

$$a) \quad P \Delta t = \Delta E = \frac{1}{2} m V_2^2 - \frac{1}{2} m V_1^2 = m \frac{(V_2^2 - V_1^2)}{2}$$

$$\text{QUINDI} \quad m = \frac{2 P \Delta t}{(V_2^2 - V_1^2)} \approx 2,06 \cdot 10^6 \text{ Kg}$$

b) DETTA F LA FORZA E V LA VELOCITÀ
 $P = F \cdot V$ QUINDI $F = \frac{P}{V}$ E PER IL 2° PRINCIPIO

$$\frac{P}{V} = m \frac{dV}{dt} \quad P \int_0^t dt = m \int_{V_1}^V V dV \quad P t = \frac{m}{2} (V^2 - V_1^2)$$

$$V^2 = V_1^2 + \frac{2 P t}{m} \quad V = \sqrt{V_1^2 + \frac{2 P t}{m}} = \sqrt{V_1^2 + \frac{(V_2^2 - V_1^2) t}{\Delta t}}$$

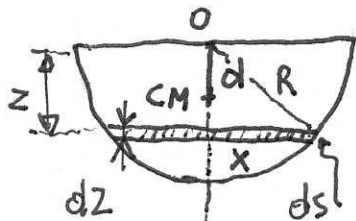
$$c) \quad F = \frac{P}{V} = \frac{P}{\sqrt{V_1^2 + \frac{2 P t}{m}}} = \frac{P}{\sqrt{V_1^2 + \frac{(V_2^2 - V_1^2) t}{\Delta t}}}$$

$$\begin{aligned} d) \quad D &= \int_0^{\Delta t} V dt = \int_0^{\Delta t} \sqrt{V_1^2 + \frac{(V_2^2 - V_1^2) t}{\Delta t}} dt = \\ &= \frac{2}{3} \frac{\Delta t}{(V_2^2 - V_1^2)} \left[\left(V_1^2 + \frac{(V_2^2 - V_1^2) t}{\Delta t} \right)^{3/2} \right]_0^{\Delta t} = \\ &= \frac{2}{3} \frac{\Delta t}{(V_2^2 - V_1^2)} \left(\left(V_1^2 + \frac{V_2^2 - V_1^2}{\Delta t} \Delta t \right)^{3/2} - (V_1^2)^{3/2} \right) = \\ &= \frac{2}{3} \frac{\Delta t}{(V_2^2 - V_1^2)} (V_2^3 - V_1^3) \end{aligned}$$

CHE SI PUO' ANCHE SEMPLIFICARE ULTERIORMENTE
 VISTO CHE $(V_2^2 - V_1^2) = (V_2 + V_1)(V_2 - V_1)$

ED ANCHE $(V_2^3 - V_1^3) = (V_2 - V_1)(V_2^2 + V_2 V_1 + V_1^2)$

$$D = \frac{2}{3} \frac{(V_2^2 + V_2 V_1 + V_1^2)}{(V_2 + V_1)} \Delta t \approx 6,7 \text{ Km}$$



CALCOLIAMO LA DISTANZA d TRA O ED IL CENTRO DI MASSA $\sigma = \frac{dm}{ds} = \frac{2m}{\pi R^2}$ DENSITÀ SUP. DI MASSA

QUINDI $dm = \sigma ds$

DOVE $ds = 2x dz = 2\sqrt{R^2 - z^2} dz$

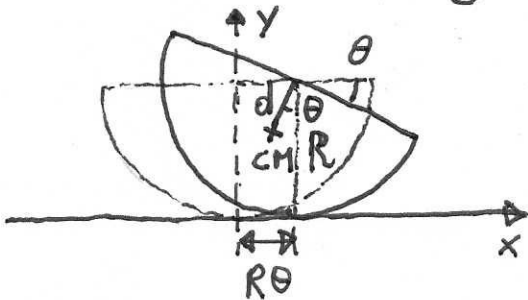
$$d = \frac{\int z dm}{m} = \frac{4}{\pi R^2} \int_0^R z \sqrt{R^2 - z^2} dz = \frac{4}{\pi R^2} \int_0^R \sqrt{R^2 - z^2} \cdot \frac{1}{2} d(z^2) =$$

$$= \frac{2}{\pi R^2} \int_0^{R^2} \sqrt{R^2 - t} dt = \frac{2}{\pi R^2} \int_0^{R^2} \sqrt{u} du = \frac{2}{\pi R^2} \left[\frac{2}{3} u^{3/2} \right]_0^{R^2} = \frac{4R}{3\pi} \leftarrow d$$

$u = R^2 - t$

ORA CALCOLIAMO IL MOMENTO D'INERZIA RISPETTO AL CENTRO DI MASSA UTILIZZANDO IL TEOREMA DI STEINER $I_0 = I_{cm} + md^2$

$$I_{cm} = I_0 - md^2 = \frac{1}{2} m R^2 - \frac{16}{9\pi^2} m R^2 = \frac{(9\pi^2 - 32)}{18\pi^2} m R^2$$



- SCRIVIAMO LE COORDINATE DEL CENTRO DI MASSA $\begin{cases} x_{cm} = R\theta - d\sin\theta \\ y_{cm} = R - d\cos\theta \end{cases}$

- E CALCOLIAMONE LE DERIVATE $\begin{cases} \dot{x}_{cm} = R\dot{\theta} - d\cos\theta\dot{\theta} \\ \dot{y}_{cm} = d\sin\theta\dot{\theta} \end{cases}$

- UTILIZZIAMO IL 2° TEOREMA DI KOENIG PER SCRIVERE L'ENERGIA CINETICA

$$E = K + U = \frac{1}{2} m (\dot{x}_{cm}^2 + \dot{y}_{cm}^2) + \frac{1}{2} I_{cm} \dot{\theta}^2 + mgy_{cm} =$$

$$= \frac{1}{2} m (R^2 \dot{\theta}^2 + d^2 \cos^2 \theta \dot{\theta}^2 - 2Rd \cos \theta \dot{\theta}^2 + d^2 \sin^2 \theta \dot{\theta}^2) + \frac{1}{2} I_{cm} \dot{\theta}^2 + mgR - mgd \cos \theta =$$

$$= \frac{1}{2} [m(R^2 + d^2 - 2Rd \cos \theta) + I_{cm}] \dot{\theta}^2 + mgR - mgd \cos \theta = 0$$

≈ 1

MA IN QUESTO PROBLEMA L'ENERGIA MECCANICA SI CONSERVA, QUINDI

$$\frac{dE}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{1}{2} [m(R-d)^2 + I_{cm}] 2\dot{\theta}\ddot{\theta} + mgd \sin \theta \dot{\theta} = 0$$

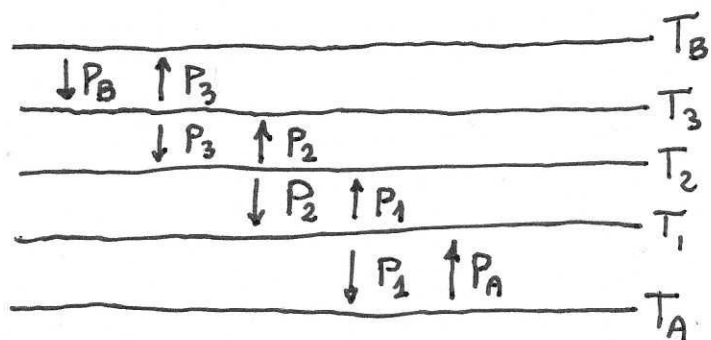
$$\sin \theta \approx \theta \quad \ddot{\theta} + \frac{mgd}{[m(R-d)^2 + I_{cm}]} \theta = 0$$

DA CUI

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m(R-d)^2 + I_{cm}}{mgd}}$$

CHE SOSTITUENDO d E I_{cm} , DOPO QUALCHE PASSAGGIO DIVENTA

$$T = \pi \sqrt{\frac{9\pi - 16}{2}} \sqrt{\frac{R}{g}}$$



SIANO T_1, T_2 E T_3 LE TEMPERATURE DELLE LASTRE INTERMEDIE
LA POTENZA TERMICA IRRAGGIATA PER OGNI FACCIA DI OGNI LASTRA VALE $P_i = \sigma \epsilon A T_i^4 \quad i=A,B,1,2,3$

ALL' EQUILIBRIO LA POTENZA ASSORBITA DA OGNI LASTRA DEVE ESSERE UGUALE ALLA POTENZA EMESSA

$$\begin{aligned} \text{LASTRA 1} & \left\{ \begin{aligned} P_A + P_2 &= 2P_1 \rightarrow P_A + P_2 = 2(2P_2 - P_3) = 4P_2 - 2P_3 = 4P_2 - P_2 - P_B \quad * \\ P_1 + P_3 &= 2P_2 \rightarrow P_1 = 2P_2 - P_3 \quad \uparrow \end{aligned} \right. \\ \text{LASTRA 2} & \\ \text{LASTRA 3} & \left\{ \begin{aligned} P_2 + P_B &= 2P_3 \end{aligned} \right. \end{aligned}$$

$$* 2P_2 = P_A + P_B \quad P_2 = \frac{P_A + P_B}{2} \quad \begin{array}{l} \text{E SOSTITUENDO} \\ \text{NELLA 1 E} \\ \text{NELLA 3} \end{array} \quad P_1 = \frac{3P_A + P_B}{4} \quad P_3 = \frac{P_A + 3P_B}{4}$$

a) QUINDI

$$T_1 = \sqrt[4]{\frac{3T_A^4 + T_B^4}{4}} \approx 54,4^\circ\text{C}$$

$$T_2 = \sqrt[4]{\frac{T_A^4 + T_B^4}{2}} \approx 80,5^\circ\text{C}$$

$$T_3 = \sqrt[4]{\frac{T_A^4 + 3T_B^4}{4}} \approx 101,8^\circ\text{C}$$

b) IL CALORE DA RIMUOVERE DA PARTE DEL RAFFREDDAMENTO DELLA LASTRA A PRIMA DELL'INSERZIONE DI 1, 2 E 3 ERA

$$\frac{dQ}{dt} \text{ PRIMA} = P_B - P_A$$

DOPO L'INSERZIONE

$$\frac{dQ}{dt} \text{ DOPO} = P_1 - P_A = \frac{3}{4}P_A + \frac{1}{4}P_B - P_A = \frac{1}{4}(P_B - P_A)$$

E QUINDI E' DIMINUITO DI UN FATTORE 4