

SULLA x) $F_x = -\gamma V_x = m \dot{V}_x$ $\dot{V}_x + \frac{\gamma}{m} V_x = 0$ POLINOMIO CARATT. $\frac{\gamma}{m} + \frac{\gamma}{m} = 0$
 $\xi = -\frac{\gamma}{m} \rightarrow V_x = V_0 e^{-\frac{\gamma}{m} t}$ (a)

SULLA y) $\downarrow F_y = -\gamma V_y + mg = m \dot{V}_y$ $\dot{V}_y + \frac{\gamma}{m} V_y = g$ STESSO P.C. SOLUZIONE PARTICOLARE $\bar{V}_y = \frac{mg}{\gamma} \rightarrow V_y = K e^{-\frac{\gamma}{m} t} + \frac{mg}{\gamma}$ IMPONENDO $V_y(0) = 0$
 $K = -\frac{mg}{\gamma} \rightarrow V_y = \frac{mg}{\gamma} (1 - e^{-\frac{\gamma}{m} t})$ (b)

CON POCHI PASSAGGI IN PIÙ LE EQ. SI POTEVANO RISOLVERE ANCHE SEPARANDO LE VARIABILI.

ORA $\frac{d}{dt} |V| = 0 \rightarrow \frac{d}{dt} \sqrt{V^2} = 0 \rightarrow \frac{1}{2\sqrt{V^2}} \frac{dV^2}{dt} = 0 \rightarrow \frac{dV^2}{dt} = 0 \rightarrow \frac{d}{dt} (V_x^2 + V_y^2) = 0$

$$V_x^2 + V_y^2 = V_0^2 e^{-\frac{2\gamma}{m} t} + \frac{m^2 g^2}{\gamma^2} + \frac{m^2 g^2}{\gamma^2} e^{-\frac{2\gamma}{m} t} - 2 \frac{m^2 g^2}{\gamma^2} e^{-\frac{\gamma}{m} t} =$$

$$= \left(V_0^2 + \frac{m^2 g^2}{\gamma^2} \right) e^{-\frac{2\gamma}{m} t} - 2 \frac{m^2 g^2}{\gamma^2} e^{-\frac{\gamma}{m} t} + \frac{m^2 g^2}{\gamma^2} \quad (1)$$

$$\frac{d}{dt} (V^2) = 0 \rightarrow -2 \frac{\gamma}{m} \left(V_0^2 + \frac{m^2 g^2}{\gamma^2} \right) e^{-\frac{2\gamma}{m} t} + 2 \frac{m^2 g^2}{\gamma^2} \frac{\gamma}{m} e^{-\frac{\gamma}{m} t} = 0$$

$$2 e^{-\frac{\gamma}{m} t} \left[-\frac{\gamma}{m} \left(V_0^2 + \frac{m^2 g^2}{\gamma^2} \right) + \frac{m g^2}{\gamma} e^{+\frac{\gamma}{m} t} \right] = 0$$

$$\frac{m g^2}{\gamma} e^{+\frac{\gamma}{m} t} = \frac{m g^2}{\gamma} + \frac{\gamma V_0^2}{m} \quad e^{+\frac{\gamma}{m} t} = 1 + \left(\frac{\gamma V_0}{m g} \right)^2$$

(c) DA QUI $t = \frac{m}{\gamma} \ln \left(1 + \left(\frac{\gamma V_0}{m g} \right)^2 \right)$, $e^{-\frac{\gamma}{m} t} = \left(1 + \left(\frac{\gamma V_0}{m g} \right)^2 \right)^{-1}$, $e^{-\frac{2\gamma}{m} t} = \left(1 + \left(\frac{\gamma V_0}{m g} \right)^2 \right)^{-2}$

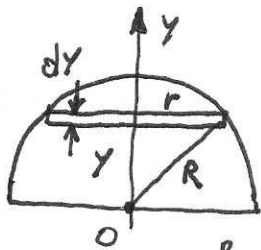
SOSTITUIAMO IN (1) CON $\left(V_0^2 + \frac{m^2 g^2}{\gamma^2} \right) = \frac{m^2 g^2}{\gamma^2} \left(1 + \left(\frac{\gamma V_0}{m g} \right)^2 \right)$

$$\frac{m^2 g^2}{\gamma^2} \left(1 + \left(\frac{\gamma V_0}{m g} \right)^2 \right) \left(1 + \left(\frac{\gamma V_0}{m g} \right)^2 \right)^{-2} - 2 \frac{m^2 g^2}{\gamma^2} \left(1 + \left(\frac{\gamma V_0}{m g} \right)^2 \right)^{-1} + \frac{m^2 g^2}{\gamma^2} = V_{MIN}^2$$

$$V_{MIN}^2 = \frac{m^2 g^2}{\gamma^2} \left(1 - \frac{1}{1 + \left(\frac{\gamma V_0}{m g} \right)^2} \right) = \frac{m^2 g^2}{\gamma^2} \left(\frac{1 + \left(\frac{\gamma V_0}{m g} \right)^2 - 1}{1 + \left(\frac{\gamma V_0}{m g} \right)^2} \right)$$

$$V_{MIN}^2 = \frac{V_0^2}{1 + \left(\frac{\gamma V_0}{m g} \right)^2}$$

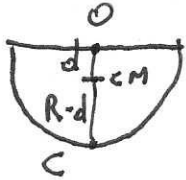
$$V_{MIN} = \frac{V_0}{\sqrt{1 + \left(\frac{\gamma V_0}{m g} \right)^2}} \quad (d)$$



$$r^2 = R^2 - y^2 \quad dm = \rho dV = \rho \pi r^2 dy = \rho \pi (R^2 - y^2) dy$$

$$d = \gamma_{cm} = \frac{\int y dm}{\int dm} \quad \text{MA} \int dm = \frac{1}{2} \rho \frac{4}{3} \pi R^3$$

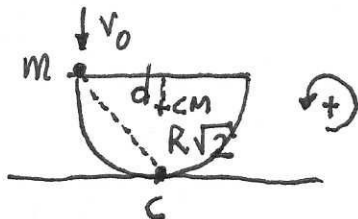
$$d = \frac{\rho \pi \int_0^R (R^2 y - y^3) dy}{\frac{2}{3} \rho \pi R^3} = \frac{\frac{3}{2} \left(\frac{R^4}{2} - \frac{R^4}{4} \right)}{R^3} = \frac{3}{8} R \quad (a)$$



$$I_0 = \frac{2}{5} MR^2 \quad I_0 = I_{cm} + d^2 M \quad I_{cm} = \frac{2}{5} MR^2 - \frac{9}{64} MR^2$$

$$I_c = I_{cm} + (R-d)^2 M = \frac{2}{5} MR^2 - \frac{9}{64} MR^2 + \frac{25}{64} MR^2$$

$$I_c = \left(\frac{2}{5} + \frac{16}{64} \right) MR^2 = \left(\frac{8+5}{20} \right) MR^2 = \frac{13}{20} MR^2 \quad (b)$$

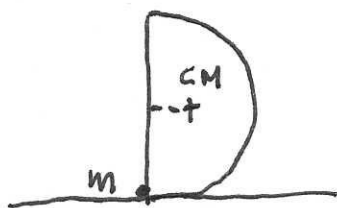


DURANTE L'URTO ANELASTICO LE FORZE IMPULSIVE ESTERNE SONO TUTTE APPLICATE NEL PUNTO C, DI CONSEGUENZA IL MOMENTO ANGOLARE RISPETTO A C SI CONSERVA.

IL MOMENTO D'INERZIA DEL SISTEMA DOPO L'URTO E'

$$I_s = \frac{13}{20} MR^2 + m(R\sqrt{2})^2 = \frac{13}{20} MR^2 + 2mR^2. \text{ DETTA } \omega \text{ LA SUA VELOCITA'}$$

ANGOLARE SI HA $mV_0 R = I_s \omega$



DOPO L'URTO NON CI SONO FORZE DISSIPATIVE QUINDI SI CONSERVA L'ENERGIA MECCANICA. COME SITUAZIONE FINALE PRENDIAMO QUELLA IN FIGURA CON IL SISTEMA FERMO, LA MASSA m E' SCESA DI R, LA MASSA M (IL SUO C.M.) E' SALITO DI d. IMPOSTIAMO $E_i = E_f$

$$\frac{1}{2} I_s \omega^2 + 0 = 0 - mgR + Mg d$$

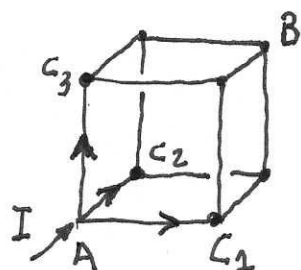
$$\text{MA } I_s \omega^2 = \frac{1}{I_s} I_s^2 \omega^2 = \frac{m^2 V_0^2 R^2}{I_s}$$

$$\frac{m^2 V_0^2 R^2}{2 \left(\frac{13}{20} MR^2 + 2mR^2 \right)} = g \left(\frac{3}{8} MR - mR \right)$$

$$V_0^2 = \frac{2gR}{m^2} \left(\frac{13}{20} M + 2m \right) \left(\frac{3}{8} M - m \right) \quad (c)$$

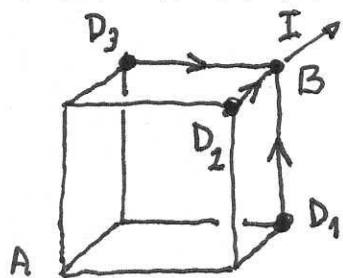
$$V_0 = \frac{1}{m} \sqrt{2gR \left(\frac{13}{20} M + 2m \right) \left(\frac{3}{8} M - m \right)}$$

E QUESTO E' IL VALORE MINIMO DI V_0 PER CUI SI HA UNA ROTAZIONE DI ALMENO 90° DELLA SEMISFERA



LA CORRENTE TERMICA I ENTRA NEL CUBO IN A. DA A IL CALORE PUO' ANDARE SOLO VERSO I VERTICI C_1, C_2 E C_3 . PER LA SIMMETRIA DEL CUBO I TRE PERCORSI SONO EQUIVALENTI, IN QUANTO I TRE PUNTI C_i DISTANO UNO SPIGOLO

DA A E UNA DIAGONALE DA B. QUINDI LA CORRENTE I SI DIVIDE IN 3 PARTI UGUALI $I/3$ CHE VANNO DA A AI PUNTI C_i . SICCOME OGNI SPIGOLO HA RESISTENZA TERMICA R I TRE VERTICI C_i SONO TUTTI ALLA STESSA TEMPERATURA $T_C = T_A - R \frac{I}{3}$. ESSENDO TUTTI E TRE



ALLA STESSA TEMPERATURA COSTANTE T_C ESSI POSSONO ESSERE CONSIDERATE PARTI DI UNO STESSO TERMOSTATO. STESSO DISCORSO PER I TRE VERTICI D_1, D_2 E D_3 . ESSI SONO ALLA STESSA

TEMPERATURA $T_D = T_B + R \frac{I}{3}$.

RIMANE SOLO DA NOTARE CHE OGNUNO DEI VERTICI C_i E DIRETTAMENTE COLLEGATO A DUE VERTICI D_i , E VICEVERSA. QUINDI A, CHE SI TROVA A TEMPERATURA

T_A E COLLEGATO AL TERMOSTATO

$C_1 - C_2 - C_3$ A TEMPERATURA T_C TRAMITE 3 RESISTENZE TERMICHE R IN PARALLELO, PER UNA RESISTENZA TERMICA EQUIVALENTE DI $R/3$. DA T_C A T_D ABBIAMO 6 RESISTENZE R IN PARALLELO PER UNA RESISTENZA TERMICA EQUIVALENTE DI $R/6$. DI NUOVO $R/3$ TRA T_D E T_B . QUINDI

$$R_{TOT} = R/3 + R/6 + R/3 = 5R/6$$

E

$$I = \frac{\Delta T}{R_{TOT}} = \frac{6(T_A - T_B)}{5R}$$

