

DURANTE LE COLLISIONI I CENTRI DELLE TRE PALLE FORMANO UN TRIANGOLO EQUILATERO. LE FORZE NORMALI SCAMBIATE TRA 1 E 2 E TRA 1 E 3 SONO QUINDI DIRETTE A $\pm 30^\circ$ RISPETTO ALL'ASSE Y, COME LE VELOCITÀ FINALI $\vec{v}_2$ E $\vec{v}_3$. SI HA QUINDI $\vec{v}_2 = v_2 \left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$ $\vec{v}_3 = v_3 \left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$

ESAMINIAMO IL PRIMO URTO. SIA $\vec{v}_i$ [i =INTERMEDIA] LA VELOCITÀ DI 1 DOPO L'URTO CON 2. PER CONSERVAZIONE DELLA QUANTITÀ DI MOTO $\vec{v}_i = \vec{v}_0 - \vec{v}_2$

CIOÈ $\vec{v}_i = \left(-\frac{v_2}{2}, v_0 - \frac{v_2 \sqrt{3}}{2} \right)$ ① PER CONSERVAZIONE DI E SI HA:

$$\frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} m v_i^2 + \frac{1}{2} m v_2^2 ; v_0^2 = \frac{1}{4} v_2^2 + v_0^2 + \frac{3}{4} v_2^2 - \sqrt{3} v_0 v_2 + v_2^2$$

$$2 v_2 - \sqrt{3} v_0 v_2 = 0 \quad v_2 = v_0 \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \text{E SOSTITUENDO NELLA ①} \quad v_i = v_0 \left(-\frac{\sqrt{3}}{4}, \frac{1}{4} \right)$$

PROCEDIAMO A RISOLVERE ORA ~~IL PRIMO~~ IL SECONDO URTO CON LO STESSO METODO. CHIAMIAMO $\vec{v}_1$ LA VELOCITÀ FINALE DI 1.

PER CONSERVAZIONE DELLA QUANTITÀ DI MOTO $m \vec{v}_1 = m \vec{v}_i - m \vec{v}_3$

$$\text{CIOÈ } \vec{v}_1 = \left(-v_0 \frac{\sqrt{3}}{4} + v_3 \frac{1}{2}, v_0 \frac{1}{4} - v_3 \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \text{ ②}$$

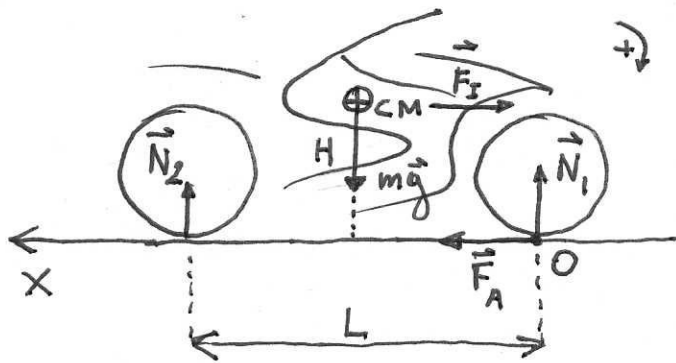
PER CONSERVAZIONE DI E SI HA: $\frac{1}{2} m v_i^2 = \frac{1}{2} m v_1^2 + \frac{1}{2} m v_3^2$ CIOÈ

$$v_0^2 \left(\frac{3}{16} + \frac{1}{16} \right) = v_0^2 \frac{3}{16} + v_3^2 \frac{1}{4} - v_0 v_3 \frac{\sqrt{3}}{4} + v_0^2 \frac{1}{16} + v_3^2 \frac{3}{4} - v_0 v_3 \frac{\sqrt{3}}{4} + v_3^2$$

$$2 v_3^2 - v_0 v_3 \frac{\sqrt{3}}{2} = 0 \quad v_3 = v_0 \frac{\sqrt{3}}{4} \quad \text{E SOSTITUENDO NELLA ②}$$

$$\vec{v}_1 = \left(-v_0 \frac{\sqrt{3}}{4} + v_0 \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{1}{2}, v_0 \frac{1}{4} - v_0 \frac{\sqrt{3}}{4} \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

$$\vec{v}_1 = v_0 \left(-\frac{\sqrt{3}}{8}, -\frac{1}{8} \right)$$



PRENDIAMO COME SISTEMA MECCANICO IL VEICOLO (+ IL PILOTA). LE FORZE ESTERNE SONO 1) FORZA PESO 2) LE FORZE NORMALI SULLE DUE RUOTE 3) LA FORZA D'ATTRITO SULLA RUOTA ANTERIORE DOVUTA ALLA FRENATA. DETTA a_x LA DECELERAZIONE SI HA $ma_x = F_A$

PASSIAMO ORA NEL SISTEMA DI RIFERIMENTO SOLIDALE ALLA MOTO ED AGGIUNGIAMO LA FORZA D'INERZIA $\vec{F}_I = -m\vec{a}$ IN QUESTO S.R. LA MOTO E' FERMA, QUINDI LA SOMMA DELLE FORZE ESTERNE LUNGO X, LUNGO Y E LA SOMMA DEI MOMENTI MECCANICI [POLO O] FANNO ZERO

$$F_A - F_I = 0 \rightarrow F_I = F_A ; N_1 + N_2 = mg ; F_I H + N_2 L - mg \frac{L}{2} = 0$$

DALLA TERZA: $N_2 = \frac{mg}{2} - \frac{F_A H}{L}$ USIAMO LA SECONDA $N_1 = \frac{mg}{2} + \frac{F_A H}{L}$
E LA PRIMA

IMPONIAMO LE CONDIZIONI RICHIESTE NEL TESTO:

a) $F_A \leq \mu_s N_1$ $F_A \leq \mu_s \frac{mg}{2} + \mu_s \frac{F_A H}{L}$ $F_A \left(1 - \frac{\mu_s H}{L}\right) \leq \mu_s \frac{mg}{2}$

E RICORDANDO CHE $F_A = ma_x$

$$a_x \leq \frac{\mu_s g}{2 \left(1 - \mu_s \frac{H}{L}\right)} \quad (1)$$

b) $N_2 \geq 0$ $\frac{mg}{2} - \frac{F_A H}{L} \geq 0$ $F_A \leq \frac{mg L}{2H}$

$$a_x \leq \frac{gL}{2H} \quad (2)$$

RIPORTIAMO IN UN GRAFICO LE MAGGIORAZIONI (1) E (2) IN FUNZIONE DI H. DOVENDO ESSERE ENTRAMBE SODDISFATTE, LA MINORE DELLE DUE E' QUELLA CHE CONTA. I GRAFICI SONO SEMPLICI: SI TRATTA DI DUE IPERBOLI. IL VALORE MASSIMO SI HA QUANDO LE CONDIZIONI

(1) E (2) SI EQUIVALGONO. CIOE'

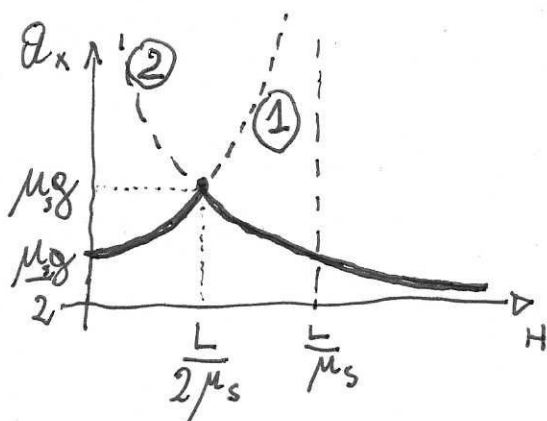
$$\frac{\mu_s g}{2 \left(1 - \mu_s \frac{H}{L}\right)} = \frac{gL}{2H}$$

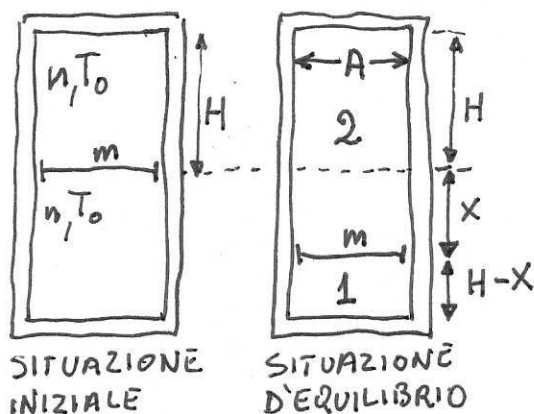
$$\mu_s H = L - \mu_s H$$

$$H = \frac{L}{2\mu_s}$$

ED IL VALORE MASSIMO DI a_x VALE:

$$a_x \left(\frac{L}{2\mu_s} \right) = \mu_s g$$





SICCOME IL PISTONE È TERMICAMENTE CONDOTTORE LA TEMPERATURA FINALE T_f È UNIFORME. APPLICHIAMO IL 1° PRINCIPIO A TUTTE LE $2n$ MOLI DI GAS. $Q=0$ PERCHÉ IL CILINDRO È ISOLATO. $W = mgx$ FATTO DALLA GRAVITÀ

$$\Delta U = Q + W \quad 2n c_v (T_f - T_0) = mgx$$

$$T_f - T_0 = \frac{mgx}{2.5Rn} \quad T_f = T_0 + \frac{mgx}{5nR}$$

DETTA A LA SEZIONE DEL CILINDRO I VOLUMI FINALI SONO

$$V_1 = A(H-x) \quad V_2 = A(H+x) \quad \text{E LE PRESSIONI FINALI}$$

$$P_1 = \frac{nRT_f}{V_1} = \frac{nRT_f}{A(H-x)} \quad P_2 = \frac{nRT_f}{V_2} = \frac{nRT_f}{A(H+x)}$$

IL CILINDRO SI TROVA IN EQUILIBRIO QUANDO

$$P_1 A - P_2 A - mg = 0 \quad nRT_f \left(\frac{1}{(H-x)} - \frac{1}{(H+x)} \right) = mg$$

$$nR \left(T_0 + \frac{mgx}{5nR} \right) \left(\frac{H+x-H-x}{H^2-x^2} \right) = mg$$

$$(nRT_0 + \frac{mgx}{5}) 2x = mg(H^2 - x^2)$$

$$\left(\frac{5nRT_0}{mg} + x \right) 2x = 5(H^2 - x^2)$$

$$\frac{10nRT_0}{mg} x + 2x^2 - 5H^2 + 5x^2 = 0$$

$$x^2 + \frac{10}{7} \frac{nRT_0}{mg} x - \frac{5}{7} H^2 = 0 \quad \text{E DEFINITO } K \equiv \frac{5}{7} \frac{nRT_0}{mg}$$

$$x^2 + 2Kx - \frac{5}{7} H^2 = 0$$

$$x = -K + \sqrt{K^2 + \frac{5}{7} H^2}$$

SE $m \rightarrow \infty$ ALLORA $K \rightarrow 0$ E SI HA

$$\lim_{m \rightarrow \infty} x = \sqrt{\frac{5}{7}} H$$