}{\pi R^2} \sqrt{R^2 - z^2} dz. \quad Z_{CM} = \frac{1}{M} \int z dm$$

$$Z_{CM} = \frac{1}{M} \cdot \frac{4M}{\pi R^2} \int_0^R z \sqrt{R^2 - z^2} dz = \frac{2}{\pi R^2} \int_0^R \sqrt{u} du = \frac{2}{\pi R^2} \left[\frac{2}{3} u^{\frac{3}{2}} \right]_0^R = \frac{4R}{3\pi}$$

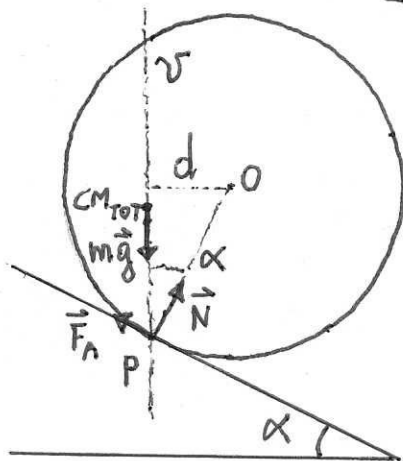
$u = R^2 - z^2$



QUINDI LA POSIZIONE DEI C.M. DEI DUE SEMICILINDRI È $Z(CM_1) = -\frac{4R}{3\pi}$ E $Z(CM_2) = +\frac{4R}{3\pi}$. LA POSIZIONE DEL C.M. TOTALE DEL CILINDRO, CHE È ANCHE LA SUA DISTANZA DAL CENTRO O SI TROVA CON LA FORMULA

$$Z(CM_{TOT}) = \frac{Z(CM_1) m_1 + Z(CM_2) m_2}{m_1 + m_2} = \left[\begin{array}{l} m_1 \text{ E } m_2 \text{ SONO} \\ \text{LE MASSE DEI} \\ \text{SEMICILINDRI E } V \\ \text{È IL VOLUME TOTALE} \\ \text{DEL CILINDRO} \end{array} \right]$$

$$= Z(CM_{TOT}) = \frac{-\frac{4R}{3\pi} P_1 \frac{V}{2} + \frac{4R}{3\pi} P_2 \frac{V}{2}}{P_1 \frac{V}{2} + P_2 \frac{V}{2}} = \frac{4R}{3\pi} \frac{(P_2 - P_1)}{(P_2 + P_1)}$$



IMPONIAMO L'EQUILIBRIO DEL CILINDRO SUL PIANO INCLINATO. È NECESSARIO CHE LA SOMMA DEI MOMENTI MECCANICI DELLE TRE FORZE PRESENTI ($\vec{N}$, $\vec{F}_a$ E $m\vec{g}$) FACCIA ZERO. SCEGLIENDO IL PUNTO DI CONTATTO P COME POLO È EVIDENTE CHE IL CENTRO DI MASSA DEVE TROVARSI SULLA RETTA VERTICALE v CHE PASSA PER P (ALTRIMENTI IL MOMENTO DELLA FORZA PESO È $\neq 0$).

SIA d LA DISTANZA DEL CENTRO O DALLA RETTA v . $Z(CM_{TOT})$ È LA DISTANZA DEL CM_{TOT} DAL CENTRO O. IL CM PUÒ TROVARSI SULLA RETTA v SOLO SE $Z(CM_{TOT}) \geq d$, QUINDI VISTO CHE $d = R \sin \alpha$

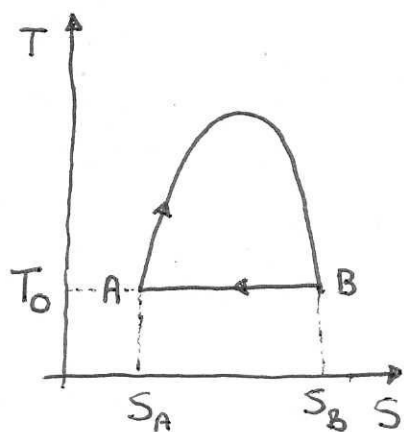
$$\text{EQUILIBRIO} \rightarrow \frac{4R}{3\pi} \frac{(P_2 - P_1)}{(P_2 + P_1)} \geq R \sin \alpha \rightarrow 4P_2 - 4P_1 \geq 3\pi \sin \alpha P_2 + 3\pi \sin \alpha P_1 \rightarrow$$

$\rightarrow P_2(4 - 3\pi \sin \alpha) \geq P_1(4 + 3\pi \sin \alpha)$ È IMMEDIATO VEDERE CHE QUESTA CONDIZIONE PER L'EQUILIBRIO È IMPOSSIBILE SE $(4 - 3\pi \sin \alpha)$ È NEGATIVO [SI AVREBBE UN NUMERO NEGATIVO MAGGIORE DI UNO POSITIVO]. ALLORA

$$\text{EQUILIBRIO IMPOSSIBILE} \rightarrow 4 - 3\pi \sin \alpha < 0 \rightarrow \sin \alpha > \frac{4}{3\pi}$$

PER CUI

$$\alpha_0 = \arcsin\left(\frac{4}{3\pi}\right)$$



SUL PIANO T-S L'ISOTERMA $T=T_0$ È UNA RETTA ORIZZONTALE E LA TRASFORMAZIONE $T=T_0(-k^2 S^2 + 3kS - 1)$ È UNA PARABOLA CON LA CONCAVITÀ VERSO IL BASSO. PER AVERE UNA MACCHINA TERMICA, E NON UN FRIGORIFERO, IL CICLO DEVE ESSERE PERCORSO IN SENSO ORARIO [VEDI FIGURA].

È NECESSARIO TROVARE LE ASCISSE DEI PUNTI A E B, IMPONIAMO ISOTERMA = PARABOLA

$$T_0 = T_0(-k^2 S^2 + 3kS - 1) \rightarrow k^2 S^2 - 3kS + 2 = 0$$

$$S = \frac{3k \pm \sqrt{9k^2 - 4 \cdot 2 \cdot k^2}}{2k^2} = \frac{3}{2k} \pm \frac{1}{2k} \rightarrow S_A = \frac{1}{k} \quad S_B = \frac{2}{k}$$

VISTO CHE $dS = \frac{dQ}{T} \rightarrow dQ = T dS$ NOTIAMO CHE $dQ > 0$ SE $dS > 0$, CIOÈ Q È POSITIVO SE S CRESCE E Q È NEGATIVO SE S DIMINUISCE. SI HA QUINDI Q_C SULLA PARABOLA E Q_F SULLA ISOTERMA.

$$Q_C = \int_{S_A}^{S_B} T dS = \int_{S_A}^{S_B} T_0(-k^2 S^2 + 3kS - 1) dS = T_0 \left[-k^2 \frac{S^3}{3} + 3k \frac{S^2}{2} - S \right]_{\frac{1}{k}}^{\frac{2}{k}} =$$

$$= T_0 \left(-\frac{k^2}{3} \left(\frac{8}{k^3} - \frac{1}{k^3} \right) + \frac{3k}{2} \left(\frac{4}{k^2} - \frac{1}{k^2} \right) - \left(\frac{2}{k} - \frac{1}{k} \right) \right) = \frac{T_0}{k} \left(-\frac{7}{3} + \frac{9}{2} - 1 \right) =$$

$$= \frac{T_0}{k} \left(\frac{-14 + 27 - 6}{6} \right) = \frac{7}{6} \frac{T_0}{k}$$

$$Q_F = \left| \int_{S_B}^{S_A} T dS \right| = T_0(S_B - S_A) = \frac{T_0}{k}$$

QUINDI

$$\varepsilon = 1 - \frac{Q_F}{Q_C} = 1 - \frac{\frac{T_0}{k}}{\frac{7}{6} \frac{T_0}{k}} = 1 - \frac{6}{7} = \frac{1}{7}$$

$$\boxed{\varepsilon = \frac{1}{7} \approx 14,3\%}$$